

Dadas as dificuldades dos alunos no estudo do fenómeno do atrito entre sólidos, evidenciadas em vários estudos na área de Ensino de Física, este trabalho discute o estatuto usualmente atribuído ao sentido das forças de atrito de escorregamento (atrito cinético ou dinâmico) e de não escorregamento (atrito estático), exercidas sobre as superfícies secas e não lubrificadas dos sólidos em contacto, com o objectivo de fornecer elementos que subsidiem o ensino e a aprendizagem do fenómeno em questão.

HELENA CALDAS

Departamento de Física - Universidade Federal do Espírito Santo (UFES)  
Campus de Goiabeiras, Av. Fernando Ferrari s/n.º,  
29.060 - 900  
Vitória - ES - Brasil  
helenac@npd.ufes.br

EDITH SALTIEL

Laboratoire de Didactique de Sciences Physiques (LDSP) - Université Paris VII  
Case courrier 7021- 2, Place Jussieu,  
75.251 Paris  
Cedex 05 - França  
esaltiel@ccr.jussieu.br

ALTAIR L.CUNHA

Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras  
Cachoeiro de Itapemirim - ES - Brasil  
lorencetti@escelsa.com.br

# ATRITO ENTRE SÓL

## Discussão de algumas dificuldades dos alunos

O fenómeno do atrito de escorregamento entre sólidos e sem adição de fluido é habitualmente associado à ideia de "resistência ao movimento", isto é, a um fenómeno modelado por uma resultante de forças que, aparentemente, adquiriu o estatuto de "ser sempre oposta ao movimento". Trabalhos na área de Ensino de Física (Caldas H. & Saltiel E. 1995, Caldas H. 1999, Caldas H. & Saltiel E. 2000) desenvolvidos com estudantes e professores de diferentes países (Brasil, Espanha, França, Itália e Portugal) e de diferentes níveis de escolaridade (incluindo o ensino superior) indicam que estas populações, em geral, tendem a considerar que as forças de atrito são "por definição, sempre opostas ao movimento" (caso do atrito cinético) ou à "tendência do movimento" (caso do atrito estático).

Em resumo, estes trabalhos permitem concluir que, para a grande maioria das populações interrogadas, independentemente do seu país de origem ou nível de escolaridade:

- A força de atrito cinético que se exerce sobre um corpo opõe-se sempre ao seu "movimento", movimento este sempre tomado em relação a um referencial fixo: o movimento de escorregamento relativo entre os objectos em contacto não é, portanto, considerado. Neste contexto, a força de atrito cinético assume sempre um carácter "resistente", o que impossibilita os estudantes de "verem" que esta força pode ter o mesmo sentido do movimento de um corpo em relação a um determinado referencial, e desempenhar, neste referencial, o papel de força "**motriz**" ou "**motora**" desse movimento.

- A força de atrito estático que se exerce sobre um corpo sempre se opõe à tendência do "movimento" deste e, como no caso do atrito cinético, só lhe é reconhecido o carácter de "resistência" a este movimento. Por outro lado, as forças de atrito estático não são percebidas como forças que se adaptam às condições dinâmicas de cada situação física, em módulo e **sentido**. Desta forma, o sentido destas forças é considerado "fixo": ele é sempre oposto ao "movimento" e, portanto, ele só pode variar se o sentido do movimento variar.

Por consequência, pretende-se justamente discutir o estatuto atribuído ao sentido das forças de atrito de escorregamento e de não escorregamento, levantando aspectos que o contrariam e abordando pontos "críticos" que fazem parte do universo das dificuldades de estudantes (e professores).

## O QUE DIZ A FÍSICA?

As leis do atrito sólido seco que conhecemos hoje não são mais que as "leis de Coulomb", nome este geralmente muito pouco utilizado, que resumem as investigações de Da Vinci (1452-1519) a Coulomb (1736-1806) sobre as interações de sólidos em contacto, nos quais as superfícies são secas, isto é, sem nenhuma adição de fluido. Enfatiza-se, ainda, o carácter empírico das leis existentes

e o aspecto fenomenológico do estudo do atrito sólido seco, que será aqui abordado, apenas, sob o ponto de vista macroscópico.

## SENTIDO DAS FORÇAS DE ATRITO

### FORÇAS DE ATRITO CINÉTICO

Existe atrito cinético entre duas superfícies em contacto se pudermos definir, para cada uma das superfícies, uma **velocidade relativa de escorregamento**<sup>1</sup> não nula.

Sejam  $v_{1T}$  e  $v_{2T}$  respectivamente, as velocidades dos sólidos  $S_1$  e  $S_2$  em relação a um determinado referencial (a Terra, por exemplo). As velocidades relativas de escorregamento de  $S_1$  em relação a  $S_2$  ( $v_{12}$ ) e de  $S_2$  em relação a  $S_1$  ( $v_{21}$ ), serão então dadas por:

$$v_{12} = v_{1T} - v_{2T} \quad \text{e} \quad v_{21} = v_{2T} - v_{1T}$$

O sentido das forças de atrito cinético que cada uma das superfícies em contacto exerce tangencialmente sobre a outra, será sempre **oposto** ao sentido das respectivas **velocidades relativas de escorregamento** no contacto.

Entretanto, essas forças de atrito, ainda que opostas ao movimento relativo de escorregamento das superfícies em contacto, podem perfeitamente ter o mesmo sentido do movimento do sólido estudado, em relação a um determinado referencial e tornarem-se, para este sólido e em relação a este referencial, uma força "**motriz**" do movimento.

### FORÇAS DE ATRITO ESTÁTICO

Existe atrito estático entre duas superfícies em contacto quando a **velocidade relativa de escorregamento** de cada uma das superfícies em relação à outra é nula ( $v_{12} = v_{21} = 0$ ) e desde que uma força externa seja ou tenha sido aplicada ao sistema.

Sendo a **velocidade relativa de escorregamento** no contacto nula, as superfícies estarão em **repouso relativo do ponto de vista do escorregamento** (não escorregamento).

Qualitativamente, o sentido das forças de atrito estático que cada uma das superfícies em contacto exerce tangencialmente sobre a outra será sempre oposto à **possível ou eventual velocidade relativa de escorregamento** que cada superfície teria uma em relação à outra, na **ausência de atrito**.

Assim, para conhecermos o sentido das forças de atrito estático, precisamos de conseguir prever o sentido para o qual tenderia o movimento relativo de escorregamento dos corpos em contacto, se o atrito entre estes corpos fosse nulo.

Como o que está em causa são os movimentos relativos de escorregamento das superfícies umas em relação às outras, as forças de atrito estático, tal como as de atrito cinético, podem, perfeitamente, ter o **mesmo sentido** do movimento de um corpo num dado referencial, funcionando para este corpo e neste referencial como forças "geradoras" do movimento considerado.

### TRANSLAÇÃO: FORÇAS DE ATRITO ESTÁTICO E CINÉTICO — UM EXEMPLO

Consideremos o exemplo de dois blocos de massas  $m_1$  e  $m_2$ , pousados um em cima do outro, o conjunto repousando sobre uma superfície horizontal  $S$  de atrito desprezável. Aplica-se uma força horizontal  $F$  ao bloco inferior, 1.

#### CASO DO ATRITO ESTÁTICO

A força  $F$  aplicada é tal que os dois blocos se deslocam solidariamente, isto é, têm a mesma aceleração  $a_S$  em relação a  $S$ . Representando, apenas, as forças horizontais exercidas, temos a situação da Fig. 1.

A força de atrito estático  $f_{e,12}$  que o bloco 1 exerce sobre 2 tem o mesmo sentido da velocidade  $v_S$  do bloco em

relação ao solo, mas opõe-se à eventual velocidade relativa de escorregamento  $v_{21}$ , de 2 em relação a 1, que se produziria se o atrito entre os blocos fosse nulo.

Assim, a força de atrito  $f_{e,12}$ , opondo-se a  $v_{21}$ , terá, neste caso, o **mesmo** sentido do movimento dos blocos em relação ao solo ( $v_S$ ), isto é, para a direita.

No caso de  $f_{e,21}$ , na **ausência de atrito** entre os blocos, o bloco 1 deslizaria para a direita com uma velocidade  $v_{12}$  em relação a 2 e a força de atrito  $f_{e,21}$  que 2 exerce em 1, opondo-se a esta velocidade, será então orientada para a esquerda: aqui, o sentido da força de atrito opõe-se, também, ao sentido do movimento dos blocos em relação ao solo ( $v_S$ ).

Como impõe a 3ª lei de Newton,  $f_{e,12} = -f_{e,21}$  e  $|f_{e,12}| = |f_{e,21}|$ , isto é, duas forças de mesmo módulo e sentidos contrários, agindo em corpos diferentes.

Conclui-se que as forças de atrito estático podem ou não opor-se ao "movimento" dos corpos num dado referencial, dependendo da situação física estudada.

#### CASO DO ATRITO CINÉTICO

Vamos supor, agora, que a força  $F$  aplicada é tal que os blocos têm um movimento relativo entre si, isto é, eles se deslocam para a direita em relação a  $S$  com acelerações diferentes  $a_{1S}$  e  $a_{2S}$ .

Como os dois blocos em contacto se deslocam um em relação ao outro, a velocidade relativa de escorregamento

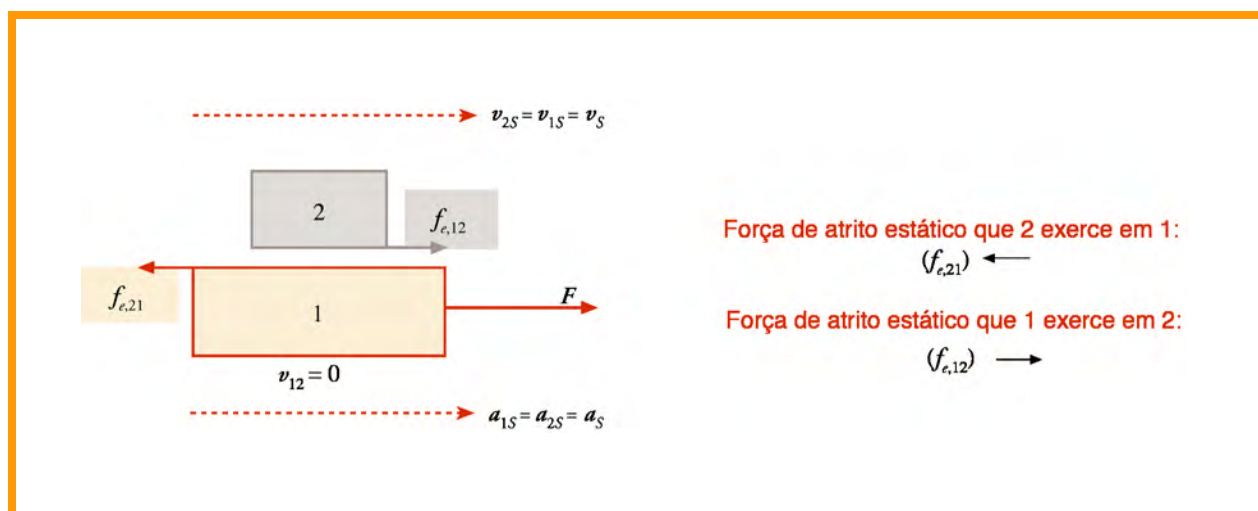


Fig.1.

de um bloco em relação ao outro não é nula, sendo

$$v_{21} = -v_{12}.$$

Na Fig. 2 estão apenas representadas as forças horizontais exercidas nos blocos.

Assim, o bloco 2 move-se para a direita em relação ao solo ( $v_{2S}$ ), pela acção da **força de atrito** cinético ( $f_{c,12}$ ), também orientada para a direita, e que, portanto, tem o **mesmo sentido** deste movimento. Aliás,  $f_{c,12}$  é a **única** força horizontal que age no bloco 2.

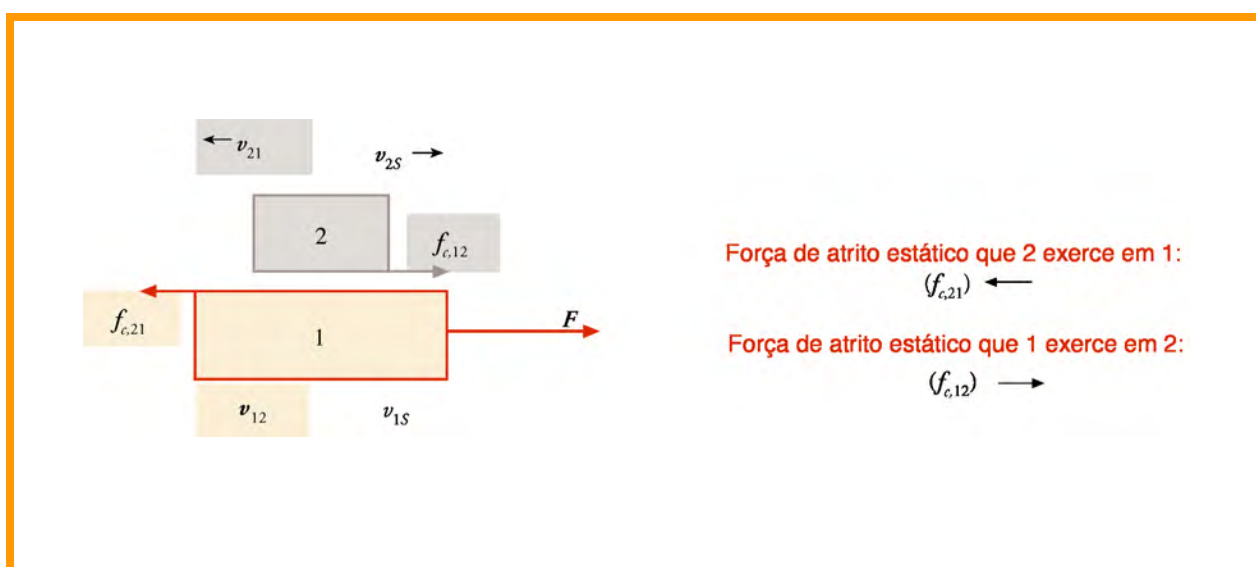


Fig.2.

Esta força é oposta, sim, como deveria, ao movimento de 2 relativamente a 1, pois o sentido da velocidade relativa de escorregamento de 2 em relação a 1,  $v_{21}$ , é para a esquerda.

No caso do bloco 1,  $f_{c,21}$  (orientada para a esquerda) opõe-se, também, como deveria, à velocidade relativa de escorregamento de 1 em relação a 2 ( $v_{12}$ ), velocidade esta que, nesta situação, tem o mesmo sentido da velocidade do bloco em relação ao solo ( $v_{1S}$ ).

Conclui-se, portanto, que uma força de atrito cinético, apesar da sua característica "**passiva**" (ela não pode, por si só, produzir movimento), pode desempenhar tanto o papel de "**motor**" do movimento, agindo **no mesmo sentido** deste, como o papel de "**resistência**" ao movimento, a ele **se opondo**.

Assim, não é verdade que "a força de atrito se oponha sempre ao movimento" ou que as "forças de atrito são sempre forças resistentes", frases repetidas e banalizadas por alunos e livros e que encerram uma concepção errada do fenómeno do atrito.

## ROLAMENTO SEM ESCORREGAMENTO: ATRITO ESTÁTICO - EXEMPLOS

No caso do rolamento sem escorregamento (considerando os corpos em contacto como indeformáveis), se existir atrito, ele será estático, pois não existe escorregamento ou deslizamento do corpo sobre a superfície de contacto. Existem diversas situações físicas nas quais a força de atrito estático exerce o papel de força "motriz" de um dado

movimento. Um dos exemplos clássicos é o deslocamento de um automóvel. Este exemplo ilustra bem como a força de atrito estático tanto pode opor-se como pode ter o mesmo sentido de um dado movimento.

### CASO DAS RODAS DE UM AUTOMÓVEL

Supondo que as rodas do carro não "patinam", se as rodas dianteiras são as motrizes, a força de atrito estático que o chão exerce nos pneus dianteiros é dirigida no sentido do movimento da translação do carro, enquanto a força de atrito exercida sobre os pneus traseiros é dirigida no sentido contrário a este movimento de translação (ver Fig. 3)

O "balanço" das forças aplicadas não é o mesmo nas duas rodas, o que implica sentidos diferentes para a força de atrito que o solo exerce sobre cada uma.

No caso das rodas motrizes, o momento que o motor do carro aplica nas rodas (torque motor) impõe a estas um certo sentido de rotação (sentido horário, por exemplo); na ausência de atrito, as rodas "patinariam" sobre o solo (S) e o sentido das forças de atrito estático que o solo exerce sobre elas ( $f_{e,SR}$ ), será então sentido contrário a este movimento de escorregamento, (portanto, para a direita e, neste caso, no **mesmo sentido** do movimento de avanço do carro.)

No caso das rodas traseiras (aqui consideradas não motrizes), elas são apenas "levadas" pelo conjunto e funcionam como se o carro estivesse avariado e fosse necessário em-

purá-lo, aplicando-lhe uma força horizontal: na ausência de atrito, o sentido do possível movimento de escorregamento das rodas em relação ao solo seria o mesmo do do avanço do carro, uma vez que as rodas deslizariam sem rodar. Assim, o sentido da força de atrito estático ( $f_{e,SR}$ ) seria contrário a este possível ou eventual movimento, isto é, para "trás" e, portanto, neste caso, contrário também ao sentido do movimento de translação do carro.

Nas duas situações, o movimento de translação do carro e da rotação das rodas é idêntico, mas as condições dinâmicas iniciais mudaram: as tensões locais ao nível do contacto são, portanto, muito diferentes.

Note-se que é bastante frequente, mas muito perigoso, tentar-se descobrir a "tendência do movimento" através do seguinte raciocínio.

Consideremos a esfera rolando (no sentido horário) sem escorregar, sob a acção da força externa horizontal  $F$  (Fig. 4). Como a esfera roda no sentido horário, isto é, para a "direita", ela "empurraria" o solo para a esquerda e a força de atrito  $f_e$  exercida na esfera pelo solo, opondo-se a este "movimento", seria orientada para a direita (e vice-versa se a esfera rolasse no sentido anti-horário).

Nesta óptica, a força de atrito opor-se-ia sempre ao sentido da rotação dos sólidos, no contacto, o que, como acabamos de ver, **não "funciona"** para diversas situações físicas, pois a força de atrito estático **não** é determinada pelo sentido dos movimentos "efectivos" (aqueles que

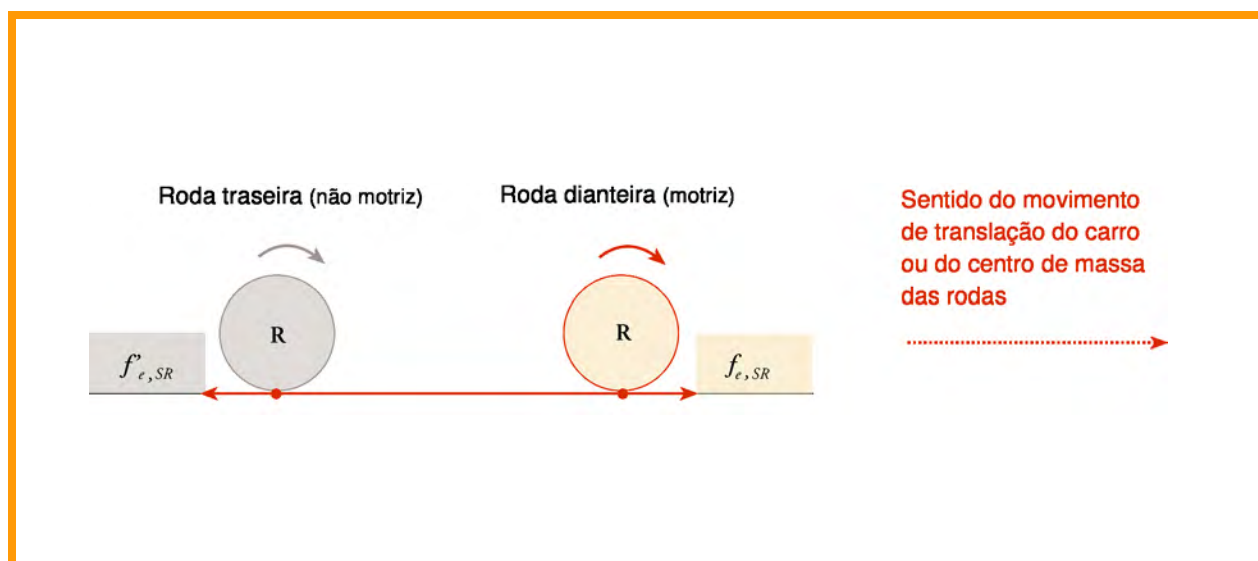


Fig.3.

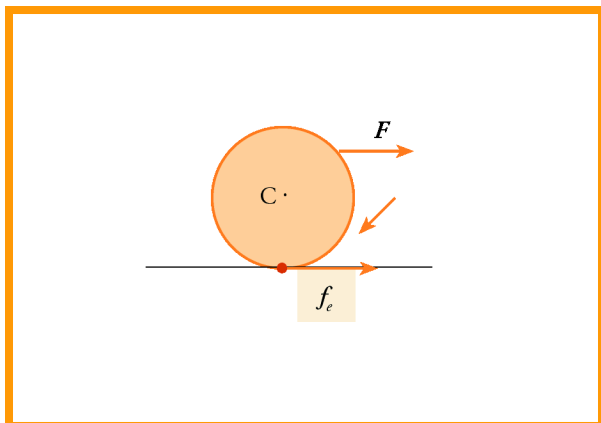


Fig.4.

"aparecem") dos sólidos, quer se considere o sentido do movimento de rotação ou o sentido do movimento de translação do centro de massa.

Comparando "grosso modo" as características gerais das forças de atrito estático e cinético, podemos dizer que, "a priori", as forças de atrito estático são desconhecidas, em **módulo e sentido**, ao contrário do que ocorre com as forças de atrito cinético, estas sim perfeitamente definidas em módulo e sentido.

Assim, este exemplo evidencia um outro aspecto importante das propriedades das forças de atrito estático, que é a característica de estas forças se **ajustarem ou se adaptarem** (em módulo e sentido) às condições dinâmicas existentes nas diferentes situações físicas estudadas, segundo as tensões locais ao nível do contacto: para uma dada situação física, o módulo e o sentido das forças de atrito estático **depende exclusivamente das forças em jogo**.

Existem situações físicas para as quais é fácil prever qualitativamente o sentido do possível movimento relativo de escorregamento, na ausência de atrito e, portanto, deduzir daí o sentido da força de atrito estático em estudo, como no exemplo anterior.

Entretanto, também existem inúmeras situações para as quais, simplesmente, não é possível fazer a previsão qualitativa do sentido das forças de atrito: somos então obrigados a recorrer às equações dinâmicas apropriadas ao problema em questão, considerando inicialmente um sentido arbitrário para as forças de atrito estático, para que o sentido destas forças seja determinado através das equações aplicadas.

O exemplo que se segue ilustra bem este aspecto, além de evidenciar, a característica de "adaptação" ou de "ajustamento" do sentido das forças de atrito às condições dinâmicas dadas.

#### CASO DA ESFERA SOBRE UMA SUPERFÍCIE HORIZONTAL

Consideremos uma esfera de raio  $R$ , rolando sem escorregar, sobre uma superfície horizontal, sob a acção de uma força (externa) horizontal constante  $F$ , esta força é aplicada a uma distância  $H$ , qualquer, da superfície horizontal. Basta variar o ponto de aplicação da força (o que significa variar a distância  $H$  de determinados valores) para que a força de atrito estático exercida sobre a superfície de contacto da esfera com o plano horizontal, mude de sentido e até se anule, sem que o sentido da rotação seja mudado.

Supondo inicialmente um sentido arbitrário para a força de atrito estático  $f_e$ , considerando que a velocidade relativa de escorregamento no contacto ( $v_p$ ) é nula e aplicando as equações dinâmicas ao sólido, no referencial ligado à superfície horizontal, tem-se (Fig. 5).

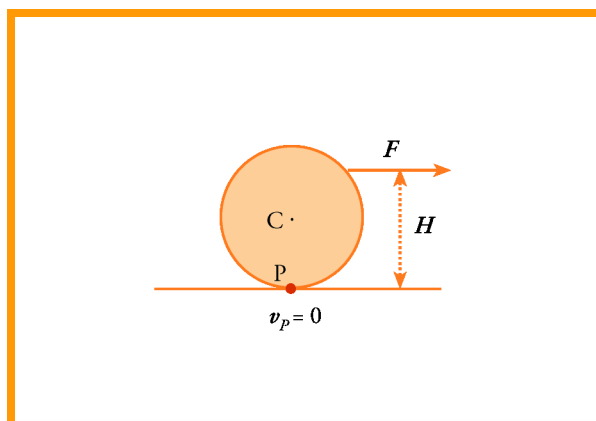


Fig. 5

A velocidade de  $P$  (ponto de contacto entre a esfera e a superfície horizontal) em função de  $C$  (centro de massa da esfera) é dada por

$$v_P = v_C + \omega \overline{CP}$$

onde  $v_C$  é a velocidade do centro de massa  $C$  do sólido em relação à superfície horizontal,  $v_P$  é a velocidade de escorregamento do seu ponto de contacto  $P$  em relação à mesma superfície e  $\omega$  é a velocidade angular da esfera.

Como a esfera rola sem escorregar sobre a superfície horizontal,  $v_P = 0$ , e o atrito entre a esfera e o plano de contacto é, pois, estático. Assim,

$$v_C = \omega R \text{ e } a_C = \alpha R,$$

onde  $\alpha$  é a aceleração angular da esfera.

Consideremos, arbitrariamente, que o sentido da força de atrito estático ( $f_e$ ), exercida sobre a esfera pela superfície horizontal, seja orientada para a **esquerda**. As equações dinâmicas aplicadas ao sólido, cuja massa é  $m$ , no referencial ligado à superfície horizontal, seriam:

$$(1) \quad F - f_e = m a_C$$

$$(2) \quad F(H - R) + f_e R = I a = \frac{2}{5} m R^2 \alpha$$

onde  $I$  é o momento de inércia da esfera de massa  $m$ , em relação ao eixo de rotação que passa por C. Das equações (1) e (2), com  $a_C = \alpha R$ , obtém-se:

$$(3) \quad f_e = F (1 - 5H/7R)$$

Três casos se apresentam:

a) Se  $H = 7R/5$ , então  $f_e = 0$  e a esfera rola sem escorregar, com atrito nulo.

b) Se  $H > 7R/5$ , então  $f_e < 0$ , isto é, orientada para a direita. A esfera rola sem escorregar e a força de atrito estático tem o mesmo sentido do movimento do centro de massa da esfera:

Sentido de  $f_e$ :      Sentido do movimento do C.M.:  
Sentido da rotação: **horário**

c) Se  $H < 7R/5$ , então  $f_e > 0$ , isto é, orientada para a esquerda. A esfera rola sem escorregar e a força de atrito estático tem sentido oposto ao movimento do centro de massa da esfera:

Sentido de  $f_e$ :      Sentido do movimento do C.M.:  
Sentido da rotação: **horário**

Determinando o possível ou eventual movimento de escorregamento relativo que se produziria, na ausência de atrito, pode verificar-se que a força de atrito estático se opõe sempre ao sentido deste eventual movimento: se o

atrito entre a esfera e a superfície horizontal for nulo, bastava tomar as mesmas equações (1) e (2), com  $f_e = 0$ , e estudar o que ocorre quando  $(a_C / \alpha R)$  for maior, menor ou igual a 1.

Assim, de (1) e (2), com  $f_e = 0$ , obtém-se:

$$a_C / \alpha R = 2R/5(H - R)$$

Por exemplo, se  $(a_C / \alpha R) = 1$ , então  $a_C = \alpha R$ ,  $v_P = 0$  e  $H = 7R/5$ ; isto implica que a esfera não escorrega: não existe, portanto, o eventual movimento de escorregamento na ausência de atrito (caso a).

É portanto impossível prever qualitativamente, neste tipo de situações, qual seria o sentido do possível movimento de escorregamento na ausência de atrito, para cada valor de  $H$ : o momento de inércia varia de sólido para sólido e o momento da força externa aplicada (torque) varia, no mesmo sólido, consoante o valor de  $H$  (que corresponde aos diferentes pontos de aplicação da força  $F$  exercida), o que implica o recurso indispensável à resolução quantitativa.

Qualitativamente, é apenas possível prever que o sentido da força de atrito estático deverá mudar, já que as condições dinâmicas iniciais mudam, pois esta força não depende senão do conjunto de forças aplicadas.

Conclui-se, portanto, que, quando um sólido tem um movimento não nulo (de rotação ou de translação) num dado referencial, com uma velocidade relativa de escorregamento nula, o sentido das forças de atrito estático **não pode** ser determinado a partir do sentido daquele movimento: é o **possível ou eventual movimento relativo de escorregamento** de uma superfície de contacto sobre a outra, na **ausência de atrito**, que determinará o sentido desta força, o qual, como vimos, nem sempre pode ser previsto qualitativamente.



## CONCLUSÃO

Comparando o ponto de vista dos estudantes e o da Física, não pode existir nenhuma dúvida em admitir que é bastante importante aliar a noção de velocidade relativa de escorregamento das superfícies em contacto ao estudo do atrito cinético, assim como a de possível ou eventual velocidade relativa de escorregamento destas superfícies, na ausência de atrito, ao estudo do atrito estático, não só para determinar correctamente o sentido das respectivas forças de atrito, como também para que se compreendam as "subtilezas" deste fenómeno.

Quando se "introduz" o aluno no mundo em que ele vive, isto é, um mundo com atrito, as dificuldades com movimentos relativos e referenciais não parecem ser um motivo justo para reduzir este fenómeno a, apenas, um fenómeno "resistente", cujas forças sempre se "opõem ao movimento" ou à "tendência do movimento". Muito pelo contrário, parece uma excelente oportunidade de rever estes movimentos e de tentar que os alunos se apercebam da necessidade de saber em que referencial é definido um dado movimento.

## NOTA

1. Velocidade com que um meio (que pode ser um ponto, uma linha ou uma superfície plana) escorrega ou desliza em relação a outra.

## REFERÊNCIAS

Caldas H.,1999. *Atrito: o que diz a Física,o que os alunos pensam e o que os livros explicam*. Edufes,Vitória, ES,Brasil.

Caldas H.& Saltiel E.,1995.Le frottement cinétique: analyse des raisonnements des étudiants. *Didaskalia: Recherches sur la communication et l'apprentissage des sciences et des techniques* 6: 55-71, Bruxelles, Paris.

Caldas H.& Saltiel E.,2000. Le frottement statique:analyse des raisonnements des étudiants. *Didaskalia: Recherches sur la communication et l'apprentissage des sciences et des techniques* 17: 9-25. Bruxelles, Paris.

Gersten J.,Soodak H. & Tiersten M.S.,1992.Unexpected motions of balls. *American Journal of Physics* 60 (1):43-47

Shaw Donald E.,1979. Frictional force on rolling objets. *American Journal of Physics* 47 (10):887-888

Strelkov S.,1978. *Mécanique*. Editions Mir, Moscou.