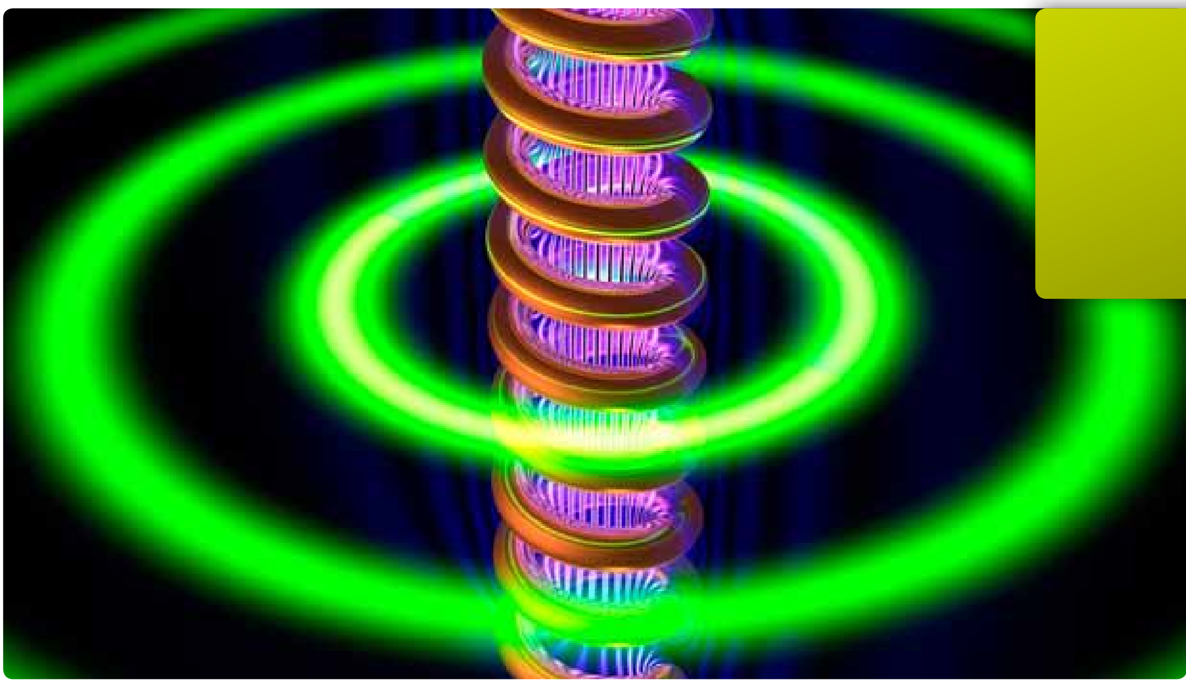


Efeito de Aharonov-Bohm

Augusto Barroso

É praticamente impossível não iniciar o estudo do electromagnetismo pela electrostática.
Após o estudo da lei de Coulomb é usual definir o campo eléctrico $\vec{E}$ como uma força por unidade de carga. Como nesta altura os alunos já sabem identificar o que são forças conservativas é fácil, invocando este conceito, introduzir o potencial V, tal que:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \tag{1}$$

Infelizmente por vezes não se dá o devido relevo ao facto desta equação ser aproximada. De facto, o campo eléctrico não é conservativo. Com efeito, a equação correcta é:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \tag{2}$$

em que $\vec{A}$ é o potencial vector. O rotacional deste vector é o campo magnético $\vec{B}$, i. e.,

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \cdot \tag{3}$$

As equações (2) e (3) dão-nos os campos eléctrico e magnético como derivadas dos potenciais, V e $\vec{A}$. Apesar disso, é usual sublinhar o papel dos campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ em detrimento dos potenciais. Alguns livros vão mesmo ao ponto de atribuírem natureza física aos primeiros e relegarem os potenciais para a categoria de grandezas matemáticas auxiliares.
Dada uma função $\chi(t,\vec{r})$, as transformações

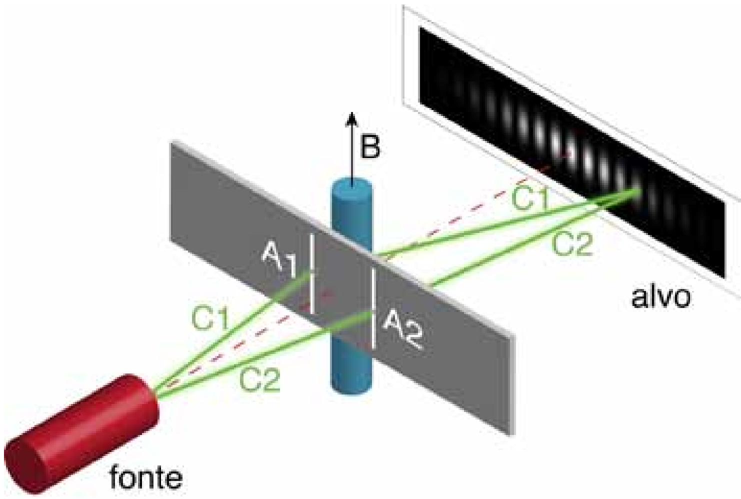
$$\begin{aligned} \vec{A} &\to \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\chi \\ V &\to V' = V - \frac{\partial \chi}{\partial t} \end{aligned} \tag{4}$$

introduzem novos potenciais V' e $\vec{A}'$. Contudo, a simples substituição destas equações nas equações (2) e (3) mostra que o campo eléctrico e o campo magnético permanecem os mesmos. Esta liberdade na escolha dos potenciais designa-se por liberdade de gauge. O electromagnetismo é pois uma teoria em que existe esta **liberdade de escolha da gauge**. Outras teorias que explicam as interacções forte e fraca gozam também desta propriedade.
A dinâmica de uma partícula de carga eléctrica e colocada num campo electromagnético é dada pela equação:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \tag{5}$$

onde $\vec{p}$ é o momento linear da partícula e $\vec{v}$ a sua velocidade. Mais uma vez, os potenciais não aparecem. É este facto que justifica a ideia de que os potenciais **não têm significado físico**!
Para verificarmos que esta ideia é errada, consideremos a partícula de carga e descrita por uma equação quântica. Em vez da eq. (5) teremos agora:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle = \left[\frac{(\vec{p} - e\vec{A})^2}{2m} + eV \right] |\psi\rangle \tag{6}$$



Neste caso, a dinâmica da carga colocada num campo electromagnético depende directamente dos potenciais. Mesmo o leitor menos familiarizado com a mecânica quântica não deixará de reconhecer em (6) a equação de Schrödinger. Apenas lhe recordo que $\vec{p}$ é agora o operador quântico momento linear, $\vec{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$. Se nesta equação usar para V o potencial devido ao núcleo, $V = -Ze/r$ e desprezar o termo em $\vec{A}$, obtemos a equação na forma em aparece como ponto de partida para o estudo dos átomos. Esse não será o nosso caminho aqui. O nosso objectivo é mostrar que o aparecimento directo dos potenciais na eq. (6) origina um efeito mensurável.

Consideremos então a célebre experiência da dupla fenda realizada com um feixe de electrões. A figura acima ilustra a montagem. Entre as duas fendas A_1 e A_2 existe um solenóide B, cujo campo magnético no seu interior é perpendicular ao papel. Como sabemos, este campo é nulo no exterior. Na ausência de corrente eléctrica no solenóide, teremos a experiência clássica da dupla fenda. No alvo fluorescente P aparecem riscas alternadamente claras e escuras, cuja explicação em termos de ondas é muito simples. As ondas que seguem os dois caminhos A_1 ou A_2 chegam ao alvo com uma diferença de fase e interferem. Quando esta diferença é de π existe interferência destrutiva e a amplitude da onda resultante é nula. Pelo contrário, nos pontos onde as duas ondas chegam em fase existe reforço e a amplitude é máxima.

Imaginemos então que estamos a realizar esta experiência e que, para uma dada energia do feixe, determinámos as posições das riscas. Podemos perguntar: o que acontecerá se no solenóide passar corrente eléctrica? À primeira vista poderíamos pensar que tudo ficava na mesma. Com efeito, o solenóide está escondido de trás da parede onde estão as fendas de modo que os electrões não passam no seu interior. Poderemos até reforçar a blindagem do solenóide e fazê-lo suficientemente comprido para que as suas extremidades estejam muito para além da zona da parede atingida pelo feixe incidente. Assim, na zona onde passam os electrões (exterior do solenóide) o campo magnético é nulo. Na verdade o que se observa é que a figura de interferência se altera. Continuamos a ter riscas mas a sua posição não é a mesma. Porquê? Porque para o mesmo ponto do alvo, a diferença de fase já não é a mesma.

A mecânica quântica permite mostrar que existe uma fase adicional ϕ dada por

$$\phi = \frac{ie}{\hbar c}\int_S \vec{B}.\vec{n}\, dS \qquad (7)$$

O integral é um integral de superfície calculado sobre a superfície S limitada pelos caminhos c_1 e c_2. O valor deste integral é o fluxo do campo magnético através da superfície. É a existência desta fase adicional que altera o espectro de riscas. Este efeito foi previsto em 1959 por Aharonov e Bohm [1] e a primeira experiência foi feita no ano seguinte por Chambres [2].

Comemoramos este ano o cinquentenário desta experiência. Talvez seja tempo dela ser descrita de forma simples nos livros do ensino secundário.

1. Y. Aharonov, D. Bohm, “Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory”, Phys. Rev. 115, 485 (1959)
2. R. G. Chambers, “Shift of an electron interference pattern by enclosed magnetic flux”, Phys. Rev. Lett. 5, 3 (1960)