ESTABELECIMENTO DA TRANSFORMAÇÃO DE LORENTZ RECORRENDO A UM CONCEITO DE VELOCIDADE LIMITE

RODRIGO DE ABREU
Departamento de Física, IST, Lisboa, Portugal

Estabelece-se e interpreta-se a transformação de Lorentz sem que se imponha a hipótese de invariância da velocidade da luz. Esta condição não pode ser imposta se o fotão não tem massa nula — basta admitir que a velocidade de qualquer partícula tem um limite superior e que uma trajectória rectilínea se transforma numa trajectória rectilínea para se obter a transformação de Lorentz entre dois referenciais.

Mostra-se através de uma análise física como se pode obter a transformação de Lorentz com relógios de Feynman com partículas que se movem com velocidade inferior a k **(velocidade limite), em movimento em duas posições —** ***longitudinal*** **e** ***transversal*****. O relógio na posição longitudinal permite de uma forma simples e directa obter as equações de Lorentz, a noção de dessincronização, as fórmulas de transformação das velocidades e as expressões do efeito Doppler. O tempo é introduzido logo à partida através de d =** kt**, em que d é a distância, t o tempo e** k **a velocidade do tempo assim designada por nenhuma partícula com massa diferente de zero poder ter esta velocidade. Deste modo a limitação das velocidades é uma consequência da conceptualização do tempo e a transformação de Lorentz deriva de um só postulado de relatividade dado** k **ser o mesmo em todos os referenciais — usamos a mesma escala de tempo em todos os referenciais. Desta forma a interpretação física que se apresenta é consistente com o resultado fundamental, bem conhecido, de que a transformação de Lorentz pode ser obtida a partir da hipótese de existência de uma velocidade limite — a invariância do intervalo do espaço-tempo acarreta as referidas transformações dado o valor da velocidade limite ser o mesmo para dois observadores em movimento relativo (se tiverem acordado nos mesmos padrões de medição). Podemos dizer que o facto da velocidade limite — aqui apresentada** k**, coincidir com a da propagação da luz no vazio e, não é mais que uma consequência da massa do fotão ser considerada nula.**

Transformação de Lorentz

Relatividade

Tempo

Velocidade da luz

Dessincronização

Efeito Doppler

1. Introdução

Comecemos por notar que, classicamente, uma partícula com velocidade infinita teria energia infinita. Notemos também que uma velocidade limite é sugerida pela maior velocidade observada na natureza — não se observam partículas [1] com velocidade superior a um determinado valor **k** [2,3,4]. Admitamos que existe um valor para que tende assimptoticamente a velocidade. Tal significa que poderíamos identificar o tempo com a distância percorrida com esta velocidade limite (**k** = 1). Veremos que o admitir que **k** é um valor finito permite obter uma teoria consistente — num referencial em movimento em relação ao primeiro a velocidade limite prevista pela teoria continua a ser **k (dado que se admitirmos a existência de uma velocidade limite k num referencial teremos que admitir o mesmo valor k num outro** equivalente **ao primeiro)**, as relações entre as distancias e o tempo são uma constante. O tempo e o espaço não são independentes embora a intuição adquirida pela noção de velocidades diferentes faça pensar o contrário.

De facto, temos uma intuição do tempo, da passagem do tempo que nos é dada pela noção de velocidade. Espaço e tempo estão ligados de uma tal forma instintiva *(sublinhe-se a sofisticação do sistema de sonar de um morcego conjuntamente com a descriminação em frequência obtida através do efeito Doppler associado ao movimento das orelhas* [5], *ou o talento musical de Mozart)*, que Santo Agostinho afirmava: *"Se não me perguntam o que é o tempo eu sei o que é; mas, se me fazem tal pergunta, não o sei..."* [6,7]. Ora a relação entre distância d, velocidade v e tempo t, $d = vt$, faz com que distância e tempo apareçam indirectamente relacionados através de v, o que leva a associar distancia e tempo a múltiplos valores. O que iremos procurar tornar evidente é que esta intuição deve, em parte, ser alterada. Para uma dada distancia d existe um tempo t, $d = \mathbf{k}t$ em que **k** é uma constante universal a que iremos chamar velocidade do tempo. Para um dado tempo existem várias distancias a que se associam várias velocidades. Desta forma a velocidade aparece como uma relação entre distâncias, a relação entre a distância percorrida e a distância máxima que como um limite pode ser associada ao tempo t, multiplicada pela constante universal **k** *(e a que se pode arbitrar o valor 1)*. Isto é o conceito de velocidade não pode ser arbitrariamente associado a qualquer distancia dado não fazer sentido dividir uma distância por um tempo que não existe. Isto pode ser dito afirmando que existe uma velocidade limite, que é a velocidade do tempo. O tempo fica definido de tal forma que, logo à partida, as velocidades estão limitadas. O formalismo que se irá desenvolver no texto, bem assim a conceptualização de um relógio contém esta definição. Note-se que esta reabordagem do estabelecimento da transformação de Lorentz resulta, evidentemente, das que se baseiam nos postulados de Einstein [8], o segundo dos quais afirma a invariância da velocidade da luz, no vácuo, em todos os referenciais, de outras baseadas na linearidade das transformações e na existência de uma velocidade limite [9,10] e, resulta também, da ideia de que se a luz for constituída por fotões [11], com massa diferente de zero [2,4,12] a velocidade limite só pode ser atingida assimptoticamente. Se assim for, a conspiração da natureza referida por Poincaré [13], a de que não se detectava velocidade da luz diferente em referenciais em movimento relativo, passa a ter a interpretação simples de que tal apenas resulta da definição de tempo e da proximidade da velocidade dos fotões associados ao fenómeno da luz, da velocidade **k** [2,4]. A possibilidade experimental de poder acelerar fotões através da colisão com outros fotões [14] poderá um dia ver a ser uma realidade. *"Talvez se venha a encontrar um fotão com massa diferente de zero, ou outro desvio que viole um princípio físico ainda mais sagrado do que o dictum de que a luz não pode ficar parada"* [4,15-18].

Se considerarmos que $d = \mathbf{k}t$ é uma lei da física, que estabelece *a definição de tempo através duma constante* universal então a Transformação de Lorentz resulta de um único postulado de relatividade — o da covariância das leis da física em todos os referenciais [3]. A invariância de **k** é por definição, isto é, usamos a mesma escala de tempo em todos os referenciais.

1.1 O teorema de Pitágoras

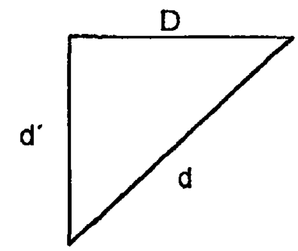

Fig. 1

Consideremos o triângulo rectângulo indicado na Fig. 1. Do teorema de Pitágoras

$$d^2 = d'^2 + D^2 \qquad (1)$$

Definindo-se

$$\cos\alpha = \frac{d'}{d}$$

e

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{D}{d}$$

de (1) vem

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{D^2}{d^2}} \qquad (2)$$

1.2 A conceptualização de um relógio

Um relógio pode ser concebido de acordo com o esquema indicado na Fig. 2 [13,19]

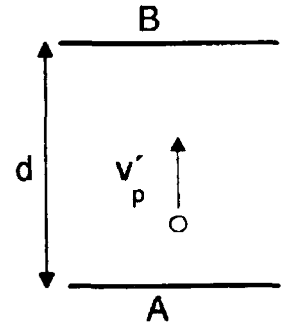

Fig. 2 — Duas placas A e B definem uma distância d e a direcção perpendidular que é a direcção de v'_p, velocidade de uma partícula que oscila entre A e B.

Definamos t por

$$d = kt \tag{3}$$

em que **k** é um factor cujo valor irá determinar numericamente o tempo. Este factor não é *"infinito"* porque se fosse *"infinito"* o tempo *"não passava"* e o relógio marcava sempre o tempo *"zero"*, sendo finito é **k** que é a maior de todas as velocidades, por definição.

Definamos a velocidade v_p de uma partícula por

$$d = v_p\, t_p \tag{4}$$

em que t_p é dado por (3)

$$t_p = \frac{d_k}{k},$$

em que d_k seria a distância percorrida por uma partícula que tivesse a velocidade limite.

Consideremos uma distancia d_1 tal que

$$d_1 = v_p\, t_1 .$$

Temos que

$$\frac{d}{d_1} = \frac{t}{t_1}. \tag{5}$$

Tempo e distância são proporcionais. Se $d_1 = 2\,d$, $t_1 = 2\,t$.

Podemos evidentemente conceber um relógio com uma velocidade diferente de v_p, k_1, relógio este que mede o mesmo tempo t_p

$$d_1 = k_1\, t_p, \tag{6}$$

$$\frac{d_1}{d} = \frac{k_1}{v_p}, \text{ de (4).} \tag{7}$$

Logo

$$d_1 = \frac{k_1}{v_p} d = Nd \quad \text{em que}$$

$$N = \frac{k_1}{v_p}. \tag{8}$$

O relógio k_1 conta N "cliques" enquanto o relógio v_p conta um "clique" se as placas dos dois relógios estiverem à mesma distância d, e se um "clique" corresponder a uma colisão da partícula com a placa.

Contar o tempo é medir uma distância d com um dado v_p ou medir uma distância N d com k_1 em que $N = k_1/v_p$. Note-se que dois relógios diferentes medem o mesmo intervalo de tempo entre dois acontecimentos se os acontecimentos forem os mesmos para os dois relógios independentemente do local em que se encontram. No entanto se os relógios estiverem em movimento relativo a análise de Einstein mostrou que é necessário proceder a uma análise cuidadosa para medir o intervalo de tempo que não é o mesmo para cada um dos relógios.

2. O tempo medido por um relógio em movimento

Consideremos um relógio A′ B′ em movimento para a direita, conforme se indica na Fig. 3 [13,19].

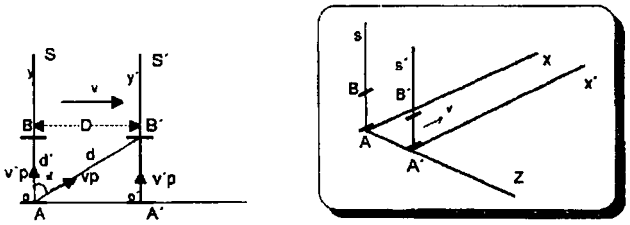

Fig. 3 — Os relógios AB e A′B′ quando estão coincidentes emitem ambos uma partícula com velocidade v'_p. A partícula associada ao relógio que se está a mover para a direita, em S′ tem em S a trajectória que se admite ser rectilínea e com velocidade v_p. Em S existe um relógio idêntico ao de S′, a distância entre A e B é também d′.

Como as distâncias medem tempos temos

$$d = v_p t \qquad d' = v'_p t' \tag{9}$$

O relógio que se encontra em repouso em S vai medir o tempo t

$$d_1 = v'_p t = \frac{v'_p}{v_p} d. \tag{10}$$

De (1) e (2) temos

$$sen\,\alpha = \frac{D}{d} = \frac{vt}{v_p t} = \frac{v}{v_p} \tag{11}$$

e

$$cos\,\alpha = \sqrt{1 - \frac{D^2}{d^2}} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_p^2}} \tag{12}$$

De (10) e (12) temos

$$d_1 = v'_p t = \frac{v'_p}{v_p} d = \frac{v'_p}{v_p} \frac{d'}{cos\,\alpha} = \frac{v'_p}{v_p} \frac{v'_p t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{v_p^2}}}$$

Logo

$$t = \frac{v'_p}{v_p} \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{v_p}\right)^2}} \tag{13}$$

Como os tempos medidos pelos relógios AB e A'B', não dependem dos relógios, dos valores de v'_p, temos que

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{14}$$

dado que quando v'_p se aproximar de **k** também v_p se aproxima de **k**.

Podemos medir o valor de **k** (1) com dois relógios, fazendo um percurso com um dos relógios, com velocidade v, regressando à posição inicial, onde ficou o outro relógio parado. De (14) temos que, representando por τ_1 e τ_2 os tempos medidos nos relógios parado e em movimento respectivamente,

$$1-\left(\frac{v}{k}\right)^2 = \left(\frac{t'}{t}\right)^2 = \left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^2 \tag{15}$$

De (15) tiramos

$$k = \frac{v}{\sqrt{1-\left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^2}} \tag{16}$$

Admitamos, como veremos erradamente, que

$$v_p^2 = v_p'^2 + v^2.$$

Temos

$$v^2 = v_p^2 - v_p'^2 \tag{17}$$

Se assim fosse, tínhamos

$$t = \frac{v'_p}{v_p} \frac{t'}{\sqrt{\left(\frac{v_p'^2}{v_p^2}\right)}} \tag{18}$$

Admitir que $v_{py} = v'_p$ é o mesmo que admitir $t = t'$. De facto as relações $d = v_p t$ e $d' = v'_p t'$ mostram que

$$\frac{d}{d'} = \frac{v_p t}{v'_p t'} \tag{19}$$

implica

$$t = t' \tag{20}$$

se

$$\frac{d}{d'} = \frac{v_p}{v'_p} \tag{21}$$

Como é fácil verificar as relações

$$d^2 = d'^2 + D^2, \tag{22}$$

$$d = v_p t \tag{23}$$

e

$$D = vt \tag{24}$$

implicam

$$v_p^2 t^2 = v_p'^2 t'^2 + v^2 t^2. \tag{25}$$

Logo

$$t = t' \Rightarrow v_p = \sqrt{\left(v_p^2 + v^2\right)} \Rightarrow t' = t. \tag{26}$$

Se v_p aumentar proporcionalmente a d então $t = t'$. Existindo uma barreira na velocidade esta linearidade deixa de se verificar.

A verdadeira relação entre v'_p e v_p pode facilmente ser encontrada. De (13) e (14) temos

$$v_p = v'_p \frac{\sqrt{\left(1-\left(\frac{v}{k}\right)^2\right)}}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{v}{v_p}\right)^2\right)}} \tag{27}$$

Mas

$$v_p^2 = v_{py}^2 + v^2. \tag{28}$$

Substituindo (28) em (27) temos

$$v_p = v'_p \frac{\sqrt{\left(1-\left(\frac{v}{k}\right)^2\right)}}{\sqrt{\left(\frac{v_{py}}{v_p}\right)^2}} \tag{29}$$

ou

$$v_{py} = v'_p \sqrt{\left(1-\left(\frac{v}{k}\right)^2\right)}. \tag{30}$$

3. A Transformação de Lorentz

Consideremos seguidamente em S', um relógio na horizontal idêntico ao anterior e que se encontra na "vertical" (Fig. 4)

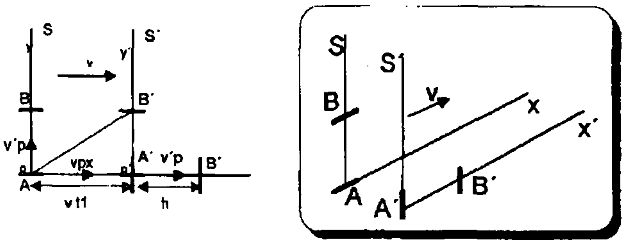

Fig. 4 — Quando S' passar pela origem são emitidas partículas nos relógios de S e de S'. Em S' a velocidade da partícula na vertical é v'_p. Na horizontal é também v'_p em S' mas passa a ser v_{px} em S (componente horizontal, x, de v_p).

---

(1) *Outra maneira de conceber a determinação de* **k** *é através da fórmula de transformação das velocidades* (David Mermin, *Relativity without light* [3].

Dado (14) temos

$$v t_1 = v \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{31}$$

Da mesma forma temos

$$h = v'_p \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{32}$$

A partícula emitida em S′ na horizontal e que vai chegar a B′ passado o tempo t′, demora em S o tempo t_1

$$v_{px} t = v t_1 + h = v \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} + v'_p \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{33}$$

$$t = \frac{v}{v_{px}} \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} + \frac{v'_p}{v_{px}} \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{34}$$

Ora esta relação para os relógios com partículas com velocidades próximas de **k** é

$$t = \frac{t' + \frac{v}{k} t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}}. \tag{35}$$

Como x′ = k t′ temos

$$t = \frac{t' + \frac{v}{k^2} x'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{36}$$

Podemos de (33) escrever a relação

$$x = \frac{x'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} + \frac{v t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{37}$$

Podemos considerar que as expressões (36) e (37) são válidas para um x′ qualquer no instante t′. A expressão (37) é evidentemente válida para outro x′. A expressão (36) também é válida, bastando notar o seguinte:

Designemos por ŧ o que anteriormente designávamos por t e por x̸′ o que anteriormente designávamos por x′. Nesta nova notação (36) escreve-se

$$ŧ = \frac{t' + \frac{v}{k^2} x̸'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{38}$$

ou

$$ŧ - \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} = \frac{\frac{v}{k^2} x̸'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{39}$$

(39) dá-nos a dessincronização [20] entre os relógios de S separados da distância

$$\frac{x̸'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}}.$$

Temos portanto que

$$n\left(ŧ - \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}}\right) = \frac{v}{k^2} \frac{n x̸'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}}. \tag{40}$$

Logo

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} + n\left(ŧ - \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}}\right) = \frac{t' + \frac{v}{k^2} x'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{41}$$

que é a expressão formalmente idêntica a (36).

Obtivemos, deste modo, a transformação de Lorentz para pontos (x,y,z,t) de S e (x′,y′,z′,t′) de S′

$$x = \frac{x' + v t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{42}$$

$$t = \frac{t' + \frac{v}{k^2} x'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{43}$$

$$y = y' \tag{44}$$

$$z = z' \tag{45}$$

4. A transformação das velocidades

De (34) e (43) temos

$$\frac{v'_p}{v_{px}} \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} + \frac{v}{v_{px}} \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} = \frac{t' + \frac{v}{k^2} x'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{46}$$

Ora

$$x' = v'_p t' \tag{47}$$

e portanto de (46) e após substituição tiramos

$$\frac{v'_p}{v_{px}} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} + \frac{v}{v_{px}} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} = \frac{1 + \frac{v}{k^2} v'_p}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{48}$$

ou

$$v_{px} = \frac{v'_p + v}{1 + \frac{v}{k^2} v'_p}. \tag{49}$$

Se v'_p se aproximar de **k** temos

$$v_{px} = \frac{k+v}{1+\frac{v}{k^2}k} = \frac{k+v}{\frac{k+v}{k}} = k \qquad (50)$$

verificando-se a consistência da teoria com as hipóteses inicialmente admitidas. O termos admitido que a velocidade está limitada pela velocidade do tempo faz com que a velocidade não pode deixar de estar limitada. A definição do tempo limita a velocidade.

5. Efeito Doppler

De (34) temos que o período para um feixe de partículas que oscilam no relógio de Feynman na horizontal

$$T = \left(\frac{v'_p}{v_{px}} + \frac{v}{v_{px}}\right)\frac{T'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} \qquad (51)$$

Logo temos que a frequência será

$$\nu = \frac{v_{px}\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}}{v+v'_p}\nu'. \qquad (52)$$

Para velocidades próximas de **k** temos que (52) fica

$$\nu = \frac{k\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}}{v+k}\nu' \qquad (53)$$

ou

$$\nu = \frac{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}}{1+\frac{v}{k}}\nu'. \qquad (54)$$

Conclusão

Estabeleceu-se e interpretou-se fisicamente a transformação de Lorentz a partir da conceptualização de um relógio com o tempo dado pela distância entre duas placas paralelas, d = kt. Por analogia com a velocidade de uma partícula que percorre uma distância d com velocidade v_p, d = v_pt, afirma-se que **k** é a velocidade do tempo, a maior de todas as velocidades.

A partir do relógio de Feynman estabeleceu-se a relação entre os tempos de dois referenciais como um limite da expressão que liga os tempos para os relógios com partículas com velocidade v'_p no referencial próprio.

Generalizou-se a análise de Feynman considerando o relógio colocado horizontalmente, o que permite de uma forma simples e directa estabelecer as relações entre o espaço e o tempo, dado estas relações estarem contidas na definição do relógio. A dessincronização e a expressão do efeito Doppler surgem com facilidade associadas às fórmulas de transformação entre o espaço e o tempo dos dois referenciais.

Em vez de se afirmar a invariância da velocidade da luz, afirma-se a invariância da relação entre a distancia e o tempo em qualquer referencial, d = **k**t. A definição de tempo faz com que todas as velocidades tendam para **k**. A intuição adquirida para baixas velocidades é que faz pensar que a velocidade não está limitada. Quando as distancias percorridas são proporcionais ao tempo as velocidades aproximam-se do valor **k**. Não faz sentido atribuir a v o valor **k** na expressão

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}}$$

dado a divisão por zero não estar definida [2] e se m_0 for zero m é nulo independentemente do valor arbitrariamente grande do denominador [2]. Este valor só pode ser atingido num sentido limite: se considerarmos uma partícula com velocidade 0.99**k** num dado referencial, se nos movermos com a partícula definimos um referencial em que a partícula está em repouso; neste referencial é possível que a partícula também se possa mover com 0.99**k** exactamente como no 1.° referencial, na mesma direcção e sentido; podemos estender as considerações que acabamos de fazer a N referenciais e concluir que para qualquer valor de N arbitrariamente grande a partícula move-se com uma velocidade inferior a **k** qualquer que seja o referencial que se considere, por razões puramente cinemáticas, sendo absurdo admitir que a velocidade de qualquer partícula possa ser igual a **k**–**k** comporta-se como se fosse um "infinitamente grande".

Referências

[1] MAYANTS, L. — *Found. Phys.* 4, 335 (1974).
[2] MAYANTS, L. — *Found. Phys.*, Vol. 11, N.° 7 /8, 577 (1981).
[3] MERMIN, N. David — *Am. J. Phys.* 52, 119 (1984).
[4] GOLDHABER, A. and NIETO, M. — *Sci. Am.* 272, 86 (1976).
[5] DAWKINS, R. — *O Relojoeiro Cego*, (Universo da Ciência, edições 70, Lisboa, 1986) p. 51.
[6] PASCOAES, Teixeira de — *Santo Agostinho*, (Livraria Civilização, Pôrto, 1945), p. 76.
[7] NEWTON-SMITH, W. — *The Nature of Time*, Edited by Raymond Flood & Michael Lockwood (B. Blackwell/UK, 1988), p. 24.
[8] EINSTEIN, A. — *Ann. Phys.* 17, 891 (1905).
[9] FOCK, V. — *The Theory of Space, Time and Gravitation* (Pergamon Press, 1964), pp. 20-24.
[10] FARO, M. de Abreu — Memórias da Acad. de Ciências de Lisboa, Classe de Ciências Tomo XXXII, 241 (1992).
[11] EINSTEIN, A. — *Ann. Phys.* 17, 132 (1905).
[12] BROGLIE, L. de — *Nature* 115, 549 (1925).
[13] FEYNRNAN, R.; LEIGHTON, R.; SANDS, M. — *The Feynman Lectures on Physics* (Addison-Wesley, Reading, Massachussets, 1966) vol. I, 15-5.
[14] MAYANTS, L. — *Phys. Essays* 2, 329 (1989).
[15] HAISCH, B.; RUEDA, A. and PUTHOFF, H. — *The Sciences*, Nov/Dec., 2 (1994).
[16] MARSHALL, T. — *Phys.* Rev. D. Vol. 24, N.° 6, 24 (1981).
[17] MAYANTS, L. — *The Enigma of Probability in Physics* (Reidel, Dordrecht/Boston, 1984).
[18] MAYANTS, L. — *Beyond the Quantum Paradox* (Taylor & Francis, London 1994).
[19] WHEELER, J. A. — *A Journey into (Jravity and SpaceTime* (Sc. Am. Library, New York, 1990) p. 40.
[20] FARO, M. de Abreu — *Técnica* 438, 283 (1977).

Rodrigo de Abreu é professor auxiliar do Departamento de Física e investigador do Centro de Electrodinâmica do IST.