2

artigo geral
VOL. 38 - N.1

Os enigmas da expansão do Universo: discussão e análise dos conceitos e preconceitos de uma grande descoberta

Paulo Aguiar[1, 2] e Paulo Crawford[2]

[1] Universidade Lusada do Porto, Rua Dr. Lopo de Carvalho, 4369-006 Porto

[2] Centro de Astronomia e Astrofsica da Universidade de Lisboa, Campo Grande, Ed. C8; 1749-016 Lisboa

Resumo

A expansão do Universo é uma das maiores descobertas do século XX. É talvez o facto mais relevante descoberto pelo homem acerca das suas origens. Por outro lado, até à identicação da radiação cósmica de fundo no domínio das micro-ondas, por Arnio Penzias e Robert Wilson em 1965, o reconhecimento de que a recessão das galáxias distantes aumenta com a distância foi a observação astronómica que mais estimulou o nascimento da cosmologia moderna. Este resultado observacional esta sobretudo associado ao astrónomo americano Edwin Hubble (1889-1953), que por essa razão é frequentemente identicado como o astrónomo que descobriu a expansão do Universo, na medida em que a descoberta da recessão das galáxias distantes foi entendida como uma prova da expansão do Universo. Neste contexto, é o seu artigo de 1929 que é habitualmente citado sempre que a expansão do Universo e atribuída a Hubble. Contudo, em nenhuma dessas páginas Hubble alguma vez se refere à expansão do Universo. Veremos, aliás, que o processo que conduz a este resultado é um caminho longo e complexo, no qual intervieram vários astrónomos e físicos teóricos, e cuja interpretação é ainda hoje alvo de debates acalorados. Vamos aqui recordar alguns dos autores e respectivos trabalhos que mais contribuíram para a ideia da expansão do Universo, bem como analisar alguns dos seus pressupostos. Discutiremos depois a possibilidade de existirem variantes do modelo padrão compatíveis com as observações actuais, tendo em conta a existência provável de heterogeneidades na distribuição da matéria numa época muito primitiva da História do Universo.

1. Introdução

O americano Edwin Hubble (1889-1953) é frequentemente identificado como o astrónomo que descobriu a expansão do Universo. Foi ele que liderou a equipa que observou o deslocamento para o vermelho das riscas de absorção dos espectros das galáxias distantes, tendo verificado que esse afastamento é tanto maior quanto maior for a distância às galáxias. Esta observação foi mais tarde interpretada como uma prova da descoberta da recessão das galáxias distantes, ou seja, como uma verificação da expansão do Universo. Ora, sempre que a expansão do universo é atribuída a Hubble, é o seu artigo de 1929 que é habitualmente citado [1]. Contudo, em nenhuma parte dessa publicação a expansão do Universo é referida.

Kragh & Smith (2003) analisaram historicamente o tema da descoberta da expansão e concluíram que só nos anos 50's do século XX o conceito de 'Lei de Hubble' e a referência a 'Hubble como o astrónomo que descobriu a expansão do Universo' se tornou habitual na literatura científica [2]. A preocupação destes historiadores da ciência "não é desacreditar Hubble ou discutir prioridades, mas sobretudo discutir o próprio processo da descoberta da universo em expansão". Porém, de uma forma muita clara, acrescentam que Hubble não pode ser creditado com o único a contribuir para essa descoberta. Citando Stephen Brush [3], que os autores assumem ter produzido uma afirmação muito mais sensata sobre este tema do que é habitual na literatura científica: "Podemos dizer que Hubble 'descobriu o universo em expansão' no mesmo sentido em que Max Planck 'descobriu os quanta': pois estabeleceu uma fórmula empírica que parecia implicar e na verdade levou outros a adoptá-la (e mais tarde a assumir que ele próprio deve tê-la adoptado) – e no entanto ele recuou na sua adopção explícita como uma afirmação verdadeira acerca do mundo, e em algumas situações chegou mesmo a sugerir que se tratava de uma afirmação falsa. "Será este um comportamento típico dos cientistas que participaram em descobertas que levaram algum tempo a serem assimiladas? Realmente o caso de Max Planck, referido por Brush, é exemplar.

Quando um cientista propõe empiricamente uma fórmula, que é entretanto adoptada pela comunidade, sem que tenha havido uma clara construção teórica baseada nos princípios e teorias adoptados até então, ficando a faltar uma explicação fundamentada, coloca-se imediatamente a questão da interpretação dessa fórmula, o que poderá dar lugar a uma longa discussão até que a fórmula seja realmente entendida; só então o novo conceito é realmente incorporado e devidamente assimilado. Isto é particularmente relevante quando há uma mudança de paradigma, que acarreta por via de regra um debate prolongado no seio da comunidade científica. Mas em geral, o que caracteriza uma boa teoria científica é que ela revela e explica aspectos desconhecidos da realidade, como é o caso da teoria da relatividade geral que recorre ao conceito de curvatura do espaço-tempo para explicar o avanço do periélio de Mercúrio. Não admira, portanto, que a história de uma descoberta seja muitas vezes um processo longo, com avanços e recuos, e com muitas contribuições, mesmo naqueles casos em que é possível atribuir uma data e um criador, como foi o caso da descoberta em 1905 da teoria da relatividade restrita por Albert Einstein. Em que medida as contribuições de H. A. Lorentz e de H. Poincaré não foram determinantes na construção de A. Einstein? Mas não vamos aqui discutir estas questões que nos afastariam dos nossos objectivos neste artigo. Recentemente, com a publicação de dois livros sobre a questão da descoberta da expansão do universo [4, 5], por H. Nussbaumer e L. Bieri (2009), e M. Bartusiak (2010), respectivamente, foram levantadas dúvidas fundamentadas acerca da prioridade de Hubble como autor dessa descoberta, e simultaneamente feita alguma clarificação no próprio processo de descoberta. Tendo por base algumas das fontes primárias mais relevantes e estas outras fontes secundárias, iremos revisitar brevemente o percurso seguido por alguns dos autores determinantes no processo que conduziu à descoberta desta concepção tão basilar para a compreensão da cosmologia moderna.

Neste trabalho mostramos também como as heterogeneidades na distribuição da matéria, produzidas até à época da última superfície de *scattering* (dispersão), quando o Universo tinha apenas algumas centenas de milhares de anos após o *Big Bang*, produziram anisotropias que, em grandes escalas angulares (para ângulos $\theta \gtrsim 2^{\circ}$)[1], poderiam ser enquadradas no contexto de alguns modelos espacialmente homogéneos mas anisotrópicos, que não diferem significativamente das consideradas no âmbito de geometrias especialmente homogéneas e isotrópicas, conhecidas por soluções ou modelos de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW). Para os modelos anisotrópicos que vamos considerar, a marca deixada na radiação cósmica de fundo pelas flutuações na densidade primordial, sob a forma de uma variação fraccional da temperatura desta radiação, é regida pela mesma expressão que é usada para os modelos FLRW. Mais precisamente, sob condições iniciais adiabáticas, o chamado efeito de Sachs-Wolfe clássico, que explicaremos mais adiante, é recuperado, desde que a anisotropia da expansão global seja pequena na época da última superfície de dispersão. Esta conclusão está de acordo com trabalhos anteriores sobre os mesmos modelos anisotrópicos onde estes passam por um processo de 'isotropização' até ao ponto em que as observações são incapazes de distingui-los dos modelos FLRW, se os dois parâmetros de Hubble ao longo das direcções ortogonais forem assumidos como aproximadamente iguais na época atual. Consideríamos limites superiores para os valores actuais dos parâmetros anisotrópicos impostos pelas observações realizados no âmbito do satélite COBE.

2. Friedmann e Lemaître

Alexander Friedmann (1922) foi o primeiro a publicar [6] soluções cosmológicas não estáticas das equações da relatividade geral, a teoria de Einstein da gravitação. Contudo, não relacionou estes resultados teóricos com observações astronómicas. Cinco anos depois, um trabalho fundamental de Georges Lemaître (1927) é publicado num jornal local belga, mas permaneceu desconhecido do público científico em geral. Mais tarde, Sir Arthur S. Eddington, antigo supervisor de Lemaître, ao comentar com este as dificuldades que estava a encontrar na análise da instabilidade do modelo estático de Einstein, toma finalmente conhecimento do artigo de Lemaître [7], e nele encontra a solução para o seu próprio problema. Procurando reabilitar-se aos olhos de Lemaître por não ter dado atenção ao artigo em devido tempo, Eddington diligencia para que o trabalho do seu antigo aluno tenha a difusão que merece, e consegue que um resumo desse trabalho seja publicado em inglês na prestigiada revista *Monthly Notices of Royal Society* (1931). Lemaître [8], nessa publicação, deu a conhecer a sua solução dinâmica das equações de Einstein com aplicação ao Universo, e extrai também uma relação linear entre as velocidades de recessão das galáxias e as respectivas distâncias: $v = H_0 d$, onde a constante de proporcionalidade, H_0, é a conhecida constante de Hubble' medida no instante actual. Combinando as velocidades radiais de 42 nebulosas extragalácticas [9] publicadas por Strömberg (1925) – que as obteve na sua maioria das observações dos deslocamentos para o vermelho (*redshifts*) de Vesto Slipher (1917) [10] – e as distâncias obtidas por Hubble (1926), Lemaître calculou a taxa

[1] O ângulo θ representa a separação angular entre dois pontos no céu.

de expansão do Universo (constante de Hubble) e obteve (625 km/s)/Mpc ou (575 km/s)/Mpc, dependendo da forma como agrupava os dados; vale a pena comparar estes valores com o valor favorito obtido por Hubble em 1929: (500 km/s)/Mpc. Em resumo, contrariamente ao que fizeram Friedmann em 1922 ou Hubble em 1929, Lemaître em 1927 relaciona a sua solução dinâmica das equações de Einstein, com as observações astronómicas conhecidas na altura, sendo assim o primeiro a sugerir, sem qualquer equívoco, um universo em expansão.

Num artigo publicado na revista *Nature* em 1931, Lemaître [11] substitui a singularidade do instante t = 0 por um único átomo contendo toda a matéria e energia. Nesse artigo, Lemaître via a evolução cósmica, depois do decaimento do átomo primordial, como o resultado do desequilíbrio entre duas forças cósmicas opostas: a gravitação e a energia escura (para usar uma denominação moderna), que estava materializada na constante cosmológica Λ, e que Lemaître associava com a energia do vácuo. Note-se que, mesmo depois de Einstein ter abandonado a constante cosmológica em 1931, Eddington e Lemaître continuaram a acreditar na sua importância. Durante uma conferência da União Astronómica Internacional em Cambridge (Massachusetts), em 1932, Eddington deu uma lição sobre "O Universo em expansão", que daria origem a um livro com o mesmo nome [12], publicado em 1933, em cujo prefácio Eddington chama a Λ a "mão escondida" na história da expansão. Mas Eddington e Lemaître tinham diferentes pontos de vista em relação ao início do Universo: Eddington e seus colaboradores insistiam numa expansão a partir de um estado estático instável, enquanto Lemaître favorecia um início explosivo.

3. Os Primeiros Modelos Cosmológicos

Antes dos trabalhos fundamentais de Friedmann e Lemaître, eram conhecidos dois modelos cosmológicos: o modelo espacialmente esférico de Einstein [13], publicado em 1917, contendo matéria distribuída homogeneamente tipo-poeira, isto é, caracterizada por uma densidade da matéria só dependente do tempo, $\rho(t)$, e uma pressão nula, em equilíbrio com um termo cosmológico, representado por Λ, que desempenha o papel uma força anti-gravítica, isto é, uma força de repulsão em vez de ser de atração, capaz por isso de anular a atracção gravítica da matéria; e o modelo de De Sitter [14], publicado no mesmo ano, que não continha matéria mas simplesmente um termo cosmológico. Nesse tempo, ambos os modelos eram considerados estáticos. E foram então estes dois modelos as grandes referências até ao final dos anos 1920's.

Apesar dos modelos de Friedmann e de Lemaître terem sido publicados nessa década, eram porém desconhecidos. Assim, as primeiras tentativas de descrever o universo e interpretar as observações astronómicas dos *redshifts* das nebulosas extragalácticas serão feitas em função destes modelos, sendo o universo de De Sitter o que despertou maior interesse entre os astrónomos, mas também provocou um maior debate sobre a sua interpretação. Vários foram os físicos teóricos ou matemáticos que se manifestaram nesse debate sobre o modelo de De Sitter, a começar pelo próprio Einstein, logo seguido por Hermann Weyl e Kornel Lanczos, e mais tarde por Eddington e Howard P. Robertson.

Qualquer destas soluções das equações de Einstein, incluindo os modelos de Friedmann e Lemaître, conhecidos mais tarde, pertencem a uma família de soluções, actualmente conhecidas por métricas de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW). No caso geral as soluções das equações de Einstein não têm que possuir simetrias especiais. Porém, para descrever o universo a grande escala consideramos soluções especialmente homogéneas e isotrópicas, sendo neste caso usual separar o espaço-tempo quadri-dimensional num volume tridimensional e uma direção temporal. Além disso, admitimos o princípio de Copérnico, que se traduz em supôr que "nossa posição no Universo não é especial" e, por conseguinte devemos generalizar as observações de modo a satisfazer homogeneidade espacial e isotropia.

Robertson foi o primeiro a reconhecer que estas condições implicam simetrias nas soluções das equações de Einstein aplicadas ao Universo, e como tal foi o primeiro a olhar explicitamente para as soluções das equações de Einstein que satisfazem estes requerimentos físicos.

Para estas soluções as equações tomam a forma seguinte:

$$2R\ddot{R} + \dot{R}^2 + kc^2 - c^2\Lambda R^2 = -\frac{8\pi G}{c^2} pR^2 \qquad (1)$$

$$3\left(\dot{R}^2 + kc^2\right) - c^2\Lambda R^2 = 8\pi\rho R^2 , \qquad (2)$$

onde $R(t)$ é o 'factor de escala', que representa o raio de curvatura do espaço tri-dimensional, $\rho(t)$ e $p(t)$ representam a densidade de massa-energia e a pressão do fluido cósmico, respectivamente, e Λ a misteriosa constante cosmológica, responsável por uma força repulsiva capaz de se opor à atração gravítica, introduzida por Einstein para garantir um modelo estático. No modelo de Einstein, $R = R_E$, representa o raio do Universo, é uma constante e p = 0, visto que se supõe haver uma distribuição espacialmente homogénea de matéria e admite-se que as partículas da matéria não interatuam entre si. Nestas condições, as equações anteriores permitem concluir que

$$4\pi G\rho = \Lambda c^2 = \frac{c^2 k}{R_E^2} ,$$

e como $\Lambda > 0$, vem $k = 1$, pelo que o universo tem curvatura espacial positiva.

Pode-se perguntar, até que ponto seria este modelo do universo visto como compatível com os dados astronómicos da época? Em 1926, Hubble empregou a equação anterior para calcular, a partir da sua determinação da densidade média $\rho = 1{,}5 \times 10^{-31}$ g/cm^3, o raio do Universo, tendo obtido

$$R = \frac{c}{\sqrt{4\pi G\rho}} = 2{,}7 \times 10^{10}\,\text{parsec.}$$

Ora, mesmo as mais recentes observações cosmológicas, que sugerem uma densidade média atual da matéria, $\rho_{m,0}$ (incluindo matéria bariónica e matéria escura) como sendo aproximadamente $\rho_{m,0} \approx 3\times10^{-27}$ kg m^{-3}, apontam para um factor de escala $R_0 \approx 2\times10^{26}$ m$\approx 6\times10^9$ parsec, valor mais do que suficiente para que uma geometria espacial contenha todo o universo observável. Por maioria de razão, o valor de R obtido por Hubble era perfeitamente compatível com as observações da época. E por outro lado, $\Lambda = 1/R_0^2 = 2{,}5 \times 10^{-53}$ m^{-2}, é suficientemente pequeno para não produzir qualquer perturbação no cálculo das observações experimentais ao nível do Sistema Solar.

Na descrição de um modelo cosmológico é importante elucidar (ver [15], por exemplo) que este só é particularizado depois de especificado o 4-vector velocidade dos observadores fundamentais (que estão a descrever o Universo) ou as correspondentes linhas do universo associadas, bem como a métrica g_{ab}, que carateriza a geometria do espaço-tempo. Os deslocamentos para o vermelho (*redshifts*) medidos por estes observadores são determinados por

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \left(\dot{u}_a e^a + \frac{\dot{R}}{R}\right) d\ell \qquad (3)$$

onde $\delta\lambda$ é a variação do comprimento de onda da radiação emitida com o comprimento de onda λ, medido pelos observadores fundamentais a uma distância $d\ell$ ao longo do caminho de um raio luminoso, $\dot{u}_a$ é a aceleração dos observadores fundamentais, $\dot{R}(t)$ é a taxa de variação no tempo do factor de escala $R(t)$, e e^a a direção de observação[2]. Como o universo de De Sitter é um espaço-tempo de curvatura constante, não existe uma escolha única para as linhas do universo fundamentais; como tal, este universo pode ser escrito de muitas formas como modelo cosmológico; ou seja, há várias formas de folhear o espaço-tempo, com $M = S \times R$, sendo a variedade 3-dimensional S aqui um espaço de curvatura constante. Note-se que o universo de De Sitter também pode ser folheado por hipersuperfícies espaciais anisotrópicas, como no caso do modelo de Bianch III, como se mostra em [16]. Na verdade, a solução de De Sitter pode ser escrita como um modelo estático – a forma inicialmente obtida por De Sitter – ou como qualquer dos universos em evolução de Robertson-Walker com $k = 0, +1$, ou -1, bem como soluções de espaço-tempo folheadas por superfícies 3-dimensionais anisotrópicas. No modelo estático, as linhas do universo fundamentais são não-geodésicas, $\dot{u}_a \neq 0$, e por isso são observados *redshifts* (de acordo com a fórmula (3)). A existência desta aceleração, resultante da presença da constante cosmológica Λ, era referida na altura como o "efeito de De Sitter". Embora na formulação original, o modelo tenha sido considerado estático, uma vez colocadas duas partículas (ou dois observadores) neste universo a uma certa distância, de modo a descreverem as linhas do universo fundamentais, verificar-se-ia um afastamento acelerado, que se traduziria na observação de um *redshift*.

Foi Lemaître (1925) que primeiro descobriu a natureza estacionária (e não estática) da solução inicial de De Sitter, por intermédio de uma escolha adequada de coordenadas [17]. Na sequência do trabalho que lhe permitiu obter as novas coordenadas, Lemaître percebeu que o modelo que procurava não podia ser estacionário, e deveria ter um raio crescente. O seu objectivo era obter algo que se situava entre os modelos de Einstein e De Sitter; para isso Lemaître ajustou as constantes de integração aos seus valores na solução estática de Einstein, e obteve uma solução, mais tarde conhecida por modelo do universo de Eddington-Lemaître, o qual descreve um universo em expansão com uma densidade de matéria não nula, que se aproxima assintoticamente do universo estático de Einstein, à medida que o tempo vai para menos infinito.

Numa publicação muito recente de J. P. Luminet (2011) encontramos uma afirmação muito clara acerca da prioridade da descoberta da expansão do universo a propósito do artigo de Lemaître de 1927, "*Un univers homogène de masse constante et de rayon croissant, rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extragalactiques*", o que não é habitual na literatura científica. Nesse artigo [18] Luminet afirma que a expansão é interpretada por Lemaître como uma consequência da recessão das galáxias: Segundo Luminet, "a grande novidade era que Lemaître fornecia a primeira interpretação dos *redshifts* cosmológicos em termos da expansão do próprio espaço, em vez de ser um movimento real das galáxias: o espaço estava constantemente a expandir-se e por conseguinte as separações aparentes entre galáxias cresciam". Nele, Lemaître calculava as soluções exatas das equações de Einstein assumindo um espaço com curvatura positiva (e topologia elíptica), densidade de matéria e pressão variáveis no tempo, e uma constante cosmológica não nula. Isto levou-o a obter um modelo com uma expansão continuamente acelerada, no qual ajustou o valor da constante cosmológica de modo que o raio $R(t)$ do espaço, uma híper-esfera S^3, cresce constantemente a partir do valor do raio da híper-esfera estática de Einstein, R_E, para $t = -\infty$. Desta forma eliminava a singularidade no passado e resolvia o problema da idade do Universo.

[2] Na Eq. (3) estamos a usar $c = 1$ e, como é habitual no cálculo tensorial, a *convenção de soma* de Einstein segundo a qual um índice covariante e outro contravariante repetidos indicam uma soma em toda a gama de variação dos respectivos índices; assim, no caso do espaço-tempo, temos $\dot{u}_a e^a = \dot{u}_0 e^0 + \dot{u}_1 e^1 + \dot{u}_2 e^2 + \dot{u}_3 e^3$.

4. Modelos anisotrópicos compatíveis com as observações mais recentes

4.1 Introdução

A tarefa de provar a homogeneidade e isotropia do Universo em grandes escalas não é simples. É consensualmente aceite que o Universo é espacialmente homogéneo como consequência de uma hipótese de simetria a que chamamos princípio de Copérnico, ou princípio cosmológico, isto é, a suposição de que vivemos num lugar típico do cosmos. Como consequência desta hipótese, as soluções cosmológicas que descrevem bem o Universo real devem ter o mesmo aspecto em todos os pontos do espaço, em cada instante, e em todas as direções. Por outras palavras, as soluções cosmológicas aceitáveis devem ser espacialmente homogéneas e isotrópicas. Todos os modelos referidos anteriormente assumem estas hipóteses de simetria. Porém, no que se segue vamos deixar cair a isotropia espacial exacta e vamos admitir modelos com ligeira anisotropia compatível com as observações, quando consideramos o Universo a grande escala, como explicaremos adiante.

Ora, atendendo à homogeneidade espacial, que vamos continuar a assumir, devemos ter em conta um resultado fundamental que decorre do princípio de que se a temperatura da Radiação Cósmica de Fundo (RCF) fosse exactamente isotrópica em relação a qualquer ponto no espaço-tempo, o Universo deveria seguir exactamente um modelo de FLRW. Isto foi provado por Ehlers, Geren e Sachs [19] e é conhecido como o teorema EGS. As observações indicam que a temperatura da RCF é isotrópica a um nível considerável. Estas observações, em conjunto com o princípio de Copérnico, levam ao consenso generalizado de que o Universo pode ser descrito com precisão por um modelo espacialmente homogéneo e isotrópico em escalas suficientemente grandes, reduzindo assim drasticamente o espaço de soluções das equações de Einstein e do número de modelos cosmológicos possíveis.

No entanto, o teorema EGS não é directamente aplicável ao Universo real porque a temperatura da RCF não é exactamente isotrópica. Este facto pode explicar porque é que, apesar do elevado nível de isotropia da temperatura da RCF, alguns autores têm trabalhado em modelos espacialmente homogéneos, mas anisotrópicos para avaliar se eles podem ser compatíveis com as observações actuais, em particular com aqueles modelos que podem ser considerados como 'próximos' de FLRW. Vale a pena recordar que Stoeger, Maartens, & Ellis (1995) fizeram o que se pode considerar uma hipótese razoável ao estender os resultados de Ehlers *et al.* substituindo o "exactamente" por "quase", e obtendo assim o que se considera um teorema "quase" EGS. Concretamente, mostraram que se a temperatura da RCF é medida como sendo quase isotrópica numa região do espaço-tempo de um universo em expansão, então é possível descrever o universo *nessa região* por um modelo próximo de FLRW.

Para dar um significado preciso do que se entende por um "modelo próximo de FLRW" seguimos a abordagem de Wainwright & Ellis (1997, § 2.4) [21], mas tendo como foco a questão da anisotropia. Para isso, quantificamos o desvio do universo em relação a um modelo isotópico FLRW recorrendo ao tensor de cisalhamento ou *shear*, σ_{ab}, do fluido cósmico e ao tensor de curvatura de Weyl, C_{abcd}, que é aquela parte do tensor de curvatura, R_{abcd}, que não depende das distribuições de matéria ou energia, os quais se anulam nos modelos FLRW. O *shear* descreve a anisotropia da expansão global do universo e o tensor de curvatura de Weyl, que representa o campo gravitacional puro independente das fontes, descreve, por exemplo, as forças de maré. Mas não basta exigir que estas quantidades sejam pequenas numa cosmologia anisotrópica em expansão, uma vez que estas quantidades têm dimensões físicas não nulas. Além disso o *shear*, por exemplo, tendo para zero com o tempo independentemente do modelo isotropizar ou não. As quantidades apropriadas sem dimensões físicas podem obter-se dividindo por potências apropriadas da constante de Hubble H média[3]. É assim habitual definir-se uma métrica como 'próxima' de um modelo FLRW quando ambos os parâmetros

$$\Sigma^2 = \frac{\sigma_{ab}\sigma^{ab}}{6H^2}, \qquad \mathcal{W}^2 = \frac{E_{ab}E^{ab} + H_{ab}H^{ab}}{6H^4}, \tag{4}$$

são quase nulos, embora geralmente o primeiro escalar receba mais atenção que o segundo na literatura. Aqui, σ_{ab} representa o tensor de cisalhamento ou *shear*, que mede o grau de anisotropia da expansão, H é a constante de Hubble média (estamos a admitir que a taxa de expansão do espaço não é a mesma em todas as direcções), e os tensores E_{ab} e H_{ab} são a parte eléctrica e magnética do tensor de Weyl[4], o qual representa a parte intrínseca da curvatura do espaço-tempo que não depende diretamente das fontes (energia e campos), são definidos pelas relações

$$E_{ab} = C_{abcd}u^b u^d, \qquad H_{ac} = \frac{1}{2}\epsilon_{ab}^{\ \ ..ef} C_{efcd}u^b u^d, \tag{5}$$

onde u^a representa a 4-velocidade do fluido cósmico. A literatura refere-se a Σ como o parâmetro de cisalhamento e W como o parâmetro de Weyl.

Note-se que, para modelos de fluidos perfeitos espacialmente homogéneos não-enviesados, isto é, em que as linhas do Universo das partículas do fluido cósmico fluem ortogonalmente às superfícies $t = const.$, um valor nulo para o tensor de cisalhamento implica que a curvatura do tensor de Weyl também é nula e estes factos caracterizam os mo-

[3] Note-se que num modelo anisotrópico, em geral, podem existir três constantes de Hubble distintas, segundo cada uma das direcções espaciais.

[4] O tensor de Weyl é um tensor de quarta ordem que pode ser decomposto em dois tensores de segunda ordem, de modo semelhante ao que acontece com o tensor electromagnético F_{ab} que contém dois campos vectoriais: o campo eléctrico E e o campo magnético B.

delos de FLRW, ou seja, $\Sigma = 0 \Rightarrow W = 0$. No entanto, restringindo Σ a um valor baixo, não garante que W seja pequeno, pois o tensor de curvatura Weyl está relacionado com derivadas em ordem ao tempo do tensor de cisalhamento e estas não necessitam de ser pequenas em comparação com H^2. É, assim, muito importante notar que o teorema EGS pode ser estendido, como foi mostrado em Stoeger et al (1995), feitas algumas suposições razoáveis, substituindo a palavra 'exactamente' por 'quase', resultando a obtenção de um 'quase' teorema EGS [20].

Por outras palavras, os autores mostraram, dadas certas suposições, que se a temperatura da RCF for medida como sendo quase isotrópica numa região do espaço-tempo de um universo em expansão, então esse universo está perto de um modelo FLRW nessa região. Em termos dos parâmetros da anisotropia atrás introduzidos, a condição para o universo estar perto de um modelo de FLRW pode ser traduzida pelas desigualdades

$$\Sigma \ll 1, \quad \mathcal{W} \ll 1. \tag{6}$$

Deve salientar-se, entretanto, que W. C. Lim (2001) mostra [22] que existem modelos cosmológicos espacialmente homogéneos tais que a temperatura da RCF é medida como sendo isotrópica em determinado momento t_0 por todos os observadores fundamentais, apesar da expansão total do universo ser altamente anisotrópica em t_0, onde t_0 representa o tempo actual.

Por outro lado, se os testes clássicos de cosmologia forem aplicados ao modelo de Kantowski-Sachs e os resultados comparados com os que são obtidos para o modelo padrão, tal como mostrou A. Henriques (1996), as observações não são capazes de distinguir este modelo dos de FLRW, se os parâmetros de Hubble ao longo das direcções ortogonais forem assumidos como aproximadamente iguais [23] em t_0, isto é, se $\Sigma \approx 0$. Seguindo o mesmo raciocínio, fizemos um estudo qualitativo [24] de três soluções axialmente simétricas, conhecidas por métricas de Kantowski-Sachs, Bianchi I e Bianchi III, com constante cosmológica e poeira, para analisar quais os modelos que eram fisicamente permitidos, se considerarmos um elevado grau de isotropia, do ponto de vista da expansão total. Mais especificamente, apesar das geometrias destes modelos descreverem campos cosmológicos anisotrópicos, poderiam ser considerados como 'quase' de FLRW do ponto de vista da sua expansão global, uma vez que o tensor de cisalhamento (*shear*) era quase nulo, pelo menos desde o tempo da última superfície de dispersão, quando o Universo tinha apenas uma centena de milhares de anos após o *Big Bang*. Descobrimos que estes modelos sofrem uma 'isotropização' até ao ponto em que as observações já não são capazes de distinguir estes modelos do modelo padrão, com excepção do modelo de Kantowski-Sachs ($\Omega_{k0} < 0$) e do modelo de Bianchi III ($\Omega_{k0} > 0$) com $\Omega_{\Lambda 0}$ menor do que um certo valor crítico $\Omega_{\Lambda M}$ [24]. A partir desta análise, concluímos que estes modelos são bons candidatos para a descrição do Universo observado, desde que os parâmetros de Hubble sejam aproximadamente iguais a partir da época da última dispersão.

Por outras palavras, valores baixos do primeiro parâmetro, Σ, são suficientes para assegurar um comportamento semelhante a FLRW e a afirmação de que a expansão altamente isotrópica significa que $\Sigma \ll 1$.

Historicamente, a detecção da RCF tem levado à imposição de restrições em modelos teóricos no campo da cosmologia, favorecendo soluções do Big Bang. Com efeito, foi observado o nível de isotropia da temperatura da RCF, detectada inicialmente por Penzias & Wilson (1965), que tem sido considerada como oferecendo a melhor evidência para a isotropia do Universo em larga escala e ainda é o argumento mais forte em favor de uma expansão isotrópica do Universo [25]. Posteriormente as experiências mais precisas provaram que esta radiação tem flutuações de temperatura, ou anisotropias. Pensa-se que estas pequenas anisotropias estão na origem das estruturas do Universo em larga escala, como galáxias, enxames de galáxias, etc. que hoje observamos.

Em 1992, o satélite COBE (Cosmic Background Explorer) [26, 27] observou a RCF com uma precisão sem precedentes, revelado pela primeira vez que o nível das flutuações de temperatura da RCF em grandes escalas é da ordem $\frac{\Delta T}{T} \simeq 10^{-5}$ [28, 29]. Após o COBE foram efectuadas muitas outras experiências em terra e de balão [30], com maior resolução angular, que confirmaram este resultado e que permitiu investigar o nível das anisotropias numa grande variedade de escalas angulares.

Em grandes escalas angulares, as anisotropias da RCF$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)$, são dominados pelo chamado efeito de Sachs-Wolfe, proposto por Rainer Sachs e o seu aluno Arthur Wolfe que descobriram [31] que a RFC seria influenciada pelo colapso gravitacional da matéria do universo. Desta forma, as flutuações de densidade primordiais deveriam deixar a sua marca na RCF sob a forma de pequenas variações na temperatura da sua radiação em diferentes direcções do céu. É pois um efeito de origem essencialmente gravitacional. Esse fenómeno, deduzido teoricamente por Sachs & Wolfe, foi usado para calcular as perturbações de primeira ordem num universo de FLRW com um espaço plano, preenchido quer com poeira quer por radiação.

Esta é apenas uma das várias fontes possíveis de anisotropia, que ocorre quando há falta de homogeneidade na distribuição de matéria sobre a última superfície de dispersão, que podem produzir anisotropias pelo *red-shift* ou *blue-shift* dos fotões.

Nesta abordagem calculámos o efeito de Sachs-Wolfe para dois modelos anisotrópicos mas homogéneos (Kantowski-Sachs e Bianchi III) que também são localmente rotacionalmente simétricos (LRS) e descobrimos que sob o pressuposto $H_{a_0} \simeq H_{b_0}$ (considerámos uma pequena anisotropia compatível com as observações do COBE) esses modelos permitem-nos recuperar o efeito clássico Sachs-Wolfe obtido para universos de FLRW. Este é um resultado interessante, que nos diz que as observações da RCF em grandes escalas angulares não são capazes de distinguir estes modelos anisotrópicos dos modelos isotrópicos de FLRW. Note-se, no entanto, que é possível construir outra classe de modelos anisotrópicos, que se aproximam assimptoticamente da isotropia, de modo que os correspondentes efeitos cinemáticos sobre a radiação observada sejam evitados, como é demonstrado em [32].

4.2 O método

Como Collins e Hawking [33] muito bem assinalaram, o número de soluções cosmológicas que demonstram isotropia exacta bem depois da origem do *Big Bang* é uma pequena fracção do conjunto de soluções admissíveis para as equações de Einstein. É, por conseguinte, prudente levar a sério a possibilidade de que o Universo possa estar a expandir-se de forma anisotrópica, embora não muito acentuada, e investigar o efeito que essa expansão possa ter na distribuição angular da radiação de fundo. Neste trabalho mostramos que, para grandes escalas angulares $(\vartheta \gtrsim 2°)$, existem modelos homogéneos mas anisotrópicos, onde os fotões que viajam da última superfície de dispersão para um observador encontram perturbações na métrica que o levam a mudar a sua frequência, como acontece no caso de modelos de FLRW.

As métricas anisotrópicas que consideramos aqui são as de Kantowski-Sachs e Bianchi III LRS, com fluido perfeito, com pressão anisotrópica nula, dadas por

$$d\tilde{s}^2 = -dt^2 + a^2(t)dr^2 + b^2(t)(d\theta^2 + f^2(\theta)d\phi^2), \qquad (7)$$

onde

$$f(\theta) = \begin{cases} \sin\theta & \text{para Kantowski-Sachs} \\ \sinh\theta & \text{para Bianchi III} \end{cases}$$

Calculámos o efeito de Sachs-Wolfe [31, 34], assumindo pequenas perturbações nas métricas acima consideradas e depois integrando as equações das geodésicas para os fotões da RCF ao longo dos seus caminhos, a partir da última superfície de dispersão para o observador. Neste trabalho contabilizámos os 'efeitos cinemáticos' sofridos pela propagação da radiação livre desde o último *scattering*, num universo perturbado, e os 'efeitos intrínsecos' originados por o conjunto de processos físicos e microfísicos relacionados com as perturbações de densidade durante última superfície de dispersão.

Após algum trabalho matemático e diversas considerações físicas e cosmológicas obtemos a expressão do efeito de Sachs-Wolfe

$$\frac{\delta T_r}{T_r} = \frac{1}{3}\Psi_e + 2\int_e^r \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} dw, \qquad (8)$$

on de Ψ_e é uma perturbação escalar constante no momento da emissão dos fotões e o segundo termo é chamado de *efeito de Sachs-Wolfe integrado*. Esta expressão para o efeito de Sachs-Wolfe é a mesma que a que é obtida para a universos de FLRW, para a mesma ordem de aproximação e para condições iniciais adiabáticas. As restrições impostas[5] foram $|\Omega_{M_0} + \Omega_{\Lambda_0} - 1| \simeq 10^{-9}$ e $H_{a_0}/H_{b_0} = 1 \pm 3{,}6 \times 10^{-9}$.

4.3 Conclusões finais sobre os modelos anisotrópicos

Destacamos mais uma vez que devemos ter presente que o pressuposto $H_a \simeq H_b$ não implica por si só uma métrica isotrópica ou mesmo uma métrica quase isotrópica, tal como é expresso pelo crescimento do Weyl nas Equações (4), quando recuamos no tempo até à época da última superfície de dispersão. Embora Σ possua um valor baixo desde a época actual ($\Sigma_0 \sim -3{,}6 \times 10^{-9}$) até ao instante da última superfície de dispersão ($\Sigma_{ls} \sim -4{,}4 \times 10^{-5}$), o termo de Weyl, cresce de $W_0 \sim 2 \times 10^{-10}$ no instante actual para $W_{ls} \sim 3{,}8 \times 10^{-1}$ no instante da última superfície de dispersão. Isso mostra o carácter anisotrópico destes modelos no passado. Resumindo, Σ cresce cerca de $1{,}2 \times 10^4$, enquanto W cresce cerca de $1{,}9 \times 10^9$, quando recuamos no tempo ($t_0 \rightarrow t_{ls}$). Mesmo que se imponha um elevado grau de isotropia no presente, o comportamento anisotrópico destes modelos acabará por se evidenciar quando se recua suficientemente no tempo. No entanto, a variação do termo W não afecta decisivamente o cálculo de primeira ordem de $\delta T_r/T_r$.

Uma análise menos cuidadosa destes resultados poderia levar-nos a concluir que a precisão na fixação dos valores dos parâmetros de densidade e dos parâmetros de Hubble (H_a e H_b) era tão grande que esses modelos se 'transformavam' em modelos isotrópicos e, portanto, sem interesse de estudo. O comportamento dos escalares W e Σ e suas derivadas temporais permitiram confirmar que, de facto, estes modelos podem apresentar um nível elevado de isotropia durante um período de tempo suficientemente elevado desde que W e Σ possam permanecer com valores próximos de zero. Mas recuando suficientemente no tempo (para épocas anteriores à última superfície de dispersão), estes escalares tendem para o infinito, independentemente da precisão que escolhamos para os parâmetros do Hubble e densidade, o que mostra a natureza anisotrópica desses modelos.

Uma vez que a expressão obtida (para o efeito de Sachs-Wolfe) nos modelos de Kantowski-Sachs e

[5] As densidades Ω_{M0} e $\Omega_{\Lambda 0}$ são obtidas a partir da introdução dos modelos Kantowski-Sachs e Bianchi III nas equações de Einstein e integrando de seguida. Para as restrições pretendidas Ω_{M0} representa a densidade de matéria bariónica e $\Omega_{\Lambda 0}$ a densidade associada à constante cosmológica. Para mais detalhes ver [24].

Bianchi III, é a mesma que é dada para o modelo plano de FLRW, podemos concluir que, estes modelos anisotrópicos são também bons candidatos para a descrição do Universo observado desde que possamos supor que $H_{a_0} \simeq H_{b_0}$ (tendo em conta o limite superior para o valor actual do escalar de Σ, imposto por observações do COBE) e façamos uma escolha especial dos parâmetros de densidade: $\Omega_0 + \Omega_{\Lambda_0} \simeq 1$. Este é mais um passo dado no mesmo sentido do trabalho [24], citado anteriormente. De resto este estudo também está de acordo com outro resultado anterior [23]: não é possível distinguir o modelo Kantowski-Sachs dos modelos de FLRW, com os testes clássicos de Cosmologia, se os parâmetros do Hubble ao longo das direcções ortogonais forem considerados aproximadamente iguais.

Esta discussão poderia ter sido realizada usando dados mais recentes como os do satélite Plank [35] e o interferómetro AMIBA [36], cujos dados proporcionam muito melhor resolução, mas também exigiriam a consideração de outros termos como o efeito Sachs-Wolfe integrado. Porém, cremos que não mudariam no essencial as considerações aqui feitas.

Em conclusão, a observação do patamar do efeito de Sachs-Wolfe não nos permite distinguir entre os modelos de FLRW e os modelos anisotrópicos de Kantowski-Sachs e Bianchi III. Para responder a esta indefinição será necessário considerar e processar os dados dos projectos Planck [35] e AMIBA [36] para considerar regiões menores do que as do horizonte na última superfície de dispersão ($l > 100$, $\vartheta < 1°$). Dentro desta região de multipolos, as perturbações são dependentes do modelo. Só com esta informação se poderá concluir se o nosso Universo pode ser modelado por um destes modelos anisotrópicos, ou se eles ficarão definitivamente excluídos.

Finalmente, não podemos terminar sem agradecer as sugestões de alguns colegas, em particular de José Pedro Mimoso, com quem um dos autores (PC) colaborou na realização de algumas publicações que abordaram temas aqui discutidos, e ao anónimo *referee* da Gazeta de Física que colocou algumas questões no intuito de melhorar a apresentação e o conteúdo do artigo.

Referências

1. Hubble, E. (1929) 'A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae', Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of American, Vol. 15, Issue 3, p.168.
2. Kragh, H. and Smith, R.W. (2003). "Who Discovered the Expanding Universe", *History of Science*, 41, 141-162.
3. Brush, S. G. (2001). "Is the Earth too old? The impact of geochronology on cosmology, 1929-1952", in *The age of the Earth: From 4004 BC to AD 2002*, ed. by C.L.E. Lewis and S.J. Knell (London), 157-75, p. 62.
4. Nussbaumer, H and Bieri, L. (2009). *Discovering the Expanding Universe*, Cambridge Universe Press, Cambridge.
5. Bartusiak, M. (2009). *The Day We Found the Universe*, Pantheon Books, New York.
6. Friedmann, A. (1922). " Über die Krümmung des Raumes", Zeitschrift für Physik, 10, 377.
7. Lemaître, G. (1927). "Un univers homogène de masse constante et de rayon croissant, rendant compte de lavitesse radiale des nébuleuses extragalactiques", *Annals de la Societ e Scientique de Bruxelles*, série A, vol. 47, p.49.
8. Lemaître, G. (1931a). "A Homogeneous Universe of Constant Mass and Increasing Radius accounting for the Radial Velocity of Extragalactic Nebulae", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 91, 483.
9. Strömberg, G. (1925). "Analysis of Radial Velocities of Globular Clusters and Non-Galactic Nebulae", *Astrophys. J.* 61, 353.
10. Slipher, V. M. (1917). "Nebulae", Proceedings of the American Philosophical Society, vol. 56, p. 403
11. Lemaître, G. (1931b), "The beginning of the world from the point of view of quantum theory", *Nature* 127, 706.
12. Eddington, A. S. (1933). The Expanding Universe. Cambridge. Cambridge University Press.
13. Einstein, A. (1917). Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. p. 142.
14. De Sitter, W. (1917). Proc. Akad. Wetench. Amsterdam, vol. 19, 1217.
15. Ellis, G. F.R. (1971). Relativistic Cosmology. In *General Relativity and Cosmology*, ed. R. K. Sachs (Enrico Fermi School XLVIII). New York: Academic Press, 104-182.
16. P. Crawford and P. Vargas Moniz (1993), *Int. J. Theo. Phys.*, 32, 841-848.
17. Lemaître, G. (1925). "Note on de Sitter's universe". *Physical Review*, 25, Ser. II, 903.
18. Luminet, J.P. (2011). "Editorial note to 'The beginning of the world from the point of view of quantum theory'", Gen.Rel.Grav. 43, 2911-2928.
19. Ehlers, J., Geren, P e Sachs, R.K. (1968) *J. Math. Phys.* 9, 1344.
20. Stoeger, W. R., Maartens R. e Ellis, G. F. R. (1995), *Astrophys. J.* 443 1 (1995).
21. Wainwright, J., & Ellis, G. F. R. 1997, Dynamical Systems in Cosmology (Cambridge: Cambridge Univ. Press)
22. W. C. Lim *et. al., Class. Quantum Grav.* 18, 5583 (2001).
23. A. Henriques, *Astrophysics and Space Science* 235 129 (1996).
24. P. Aguiar and P. Crawford, *Phys. Rev. D* 62 123511 (2000).
25. A. A. Penzias and R. W. Wilson, *Astrophys. J.* 142 419 (1965).
26. G. F. Smoot, *Astrophys. J.* 396 L1 (1992).
27. P. Coles and F. Lucchin, *Cosmology – The Origin and Evolution of Cosmic Structure* (Wiley, Chichester, England 1995), p. 185.
28. J. C. Mather *et. al., Astrophys. J.* 420 439 (1994).
29. R. B. Partridge, *Class. Quant. Grav.* 11 A153 (1994).
30. R. B. Partridge, *Rep. Prog. Phys.* 51 647 (1988).
31. R. K. Sachs and A. M. Wolfe, *Astrophys. J.* 147 73 (1967).
32. José P. Mimoso and Paulo Crawford, "Shear-free Anisotropic Cosmological Models", *Class.Quantum Grav.*, 10 315-326 (1993)
33. C. B. Collins and S. W. Hawking, *Mon. Not. Astron. Soc.* 162 307 (1973).
34. M. White *et. al., Ann. Rev. Astron. & Astrophys.* 32 319 (1994).
35. http://www.esa.int/SPECIALS/Planck/index.html
36. http://amiba.asiaa.sinica.edu.tw/

Paulo Aguiar é Licenciado em Física/Matemática Aplicada (Ramo Astronomia) pela Fac. Ciências da Universidade do Porto em 1991. É Mestre em "Altas Energias e Gravitação" pela Fac. Ciências da Univ. Lisboa em 1994, onde também obteve o doutoramento em Cosmologia em 2004. É membro do Centro de Astronomia e Astrofísica da Universidade de Lisboa, integrado no Instituto de Astrofísica e Ciências do Espaço. Actualmente é professor na Universidade Lusíada do Porto.

Paulo Crawford é Professor Agregado Aposentado da Universidade de Lisboa, docente no Departamento de Física, onde leccionou e desempenhou diversos cargos pedagógicos e directivos. Tem desenvolvido investigação em Gravitação e Cosmologia em vários centros de investigação da FCUL e é actualmente membro do Instituto de Astrofísica e Ciências do Espaço da Universidade de Lisboa. Tem publicado extensivamente, desde o final dos anos 80, sobre Buracos Negros, Wormholes e Estrutura Causal, Cosmologia Relativista, Teoria da Relatividade e Soluções Exactas das Equações de Einstein. Interessa-se, igualmente, pela História da Relatividade, tendo já publicado sobre o eclipse de 1919 e recepção da relatividade em Portugal e desenvolve uma forte actividade de divulgação destes tópicos para o grande público.