

# Como percebem os professores do ensino secundário os conceitos relativistas de massa e energia?

M. A. Albuquerque<sup>1</sup>, L. Peralta<sup>2</sup>

1. Escola Secundária de Casquilhos, Barreiro

2. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Campo Grande, Lisboa

anjo@lip.pt, luis@lip.pt

## Massa dependente da velocidade: definição ou mais confusão?

A Física Nuclear e das Partículas é seguramente uma das áreas da Física em que a Relatividade Restrita é mais amplamente utilizada. Uma das equações chave na compreensão de muitas reacções entre partículas elementares é a que relaciona a massa  $m$ , energia  $E$  e momento linear  $p$  de uma partícula livre e que se pode escrever como

$$(mc^2)^2 = E^2 - (pc)^2$$

sendo  $c$  a velocidade da luz no vácuo. Para um conjunto de  $n$  partículas livres a expressão é generalizável para

$$mc^2 = \sum_i^n m_i c^2 = \sum_i^n \sqrt{E_i^2 - p_i^2 c^2}$$

tomando também frequentemente  $m$  o nome de *massa invariante*. A razão da nomenclatura vem do facto desta grandeza ser invariante para as transformações de Lorentz, logo, o seu valor numérico é o mesmo em qualquer referencial de inércia. Em particular, se uma partícula subatómica se desintegra dando origem a um certo número de partículas descendentes, a sua massa pode ser obtida a partir das medidas de energia e momento linear das partículas suas descendentes. Este é um método poderoso que nos permite, independentemente do referencial em que fazemos as medidas, descobrir a existência de uma partícula que se formou numa reacção, mas que decaiu antes de termos oportunidade de a detectar directamente. Também de uma forma absolutamente natural, aceitamos que a massa de uma partícula livre é efectivamente uma das suas características e que nada tem que ver com a sua velocidade!

Ora, em muitos livros de Física Geral (e não só) é introduzido o conceito de dependência da massa com a velocidade,

partindo da popular expressão  $E = Mc^2$  em que, propositadamente e para evitar confusões, utilizamos a letra  $M$  maiúscula. A grandeza a ela associada é vulgarmente designada por *massa relativista* e para uma partícula com velocidade de magnitude  $v$  será dada por  $M = m / \sqrt{(1 - v^2 / c^2)}$ . Uma das razões para a sua utilização em cursos mais elementares está no facto do momento linear relativista ser definido com  $\vec{p} = M\vec{v}$  logo, a massa relativista substituiu a massa newtoniana  $m$  na expressão do momento e tudo parece ficar na mesma.

Talvez o grande responsável pela confusão que esta substituição gerou no ensino de nível elementar da física, tenha sido um autor tão insuspeito com Richard Feynman (um físico da área da Física de Partículas, prémio Nobel da Física). Foi ele que usou o conceito de massa relativista nas suas famosas "The Feynman Lectures on Physics" [1]. Mas afirmando, cautelosamente e no tom ligeiro que o caracteriza, que quem só quiser fazer contas basta saber que tem que substituir  $m$  por  $M$  nas equações de Newton. Simples de dizer, sim, mas nem sempre completamente percebido por quem lê. E daí a origem de todas as confusões, que de resto não são apenas dos nossos manuais nem de agora.

Em 1989, Lev Okun, um eminente físico teórico de Física de Partículas, escreve o artigo "The Concept of Mass" na revista *Physics Today* [2] explicando quais as vantagens do abandono do conceito de massa relativista, reconhecendo contudo que era um conceito amplamente divulgado ao nível do ensino secundário. Já dois anos antes Carl G. Adler, no seu artigo "Does mass really depend on velocity, dad?", publicado no *American Journal of Physics* [3],

tinha discutido a confusão que se instala na cabeça dos estudantes (e não só) quando se utiliza o conceito de massa dependente da velocidade. Como explicavam Okun e Adler, este conceito levanta mais problemas do que aqueles que resolve. Também a propósito do mesmo tema, Jorge Valadares escreveu na Gazeta de Física [4] um artigo em duas partes, que de uma forma clara, expõe os conceitos fundamentais de massa e energia em relatividade, artigo que infelizmente parece ser desconhecido de alguns autores de manuais escolares. Diga-se, como aliás é referido em vários textos, que o próprio Albert Einstein não via grande utilidade na definição de uma massa dependente da velocidade.

A expressão fundamental que resulta da teoria da Relatividade é a equação que exprime a equivalência entre a energia de repouso de um corpo  $E_0$  e a sua massa  $m$  (muitas vezes referida, de forma desnecessária, de massa em repouso)  $E_0 = mc^2$ . Um corpo, mesmo quando parado tem uma forma de energia que deriva da sua massa. Isto não significa que consigamos converter sempre essa energia numa forma utilizável. Já um corpo com massa  $m$  e com uma energia cinética  $E_k$  terá então uma energia total dada por  $E = E_k + mc^2$ , relação que alternativamente pode ser colocada na forma

$$E = mc^2 / \sqrt{(1 - v^2/c^2)}.$$

E se a uma massa  $m$  corresponde uma energia  $E_0$ , a uma energia  $E$  corresponde necessariamente uma massa? O fóton é o contra-exemplo mais flagrante, uma vez que não possui massa, mas possui energia. Isto não significa que, à emissão ou absorção de um fóton não corresponda uma diminuição ou aumento da massa (*em repouso*) do corpo. Efectivamente às variações de energia *interna* de um corpo correspondem variações de massa. Um corpo que absorve energia aumentando a sua temperatura aumenta consequentemente a sua massa. Essa variação será assim traduzida pela relação  $\Delta E_0 = \Delta mc^2$ . Mas a energia interna refere-se à energia de todas as partículas que formam um corpo no referencial do centro de massa do mesmo, e portanto este aumento de massa não significa que as variações de massa devidas à translação ou à rotação do centro de massa se traduzem em variações de massa, e que portanto esta varie com a velocidade global do corpo, a velocidade do seu centro de massa. Note-se ainda que, tal como mostra Okun [2], a massa  $m$  (*em repouso*) continua a ser a mesma que encontramos nas equações da mecânica newtoniana e a única que pode traduzir correctamente o conceito de inércia do corpo [3]. No final do seu artigo, Adler discute os prós e contras da utilização de um conceito de massa relativista. Sem surpresa verificamos que os prós se radicam quer em razões de ordem sociológica (a expressão  $E = Mc^2$  é talvez a equação mais famosa da Física), quer em razões de aparente simplificação de explicações

de fenómenos físicos como o desvio para o vermelho gravitacional [5]. Contudo, nenhuma das razões se baseia nos fundamentos da teoria da Relatividade (Restrita ou Geral). Além disso, notamos que o conceito de massa relativista não acrescenta nada à questão sobre a origem da massa, uma vez que o mecanismo de Higgs, actualmente aceite como uma possível explicação para a origem da massa das partículas elementares, não recorre a esse conceito.

Afinal massa e energia são uma mesma grandeza? Já vimos que quando há uma variação da energia interna de um sistema isso irá corresponder a uma variação de massa. Por outro lado, de um ponto de vista formal, podemos afirmar, tal como Taylor e Wheeler no seu livro "Spacetime Physics" [6] que a massa é a magnitude do quadri-vector energia-momento, enquanto que a energia é apenas uma das suas componentes. Mas também não podemos deixar de notar que, tal como escreveu Einstein referindo-se à expressão  $E_0 = mc^2$ , "*mass and energy are therefore essentially alike ; they are only different expressions for the same thing*" [7].

### Um inquérito aos docentes do ensino secundário

Colocou-se-nos então a questão de saber de que forma os docentes do ensino secundário percebem os conceitos de massa e equivalência massa-energia no quadro da teoria da Relatividade. Tendo em consideração o peso que os manuais escolares tradicionalmente têm na preparação das aulas e o facto de muitos dos docentes (a sua maioria, efectivamente) não ter frequentado uma licenciatura em Física, a nossa expectativa era a de que a maioria iria inclinar-se para a abordagem do manual escolar adoptado. A pertinência da questão deve-se ao facto de nos últimos anos ter havido mudanças nas abordagens que são feitas ao nível dos manuais escolares. Assim, podemos verificar que a situação não é uniforme e que, enquanto alguns manuais introduzem o conceito de dependência da massa com a velocidade, outros seguem o conceito de independência da velocidade, havendo ainda outros que misturam as duas abordagens.

Verificámos que as respostas dadas pelos docentes estão maioritariamente na linha das concepções apresentadas nos manuais escolares existentes em Portugal para o nível de ensino secundário que adoptam o conceito de massa relativista. Pode-se até dizer que esta posição não é única nem de agora.

Pensámos então em elaborar um questionário com diversas perguntas de escolha múltipla que traduzissem as diferentes opções metodológicas em confronto sobre os conceitos de massa e equivalência massa-energia. De forma a aproximar o questionário da linguagem seguida pelos docentes, a formulação das opções de resposta baseou-se em afirmações veiculadas em diversos livros científicos e/ou didácticos. Assim, algumas questões têm uma formulação com a qual não nos identificamos mas que traduzem abordagens seguidas por outros autores. O questionário foi colocado na internet em 2010 e um grupo de mais de 700 docentes foram contactados por email, sendo-lhes solicitado que respondessem de forma anónima, tendo cerca de 10% respondido ao questionário.

O questionário foi construído de tal forma que as opções apresentadas a cada questão traduziam perspectivas diferentes do mesmo conceito, não estando necessariamente uma opção mais correcta do que outra. Aliás, os participantes eram informados de que não se tratava de um teste, pelo que não se pretendia fazer qualquer tipo de avaliação dos conhecimentos dos docentes que nele participavam.

No que diz respeito ao conjunto dos participantes, a sua maioria é constituída por professores licenciados ou detentores do grau de mestre com formação inicial bastante diversificada (física, química, engenharia, ou física e química). Uma vez que estes conteúdos não têm sido frequentemente leccionados no ensino secundário, procurámos saber qual o grau de dificuldade sentida pelos docentes na sua prática lectiva. Uma maioria bastante expressiva dos docentes (74%) admitiu ter sentido dificuldade na abordagem do conceito relativista de massa-energia e o recurso a outra fonte além do manual escolar foi também expresso por 97% dos professores inquiridos. O questionário foi constituído por mais questões do que aquelas que neste artigo iremos discutir. Dois temas nucleares que nos preocuparam e cujas abordagens ainda são controversas, quer na literatura científica quer na literatura didáctica, são os seguintes:

- 1) A massa de uma partícula livre depende, ou não, da sua velocidade?
- 2) Massa e energia são uma mesma grandeza física ou são grandezas distintas?

### Análise dos resultados do Inquérito

Analisemos então de forma breve as respostas obtidas a quatro das questões colocadas no questionário.

#### Será a massa um invariante?

Uma das questões colocadas aos participantes foi a seguinte:

“A – Relativamente à dependência da massa com a velocidade escolha as opções que lhe parecem mais correctas:”

1. A massa de um corpo depende da sua velocidade.
2. A massa é uma grandeza invariante e independente do referencial em que é medida.
3. As variações de massa previstas por Einstein só são significativas para partículas que se deslocam a velocidades da ordem da velocidade da luz.
4. Nenhuma das opções.

A Figura 1 permite observar as opções dos docentes relativamente à questão A. Observa-se que 49 % dos inquiridos escolhe a opção 3 e 3 % a opção 1, sendo que 34% do total assinalam como correctas, em simultâneo, estas duas opções.

A opção 2, que é claramente distinta das duas anteriores, é escolhida apenas por 12% dos inquiridos como se pode observar no gráfico da figura 1.

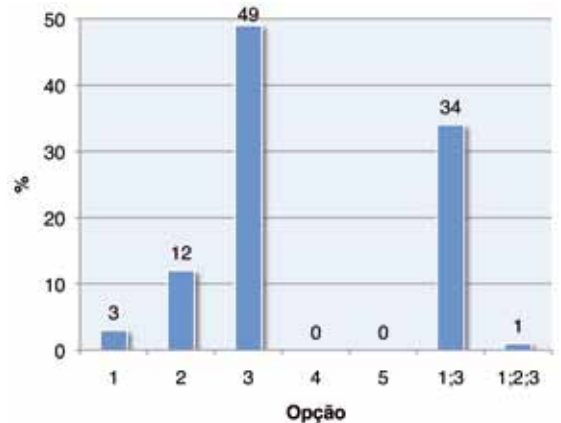


Fig. 1 - Resultados da questão A. No eixo das abcissas estão assinaladas o conjunto das opções escolhidas. Para se obter o número total de respostas numa determinada opção é necessário somar as várias parcelas (por ex. o número de respostas na opção 2 é de 12+1).

Outra das questões colocadas, relativamente ao conceito de massa foi:

“B – A propósito da massa escolha as opções que lhe parecem mais correctas:”

1. A grandeza  $(mc^2)^2$  dada pela equação  $(mc^2)^2 = E^2 - p^2c^2$  é um invariante de Lorentz e não depende do referencial em que é medido.
2. Observadores situados em diferentes referenciais inerciais medirão o mesmo valor para a energia de repouso (de um sistema isolado) e para a massa de repouso.
3. A massa própria ou massa em repouso não se conserva, mas num sentido relativista (em que a massa depende da velocidade) a massa conserva-se, tal como a energia total que lhe é equivalente.
4. Não existe conservação da massa. Apenas conservação da energia total do sistema.
5. Nenhuma das opções.

Os resultados da questão B encontram-se representados no gráfico da Figura 2. Nele é possível observar que 15% dos docentes escolhe a opção 1, 19% a opção 2, 18% a opção 4 e 7% não escolhe nenhuma das opções. É curioso notar que 6% dos docentes escolhe, em simultâneo, as opções 1 e 3, claramente contraditórias entre si.

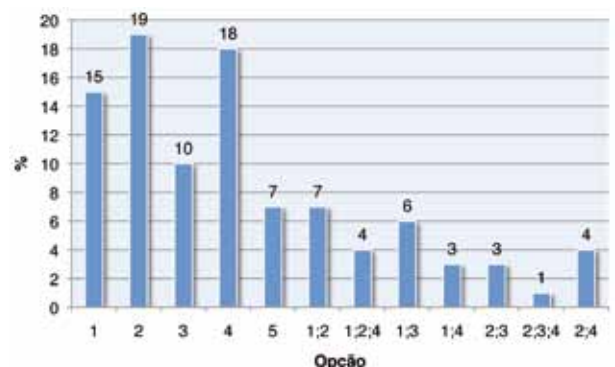


Fig. 2 - Resultados da questão B.

### Equivalência entre massa e energia

Mais controversa que a dependência da massa com a velocidade, é, em nossa opinião, a questão da equivalência massa-energia. Assim, foram colocadas as seguintes questões:

“C – Relativamente à relação massa - energia escolha as opções que lhe parecem mais correctas:”

1. Massa e energia para um corpo em repouso são a mesma grandeza Física, expressas em unidades diferentes, sendo o factor de conversão  $c^2$ .
2. Massa e energia de um corpo em repouso são grandezas físicas diferentes mas podem converter-se uma na outra sendo o factor de conversão  $c^2$ .
3. A massa e a energia são equivalentes, formam um só invariante que podemos denominar massa-energia.
4. Nenhuma das opções.

Nesta questão a preferência dos docentes recai sobre a opção 2 dado que 43% dos inquiridos assinalam esta opção de resposta. Mesmo considerando os docentes que optam, em simultâneo, por duas opções a preferência continua a incidir sobre opção 2 (56%). Seguem-se depois com 19% a opção 3, 7% a opção 1 e finalmente 7% a opção 4.

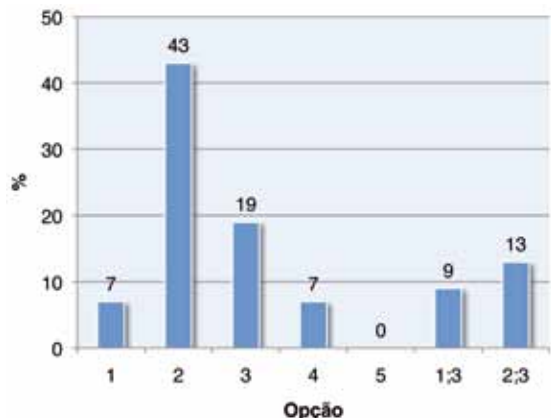


Fig. 3 - Resultados da questão C.

Outra das questões colocadas, foi:

“D – Escolha as opções que lhe parecem mais correctas sobre o princípio da conservação da massa/energia:”

1. O princípio da conservação de massa e o princípio da conservação de energia deram lugar ao princípio da conservação da massa-energia.
2. Um corpo que irradia ou absorve uma quantidade de energia  $\Delta E$  sofre uma perda de massa ou um aumento de massa  $\Delta m$  dada por  $\Delta E = \Delta mc^2$

3. As variações de energia de um corpo são sempre acompanhadas de variações da sua massa, ou seja de um aumento ou diminuição da sua inércia.

4. Nenhuma das opções.

Os resultados obtidos para a questão D permitem observar que 13% dos docentes assinalam a opção 1, 31% a opção 2 e 12% a opção 3, enquanto que 7% dos inquiridos consideram que nenhuma destas três opções está correcta. Neste caso, é sem dúvida a opção 2 que reúne maior consenso entre os docentes uma vez que 60% dos inquiridos a assinala isoladamente ou a par com outras opções de resposta.

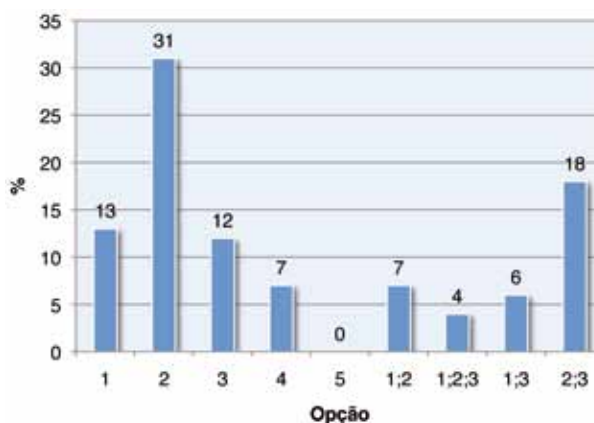


Fig. 4 - Resultados da questão D.

### Conclusão

A forma como ao longo dos anos os conceitos de massa e energia, no âmbito da teoria da Relatividade, têm sido apresentados quer na literatura científica, quer nos manuais escolares, tem conduzido a interpretações ambíguas e que seguramente confundem estudantes e docentes. Como vimos, o assunto continua a levantar polémica na actualidade. As respostas um tanto dispersas dadas ao nosso questionário parecem, em última análise, provar isso mesmo. Se, por um lado, o conceito antiquado de massa relativista parece ainda recolher a preferência da maioria, as dúvidas e contradições quanto ao papel da massa parecem ser evidentes a partir das respostas dadas. Assim, talvez já fosse tempo de fazermos uma revisão dos conceitos ensinados tendo em atenção que se trata de um campo da Física em evolução.

### Agradecimentos

Queremos exprimir o nosso agradecimento a todos os colegas que colaboraram, respondendo ao questionário que serviu de base ao artigo. Um agradecimento especial é devido ao Prof. Paulo Crawford pelas discussões que conosco teve e pelas muitas sugestões dadas.

### Leituras em português

Jorge Dias de Deus, “Viagens no espaço-tempo”, Gradiva (1998).

João Resina Rodrigues, “Introdução à teoria da Relatividade Restrita”, IST Press (1998).

## Referências

1. R. Feynman, R.B. Leighton e M. Sands, "The Feynman Lectures on Physics", Addison-Wesley (1977).
2. Lev Okun, "The concept of mass", Physics Today, Junho 1989, pags. 31-36.
3. Adler, C. A., "Does mass really depend on velocity, dad?", American J. Physics, 55 (8), 739-743 (1987).
4. Jorge Valadares, "O conceito físico de massa: I - Introdução histórica", Gazeta de Física 16 (1), 9-14 (1993) e "O conceito físico de massa: II - Análise do conceito", Gazeta de Física 16 (4), 13-19 (1993)
5. K. Krane, "Modern Physics", John Wiley (1996).
6. Edwin F. Taylor e John A. Wheeler, "Spacetime Physics, Introduction to special relativity", W. H. Freeman and Company (2ª edição, 1992).
7. Albert Einstein, The Meaning of Relativity, 6ª edição, primeira edição em 1955, edição da Elecbook, Londres, em 1997, disponível em <http://www.combat-diaries.co.uk/diary29/Link%2014%20Einstein.PDF>