Sociedade Portuguesa de Física

FASE DE ESCOLA – CORREÇÃO

Escalão B

Problema 1: Bola a Saltar

a) Utilizando, por exemplo, $v_f^2 = v_i^2 + 2a\ \Delta s$, obtemos que a velocidade pedida é dada por

$$v_f = \sqrt{2gh_0} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 5{,}0} = 9{,}9\ \text{m/s}\ .$$

b) Quando a bola embate pela primeira vez no solo tem a velocidade $v_{f,0} = 9{,}9$ m/s calculada anteriormente. Assim a sua energia cinética é $E_{c_{f,0}} = \frac{1}{2}mv_{f,0}^2 = mgh_0$. Imediatamente após o choque a energia cinética é reduzida de um fator γ. Assim, a energia cinética no início do primeiro salto da bola é dada por $E_{c_{i,1}} = \gamma E_{c_{f,0}} = \frac{\gamma}{2}mv_{f,0}^2$.

Pela conservação da energia mecânica, a energia potencial no ponto mais alto da trajetória é igual à energia cinética no início. Logo, $mgh_1 = E_{c_{i,1}} = \gamma E_{c_{f,0}} = \gamma mgh_0$.

Conclui-se que $h_1 = \gamma h_0 = 0{,}60 \times 5{,}0 = 3{,}0$ m.

c) A relação entre a energia cinética após o embate número n está relacionada com a energia cinética que a bola tinha imediatamente antes do embate do seguinte modo: $E_{c_{i,n}} = \gamma E_{c_{f,n-1}}$. Logo, as velocidades antes e depois do choque estão relacionadas do seguinte modo:

$$\frac{1}{2}mv_{i,n}^2 = \frac{\gamma}{2}mv_{f,n-1}^2 \iff v_{i,n}^2 = \gamma\ v_{f,n-1}^2 \iff v_{i,n} = \sqrt{\gamma}\ v_{f,n-1}\ .$$

Assim, a velocidade com que a bola embate no solo no final de um salto é igual à velocidade com que tinha embatido no solo no salto anterior multiplicada por um fator $\sqrt{\gamma}$.

Após n choques a velocidade com que a bola embate é igual a $\left(\sqrt{\gamma}\right)^n v_{f,0}$.

Multiplicando a velocidade obtida na alínea a) sucessivamente por $\sqrt{\gamma}$, verifica-se que, após nove embates, a velocidade é $v_{f,9} = v_{i,9} = \left(\sqrt{\gamma}\right)^9 v_{f,0} = \left(\sqrt{0{,}60}\right)^9 \times 9{,}9 = 0{,}99$ m/s, que é menor do que 1,0 m/s.

d) Nesta alínea o aluno tem de calcular quanto tempo demora a bola a fazer oito saltos completos mais a queda inicial desde $h_0 = 5{,}0$ m.

Numa queda vertical a velocidade vai desde zero, no cimo da trajetória, até à velocidade final quando embate contra o solo. O tempo que demora é dado por

$$v_f = v_0 + g\ t \iff t = \frac{v_f}{g}\ .$$

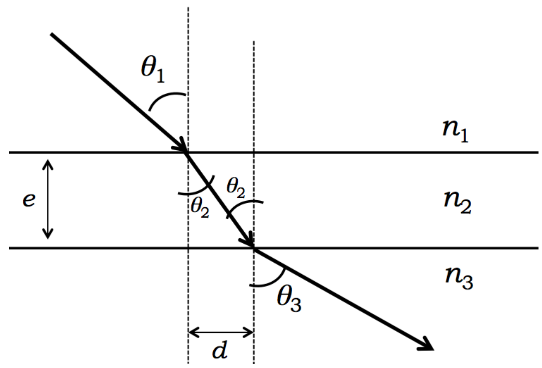
Assim, antes de embater pela primeira vez, o tempo que a bola demora a cair é $t_0 = v_{f,0}/g$. Após o primeiro choque a bola possui velocidade $v_{i,1} = \sqrt{\gamma}\ v_{f,0}$ e o tempo que a bola demora a subir e a regressar até ao solo é $2t_1 = 2v_{i,1}/g = 2\sqrt{\gamma}\ v_{f,0}/g$.

Conclui-se que o tempo que a bola leva até embater a nona vez com o solo é dado por

$$t_0 + 2(t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 + t_7 + t_8) =$$
$$= \frac{v_{f,0}}{g}\left(1 + 2\sqrt{\gamma} + 2\left(\sqrt{\gamma}\right)^2 + 2\left(\sqrt{\gamma}\right)^3 + 2\left(\sqrt{\gamma}\right)^4 + 2\left(\sqrt{\gamma}\right)^5 + 2\left(\sqrt{\gamma}\right)^6 + 2\left(\sqrt{\gamma}\right)^7 + 2\left(\sqrt{\gamma}\right)^8\right) = 7{,}1\ \text{s}\ .$$

Problema 2: Refração

a) Observando a figura observa-se que o ângulo de incidência na segunda superfície θ_2 é igual ao ângulo refratado na primeira.



Assim, $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 = n_3 \sin\theta_3$. Ou seja,

$$n_1 \sin\theta_1 = n_3 \sin\theta_3 \iff 1{,}5 \times \sin 40^{\mathrm{o}} = 1{,}0 \times \sin\theta_3 \iff \theta_3 = 75^{\mathrm{o}} \ .$$

Verifica-se que desde que n_2 seja suficientemente alto para que não haja reflexão total na primeira superfície, o cálculo do ângulo do raio refratado para o meio com índice de refração n_3 não depende do índice de refração do segundo meio.

b) Pode-se primeiro obter o ângulo θ_2:

$$\tan\theta_2 = \frac{d}{e} = \frac{1}{2} \implies \theta_2 = 26{,}6^{\mathrm{o}} \ .$$

Assim,

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \iff 1{,}5 \times \sin 40^{\mathrm{o}} = n_2 \times \sin 26{,}6^{\mathrm{o}} \iff n_2 = 2{,}2 \ .$$

c) Para termos reflexão total $\theta_3 = 90^{\mathrm{o}}$. Logo,

$$n_1 \sin\theta_1 = n_3 \sin 90^{\mathrm{o}} \iff \sin\theta_1 = \frac{1{,}0}{1{,}5} \iff \theta_1 = 42^{\mathrm{o}} \ .$$

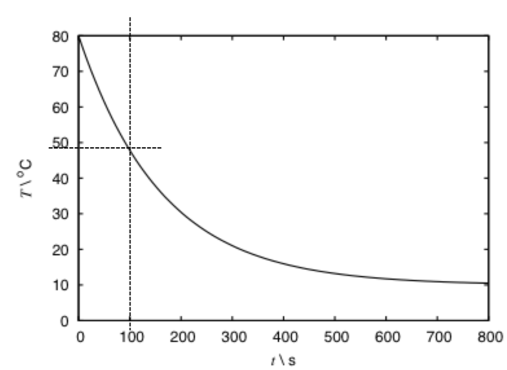
Problema 3: Arrefecimento

a) $m = \rho\ V = \rho\ L^3 = 2{,}70 \times 10^3 \times 0{,}10^3 = 2{,}7$ kg.

b) Diferença do peso do cubo fora e dentro de água é a força de impulsão, dada por $\rho_{\text{água}}\ L^3 g = 1{,}0 \times 10^3 \times (0{,}1)^3 \times 9{,}8 = 9{,}8$ N.

c) A partir do gráfico abaixo verifica-se que em 100 s a temperatura desce de 80 °C para aproximadamente 49 °C. Deste modo o calor transferido para a água é dado por

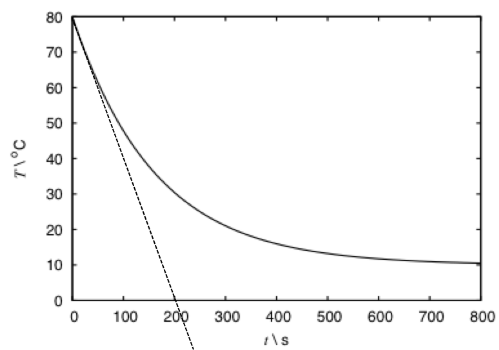
$$Q = m\ c\ \Delta T = 2{,}7 \times 902 \times (80 - 49) = 7{,}5 \times 10^4 \text{ J} \ .$$



d) À medida que o calor vai sendo transferido para a água a temperatura do corpo vai baixando:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -m\ c\ \frac{\Delta T}{\Delta t}\ .$$

No início do processo pode-se obter o decréscimo de temperatura por unidade de tempo no início do processo pela tangente ao gráfico, ou seja $\frac{\Delta T}{\Delta t} = -80/200 = -0{,}40$ °C/s (ver figura).



Deste modo, o calor que é transferido por unidade de tempo pelo cubo todo é dado por $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = 2{,}7 \times 902 \times 0{,}40 = 974$ J/s.

Como a área da superfície é igual a $0{,}1^2 \times 6 = 0{,}06$ m^2, e como a diferença de temperatura entre a água e o cubo nesse ponto é $(80 - 10) = 70$ °C, o calor transferido por unidade de tempo, por unidade de superfície e por unidade de diferença de temperatura pela superfície do cubo é dado por $974/(0.06 \times 70) = 2{,}3 \times 10^2$ J/(s m^2 °C).

Esta mesma alínea pode-se resolver também sem o cálculo da tangente (sugere-se dar a cotação completa ao aluno que siga o método descrito abaixo).

De acordo com a alínea c), em 100 s o calor transferido é $7{,}5 \times 10^4$ J, assim o calor transferido por unidade de tempo é $7{,}5 \times 10^2$ J/s. Durante esse tempo a diferença de temperatura com o meio exterior é aproximadamente $(80 + 49)/2 - 10 = 55$ °C (usa-se para a temperatura do cubo, o valor médio da temperatura no intervalo dos 100 s). Logo o calor transferido por unidade de tempo, por unidade de superfície e por unidade de diferença de temperatura pela superfície do cubo é dado por $7{,}5 \times 10^2/(0.06 \times 55) = 2{,}3 \times 10^2$ J/(s m^2 °C).