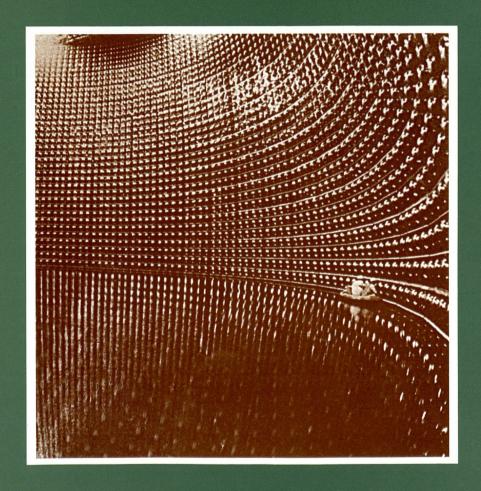
G A Z E T A D E

# FÍSICA



### GAZETA DE FÍSICA - REVISTA FUNDADA EM 1946

### Gazeta de Física Propriedade da Sociedade Portuguesa de Física ISSN: 0367-3561 Registo na DGCS n.º 107280 de 13/5/80 Depósito Legal n.º 51419/91 Publicação Trimestral N.º 3 -- 1998 Redacção e Administração • Avenida da República, 37-4.º — 1050 Lisboa Telefone (01) 7993665 Fax (01) 7952349 Director João Bessa Sousa (FCUP) Comissão de Redacção e Administração Carlos Matos Ferreira (IST) Margarida Telo da Gama (FCUL) Ana Maria Eiró (FCUL) Adriano Sampaio e Sousa (ESFPM) Preparação e Revisão de Texto Florbela Martins Teixeira Execução Gráfica Imprensa Portuguesa Rua Formosa, 108-116 — 4000 Porto Telefone (02) 2002466 Fax (02) 2015105 Tiragem: 1500 exemplares Preço avulso: 650\$00 Assinatura anual (quatro números): 2000\$00 (Continente, Açores, Madeira e Macau) 35 US dólares (estrangeiro) Publicação subsidiada pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia

A Gazeta de Física publica artigos, com índole de divulgação, considerados de interesse para estudantes, professores e investigadores em Física. Deverá constituir também um espaço de informação para as actividades da SPF, nomeadamente as suas Delegações Regionais e Divisões Técnicas. Os artigos podem ter índole teórica, experimental ou aplicada, visando promover o interesse dos jovens pelo estudo da Física, o intercâmbio de ideias e experiências profissionais entre os que ensinam, investigam ou aplicam a Física. As opiniões expressas pelos autores não representam necessariamente posições da SPF.

Os manuscritos devem ser submetidos em duplicado, dactilografados em folhas A4 a dois espaços (máximo equivalente a 3500 palavras, incluindo figuras; 1 figura corresponde em média a 140 palavras). Deverão ter sempre um curto resumo, não excedendo 130 palavras. Deve ser indicado o(s) endereço(s) completo(s) das instituições dos autores. Agradece-se o envio do texto em disquete (de preferência «Word» para Macintosh ou PC). Os originais de figuras devem ser apresentados em folhas separadas, prontos para reprodução. Endereço para correspondência: Gazeta de Física — Sociedade Portuguesa de Física, Av. da República, 37-4.° — 1050 Lisboa.

Na capa: Super Kamiokande (colaboração USA-Japão): gigantesco detector de neutrinos contendo mais de 50 000 toneladas de água ultra-pura, num reservatório gigante situado 1 km abaixo do solo, sob uma montanha nas proximidades de Tóquio. A enorme superficie interior do reservatório está preenchida com 13 000 fotodetectores orientados para a massa de água. Os técnicos que limparam as suas faces tiveram que se deslocar de barco no interior do reservatório!

As primeiras experiências sugerem que o neutrino tem efectivamente massa, correspondente a uma energia da ordem de 0,1 eV ou superior, em contraste com 0,5 MeV para o electrão (ver, por exemplo, Physics World, p. 17, Julho de 1998; Physics Today, p. 17, Agosto 1998).

# **SUMÁRIO**

2
UMA MODELIZAÇÃO DIDÁCTICA DAS MARÉS
A. Alberto Silva

9

ESTABELECIMENTO DA TRANSFORMAÇÃO DE LORENTZ RECORRENDO A UM CONCEITO DE VELOCIDADE LIMITE Rodrigo de Abreu

15
EFEITOS QUÂNTICOS DE DIMENSÃO NA POLARIZABILIDADE
DAS NANO-PARTÍCULAS
G. K. Gueorguiev e J. M. Pacheco

22 NOTÍCIA — FÍSICA 98

24 OLIMPÍADAS DE FÍSICA

> 31 NOTICIÁRIO SPF

# UMA MODELIZAÇÃO DIDÁCTICA DAS MARÉS

A. ALBERTO SILVA

Escola Superior de Educação / I. P. Porto Rua Dr. Roberto Frias — 4200 Porto

Referem-se dificuldades sobre o ensino e a aprendizagem das marés. Realça-se a relevância de fazer cooperar abordagens em termos de referenciais inerciais e não inerciais. Foca-se a primeira, por ser a que parece menos usualmente utilizada em estudos introdutórios. Propõe-se um modelo físico simplificado e uma sua implementação informatizada para simulação, discutindo-se as suas limitações e o seu interesse.

### I. Introdução

Por que há marés? É uma pergunta que todos conhecemos bem, e que tenho tratado com alunos de um Curso de Professores do Ensino Básico (1.º e 2.º Ciclos), da Variante de Matemática e Ciências da Natureza.

Nunca consegui nas minhas aulas que (boas) explicações como as de Feynman et al (1966, p. 7-5), mesmo complementadas com cálculos como os de Warren (1979, Apêndice 4), se revelassem suficientes para uma efectiva compreensão por parte dos alunos. Mais concretamente, a explicação mais usual das marés — a que recorre a referenciais não inerciais e a forças centrifugas — revelou--se sempre insuficiente para uma boa compreensão por parte dos alunos e para saciar nestes a vontade de compreender "mesmo" o que se passava, i.e., de o compreender em termos apenas de interacções fundamentais. Quanto a tentativas de explicação como a de Bello et al (1977), revelaram-se desadequadas 1. Por outro lado, não me pareceu adequado, com os meus actuais alunos, enveredar por estudos mais formais e rigorosos, como os de Withers (1993). Finalmente, revelou-se também inadequada a analogia proposta por Bueche (1981, p. 519) e que consiste em considerar um balão de borracha em movimento de translação preso por um fio e em fazer corresponder a deformação do

balão a uma deformação de maré. Após longas discussões sobre esta analogia, o fiasco emergia: alguns alunos diziam haver apenas uma maré, "devida à força centrípeta" (do fio); outros, defendiam também uma só maré, mas "devida à força centrífuga" <sup>2</sup>; outros ainda, pensavam que na Terra existem duas marés, mas com um deslocamento global em relação à fonte gravítica; outros ainda, que inicialmente defendiam uma maré, depois destas discussões já não entendiam maré alguma. E eu, queria que os alunos compreendessem que havia duas marés <sup>3</sup>, mas sem um deslocamento glo-

Didáctica

Interacções Fundamentais

Centro de Massa

Leis de Newton

Folha de Cálculo

Marés

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Trata-se de omitir o movimento relativo do sistema Terra-Lua e em considerar que as marés terrestres de origem lunar se devem a que *a Terra se aproxima da Lua*, mas as suas regiões mais próximas da Lua aproximam-se mais do que o seu centro, e este mais do que sua as regiões mais afastadas. Ora, esta seria uma boa explicação *se* a Terra estivesse em rota rectilínea de colisão com a Lua. Haddad (1997) refere que a explicação anterior chegou a ser proposta pelo próprio Newton.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Curiosamente, trata-se da ideia oposta à referida na Nota 1.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> O aspecto chave, é que existem dois bojos de maré na Terra, diametralmente opostos, simultaneamente. Daqui decorre, sem dificuldades para os alunos, a sucessão de duas marés altas e duas marés baixas ao longo de um dia em cada ponto do planeta (devido ao seu movimento de rotação). Também não é difícil para os alunos compreender que o período das marés não é 24 horas: devido ao movimento da Lua em torno da Terra (cerca de 28 dias), é cerca de 24/28 h (cerca de 51 min) mais.

bal e sem utilizar as designações "centrípeta" e "centrífuga" (Smith, 1992; Silva, 1994).

Por tudo isto, senti que precisava de um modelo, antes de mais para mim próprio, enquanto professor, para me dar mais imaginação, segurança e eficácia nas discussões com os alunos. Mas como conseguir para as marés um modelo constituído por um corpo deformável orbitando uma fonte gravítica, que permitisse por simulação discernir os fenómenos relevantes, que servisse de complemento (não de substituição) à abordagem em termos de referenciais não inerciais e forças centrífugas, que não recorresse a tais referenciais e forças, e que não introduzisse ruídos inaceitáveis?

Na Parte II, de um modo qualitativo e introdutório, recordo aspectos físicos chave para a compreensão das marés e proponho um modelo físico simples. Na Parte III, apresento uma implementação informatizada deste modelo e algumas simulações.

### II. Aspectos físicos - chave sobre marés

### II.A. A Terra anda à volta da Lua

Cito Bueche (1981, p. 518), referindo-se à explicação das marés: «Basic to the explanation is the fact that the earth orbits the moon — no, that is not a typographical error, the moon orbits the earth but the earth also orbits the moon!». Sobre o mesmo assunto, cito Feynman et al (1966, pp. 7-4 - 7-5): «The moon does not just go around the earth, the earth and the moon both go around a central position, each falling toward this common position [...]». Assim — ver também Withers (1993) e Westphal (1951, p. 139) — o primeiro aspecto chave para a compreensão das marés consiste em que a Terra e a Lua giram em torno do CM (Centro de Massa) do sistema que constituem. As aprendizagens sobre marés por parte dos meus alunos redundaram em fracasso total sempre que este ponto não foi suficientemente explanado.

A equação central é  $\vec{F}^{externas} = M_{sist}\vec{a}_{CM}$  onde:  $M_{sist}$  é a massa total do (sub)sistema considerado;  $\vec{F}^{externas}$  é a soma de todas as forças externas actuando sobre ele;  $\vec{a}_{CM}$  é a aceleração do CM. Assim, e considerando o sistema Terra - Lua, o seu CM descreverá em torno do Sol, principal fonte gravítica externa, uma trajectória independente das forças internas (de interacção Terra-Lua). Assim, à medida que a Lua gira em torno daquele CM, a Terra terá que o fazer também: ambas giram em torno do Sol "ziguezagueando" um pouco; e fazem-no de tal modo que o seu CM descreve em torno do Sol uma elipse sem "ziguezagues" (à parte efeitos aqui não considerados).

O mesmo se passa no sistema Sol-Terra: ambos giram em torno do  ${\rm CM_{Sol-Terra}}^4$ .

### II.B. Queda livre e condições iniciais

O segundo aspecto chave, consiste em que a Terra e a Lua estão em queda livre uma em relação à outra, e ambas em relação ao Sol. Em queda livre, isto é, em interacção apenas gravítica; mas sem colidirem, devido a condições iniciais. Queda livre não significa necessariamente rota de colisão.

### II.C. O que é uma força?

O terceiro aspecto chave (Feynman et al, 1966, Cap. 9 e 12; Hood, 1992) consiste em que na  $2.^a$  Lei de Newton,  $\vec{F} = m\vec{a}$ :

- O lado direito envolve relações cinemáticas. Na situação em estudo, por questões de simetria, podemos escrever  $a = v^2 / r$ .
- No lado esquerdo especificam-se as força(s) envolvidas(s). Na situação em estudo é  $F = G M m I r^2$ . Trata-se de *uma* contribuição de Newton (Lei da Gravitação).
- Escrever  $GMm/r^2 = mv^2/r$ , ou  $GM/r = v^2$ , isto é, igualar os lados esquerdo e direito da equação, constitui *uma outra* contribuição de Newton (2.ª Lei).

Da equação  $GM/r = v^2$  decorre que um corpo em queda livre orbita uma fonte gravítica com uma velocidade tanto maior quanto menor for a distância à fonte. Assim, os planetas interiores do sistema solar giram com velocidades maiores do que os exteriores, o que se aplica também a satélites artificiais que orbitam a Terra (Silva, 1995; Silva, 1997, Vol. II, pp.  $\varepsilon$ -16 a  $\varepsilon$ -18).

### II.D. Não somos assim tão pequenos, nem tão firmes

O quarto aspecto chave, consiste em que a Terra não é uma partícula ideal, nem um corpo rígido: tem um raio que é *não* desprezável em comparação com as distâncias médias Terra-Sol e Terra-Lua; e tem um núcleo fundido, oceanos, crosta e atmosfera, todos eles deformáveis. Ilustre-se com o sistema Terra-Sol:

- Na parte da Terra mais próxima do Sol, exerce-se uma força atractiva maior do que a exercida na vizinhança do seu CM, e aquela parte tende a mover-se mais depressa e mais perto do Sol; na parte mais afastada exerce-se uma força atractiva menor do que a que é exercida na vizinhança do seu CM, e aquela parte tende a mover-se mais lentamente e mais longe do Sol.
- Pelo facto de a parte mais afastada da Terra tender a andar mais devagar e a outra mais depressa, os dois bojos não tendem a formar-se exactamente ao longo

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Considerar os sistemas Terra-Lua e Terra-Sol separadamente é útil para fins analíticos. Mas as marés na Terra devidas ao Sol e à Lua existem simultaneamente e combinam-se, dando origem a: marés vivas, na Lua Nova e na Lua Cheia; e marés mortas, nos Quartos Crescente e Minguante lunares. Este aspecto não apresenta grandes dificuldades para os alunos.

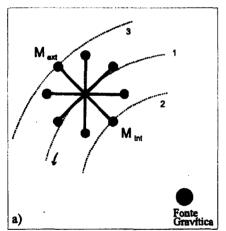
da linha que une o CM da Terra ao do Sol, e sobre a Terra exerce-se binário que se opõe à sua rotação.

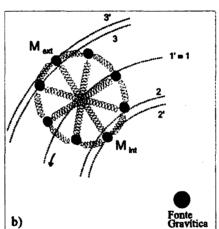
 Pelo facto de uma parte da Terra tender a afastarse e outra a aproximar-se do Sol, a Terra está em tensão tractiva e tende a distender-se (aproximadamente) ao longo da linha que une o seu CM ao do Sol<sup>5</sup>, formandose dois bojos de maré.

O que determina a intensidade das forças de maré num planeta, é a relação entre o seu raio e a sua distância em relação à fonte gravítica em estudo. É por isso que as forças de maré na Terra devidas à Lua são maiores (mais que o dobro: Warren, 1979; Strahler, 1986) do que as devidas ao Sol, apesar da força gravítica deste sobre a Terra ser muitíssimo maior do que a da Lua. Mas a amplitude das marés depende ainda das características físicas (como a fase, a viscosidade e a elasticidade) do meio. É por isso que na Terra as marés oceânicas têm uma amplitude maior (cerca de 6 vezes, em média:

dutórias de aspectos fundamentais. Trata-se de um corpo a duas dimensões, circular quando não deformado, deformável, constituído por massas concentradas e interligadas. As interligações — elásticas e com atrito — são modelizadas por molas que ligam as diversas massas concentradas entre si, quer ao longo da circunferência exterior, quer ao longo da direcção radial. Ao longo desta direcção, deve subentender-se que existem camadas de massas concentradas semelhantes à camada exterior (portanto, também ligadas entre si, quer ao longo de uma circunferência, quer radialmente). Para efeitos de visualização, usa-se o esquema simplificado apresentado na Figura 1 b). Na Figura 1 a), apresenta-se um corpo rígido de referência.

Usar-se-ão unidades arbitrárias para as grandezas em jogo, para evitar valores "astronómicos" difíceis de manipular (e que conduziriam a erros de arredondamento demasiado grandes, com a ferramenta informática utilizada).





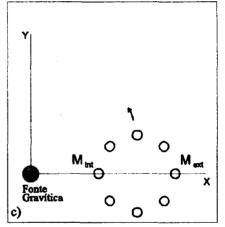


Fig. 1.a): corpo rígido de referência; b): modelo físico, constituído por pequenas massas ligadas por osciladores amortecidos; c): posição inicial.

Warren, 1979) do que as continentais (em Paris, a maré continental tem uma amplitude de cerca de 40 cm: Guillemot, 1993). A Terra podia mesmo explodir por efeito de maré se as suas forças internas de coesão fossem menos intensas <sup>6</sup>. Estas forças internas, de origem gravítica e electromagnética, mantêm a sua coesão. As forças electromagnéticas são também responsáveis por forças de atrito (Gass et al, 1984) que se opõem a movimentações relativas de massas da Terra (dos oceanos sobre os fundos e ao longo das irregularidades das costas, por exemplo), originando transformações de energia cinética macroscópica em energia de vibração térmica.

### II.E. O modelo físico

O modelo físico do corpo que se usa a seguir para modelização e simulação informatizadas é extremamente simplificado, e apenas adequado para explanações intro-

# III. Modelização e simulação informatizada

III.A. Modelização

O modelo físico foi formalizado matematicamente numa Folha de Cálculo: <sup>7</sup> ver **Figura 2**. São necessárias cerca de 50 colunas e 500 linhas, mas basta digitar as

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Direcção apenas aproximada: pelo que é dito no item anterior; e também porque, tratando-se de mover grandes massas, existe um atraso inercial das respostas às forças de maré (os valores máximos das elongações num local ocorrem depois de nesse local a força de maré ter passado por um máximo).

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Como aconteceu ao cometa Shoemaker-Levy 9: em 1992, passando a 43 000 km de Júpiter, foi partido em 20 bocados pelo efeito de maré daquele planeta, onde viria a despenhar-se em 1994. Também em galáxias existem deformações por efeito de maré (Dardel, 1993; Brunier, 1997).

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Terei muito gosto em enviar o ficheiro a quem o solicitar. Utilizei o Microsoft Excel.

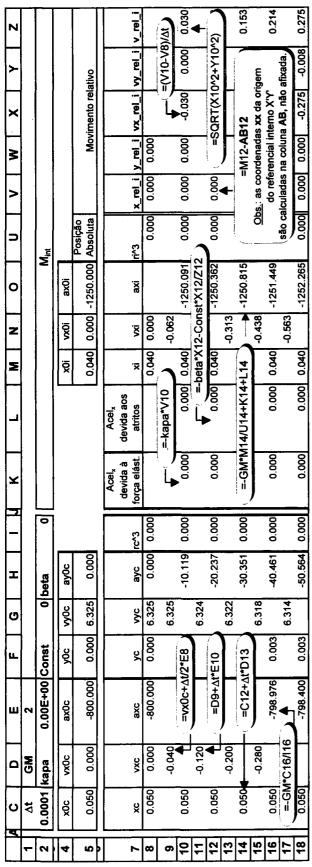


Fig. 2 — Modelo em Folha de Cálculo. Por questões de espaço não se afixam algumas colunas das componentes y de  $\mathbf{M}_{int}$ , nem as de  $\mathbf{M}_{ext}$  (semelhantes às de  $\mathbf{M}_{int}$ ).

linhas (1, 2, 4 e 5) com as designações dos parâmetros e para introdução dos valores destes; a linha (7) com títulos de colunas; e as linhas (8, 9, 10 e 11) com as fórmulas de integração numérica das equações de movimento. Depois, as duas últimas linhas (10 e 11) são copiadas para baixo (operação trivial em Folhas de Cálculo). As fórmulas principais estão afixadas em etiquetas auxiliares.

A integração das Leis de Newton é efectuada numericamente, utilizando o método de Euler com meios-passos (Feynman et al, 1966, Cap. 9; Misner & Cooney, 1991, Cap. 4). Sendo  $\Delta t$  passo de integração temos, para as componentes x (para y é semelhante):

$$x(t + \Delta t) = x(t) + v_x(t + \Delta t/2) \Delta t$$

$$v_x(t + \Delta t/2) = v_x(t - \Delta t/2) + a_x(t) \Delta t;$$

$$v_x(\Delta t/2) = v_x(0) + a_x(0) \Delta t/2.$$

Os valores de a(t) são calculados *localmente* a partir de  $\vec{a} = \vec{F} / m$ . Se existir só a força gravítica, é:  $F = G M m / r^2$ ;  $F_x = -G M m x / r^3$ ;  $a_x = -G M x / r^3$ . Adiante, considerarse-ão forças elásticas e de atrito.

Para simplificar a modelização e facilitar as representações gráficas, considera-se uma fonte de gravidade com uma massa altamente concentrada e muito maior que a do corpo em estudo, o que permite considerar o CM do sistema coincidente com o CM da fonte e com a origem de um referencial XY de inércia 8. Portanto, a modelização e a simulação particulares que aqui se apresentam têm um objectivo limitado, mas apontado ao cerne da compreensão das marés: compreender porque é que, quando uma massa não pontual orbita uma fonte gravitica, há marés nessa massa não pontual (e isto, sem falar em forcas centrífugas). Para este objectivo específico, não é relevante que a fonte seja ou não pontual, ou que tenha uma massa pequena ou grande, ou que esteja muito longe ou muito perto. O que é relevante, e crucial, é atentar em que a massa na qual se querem estudar as marés é não pontual e orbita um ponto que não está no seu próprio CM.

### III.C. Simulação

Consideremos os corpos representados nas **Figuras 1 a)** e b). Eles serão lançados de um ponto com x > 0, y = 0 do referencial XY, como se pode ver na **Figura 1 c)** e também nas **Figuras 3**, **4** e **5**. Ambos são lançados com uma velocidade de rotação tal que terão sempre a mesma face voltada para a fonte de gravidade  $^9$ ,

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Terei muito gosto em enviar, a quem o solicitar, um ficheiro de Excel sobre o movimento do CM de um sistema de dois corpos.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Note-se que o facto de se lançarem os corpos com uma certa velocidade de rotação não significa que eles estejam sujeitos a qualquer força exterior para além da gravítica. Trata-se apenas de uma condição inicial. Umas vez lançados os corpos, cada uma das sua partes fica submetida apenas a uma força externa (gravítica) e a forças de interacção (elástica e de atrito) internas.

para podermos centrar a atenção nos movimentos de duas massas concentradas específicas:  $\mathbf{M}_{int}$  e  $\mathbf{M}_{ext}$ . Apenas os movimentos destas são tratados numérica e graficamente na folha de cálculo.

Consideraremos que cada parte do corpo ficará submetida à força gravítica e ainda a uma força do tipo  $\vec{F} = -kapa \, (\Delta \vec{r}_{rel}) -$  beta  $(\vec{v}_{rel}) - Const \, \vec{v}_{rel} / \, |\vec{v}_{rel}| \,$  com três contribuições: uma elástica, proporcional ao deslocamento relativo (deslocamento em relação à posição inicial, i.e., antes da deformação); uma de atrito, proporcional e oposta à velocidade associada a tal deslocamento  $(\vec{v}_{rel} = d\vec{r}_{rel} / dt)$ ; outra de atrito, oposta àquela velocidade e de grandeza constante.

Os corpos são lançados com uma velocidade tal que os seus CM seguirão a trajectória circular representada pela linha 1  $^{10}$ . Esta velocidade,  $v_c$ , está assim relacionada com a distância,  $r_c$ , entre aqueles CM e a fonte de gravidade:  $G\,M/r_c = v_c^2$ . Note-se que as partes  $M_{\rm int}$  e  $M_{\rm ext}$   $n\tilde{a}o$  foram lançadas com velocidades iniciais correspondentes às linhas 2 e 3, pelo que estas serão trajectórias de  $M_{\rm int}$  e  $M_{\rm ext}$  apenas no caso do corpo rígido.

Nas **Figuras 3, 4** e **5**, as trajectórias correspondentes ao corpo rígido são designadas por: 1, para o CM; 2 para **M**<sub>int</sub>; e 3 para **M**<sub>ext</sub>. As trajectórias correspondentes para o corpo elástico são respectivamente designadas por 1', 2' e 3'.

Na **Figura 3**, o valor de **kapa** é suficientemente grande para que o corpo possa ser considerado rígido. Como seria de esperar, não se podem distinguir as trajectórias 2 e 3 de 2' e 3', respectivamente (o corpo comporta-se como rígido).

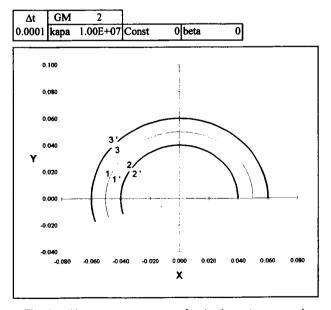


Fig. 3 — Um caso em que o parâmetro kapa tem um valor suficientemente grande para que o corpo se comporte como rígido.

Mais interessantes são os casos em que o corpo é deformável e tem por isso um comportamento diferente do do corpo rígido. Refiro algumas ilustrações:

• Na Figura 4, os valores de kapa, Const e beta têm valores intermédios entre o caso anterior e o seguinte: o corpo não é rígido, mas as suas partes estão em interacção. Como se vê na Figura, M<sub>int</sub> e M<sub>ext</sub> seguirão trajectórias 2' e 3', distintas de 2 e 3. As forças de coesão opõem-se à deformação, mas esta existe (por efeito de maré).

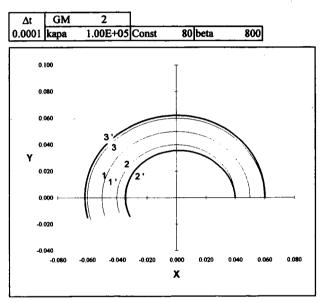


Fig. 4 — Caso intermédio, representativo do marés como as da Terra. Note-se que 2´ se aproxima da fonte e avança em relação a 2, enquanto que 3´ se afasta da fonte e se atrasa em relação a 3.

- Na Figura 5, apresenta-se o caso extremo em que são iguais a zero os valores de kapa, Const e Beta (consideradas desprezáveis as interacções entre as partes do corpo em estudo). Como seria de esperar, M<sub>int</sub> e M<sub>ext</sub> seguem trajectórias independentes.
- Uma breve referência a casos que, por razões de espaço, não elaboro neste artigo: o caso trivial de velocidade inicial nula (caso em que o corpo seguiria uma rota rectilínea de colisão com a fonte de gravidade); casos interessantes e espectaculares que se podem simular alterando as posições e as velocidades iniciais e os valores dos coeficientes de elasticidade e de atrito (e.g., casos de oscilações amortecidas).

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Tal como referido na Nota 9, também aqui se trata apenas de especificar uma condição inicial.

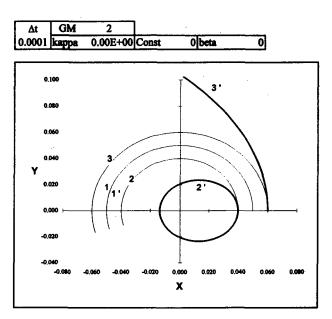


Fig. 5 — Caso em que o corpo elástico explode, seguindo M<sub>int</sub> e M<sub>ext</sub> trajectórias independentes.

Atentemos de novo na **Figura 4**. Existem dois tipos de diferença em relação ao que aconteceria se o corpo fosse rígido. Em **M**<sub>int</sub>, tais diferenças manifestam-se em que ela tende a adiantar-se e a ter um raio orbital menor. Quanto a **M**<sub>ext</sub>, ela tende a atrasar-se e a ter um raio orbital maior. As variações nos raios são responsáveis por dois bojos de maré opostos; e o avanço e o atraso estão associados a um binário que se opõe à rotação imposta inicialmente. Se o nosso corpo modelizasse a Terra, tal momento opor-se-ia ao seu movimento diário de rotação (24 horas, actualmente). Assim, apesar das suas simplificações, o modelo permite visualizar uma razão para o aumento da duração do dia terrestre (21,9 h há 370 milhões de anos: Gass et al, 1984) <sup>11</sup>.

### IV. Discussão

Impõem-se algumas considerações adicionais sobre a aceitabilidade do modelo utilizado. Nos casos extremos das Figuras 3 e 5 não se colocam problemas especiais, pois num caso não há deformação, e no outro as partes são independentes. Mas no caso intermédio da Figura 4 — o mais interessante — há que ter em atenção as extremas simplificações do modelo:

 O modelo n\u00e3o permite contemplar as grandes movimenta\u00f3\u00e3es de massas caracter\u00edsticas de mar\u00e9s reais (como as dos oceanos terrestres, por exemplo, que envolvem deslocamentos da ordem de grandeza das dimensões do planeta). A consideração destes fenómenos de transporte obrigaria a entrar com aspectos físicos e matemáticos que estão para além dos objectivos deste trabalho. Se não se tiver presente esta limitação, poderemos ser induzidos a pensar, por exemplo, em forças elásticas proporcionais a um deslocamento em relação a um ponto que "já foi esquecido na história da deformação do corpo". Seria como considerar que uma força elástica no interior de uma rocha é proporcional a um deslocamento em relação a um ponto do qual a rocha já se afastou por movimentações de placas tectónicas. Tal inválida assunção corresponderia mesmo a "inventar" interacções externas ao sistema. O mesmo se passa com a força de atrito proporcional à velocidade: esta tem que ser relativa a massas com as quais há contacto macroscópico, não relativa a massas longínquas. Naturalmente, no que respeita aos problemas aqui em discussão, o modelo tende para ser mais aceitável à medida que o número de massas concentradas tende para infinito.

- Mas, mesmo antes de o modelo ser invalidado pelas razões acabadas de referir, ele já estaria invalidado, porque considerar uma "força elástica proporcional ao deslocamento" só é aceitável para deformações relativamente pequenas.
  - · Assim, o modelo apresentado:
    - Não contempla deformações plásticas nem fenómenos de difusão ou transporte.
    - Só é válido para deformações pequenas, i.e., dentro dos limites (idealizados) em que é razoável considerar que as únicas forças internas são a elástica e as de atrito.
    - É um modelo de massas concentradas, e explicita apenas o movimento de duas massas (ambas junto da superfície).
    - Tem como objectivo ajudar a compreender que um corpo elasticamente deformável, quando orbita uma fonte gravítica, fica com dois bojos de maré.

O dia na Terra tende a ser igual ao ano. Algo semelhante já aconteceu na Lua, no que respeita à sua interacção com a Terra: aquela gira em torno de si própria durante o mesmo tempo em que gira em torno do nosso planeta. É por isso que da Terra vemos sempre a mesma face da Lua.

O modelo físico permitiu uma visualização de apoio à intuição, revelou-se útil para acompanhar a interpretação dos dois bojos de maré e a influência desta no movimento de rotação. Também facilitou a compreensão de que não há apenas marés oceânicas. A implementação informatizada revelou-se pouco adequada para utilização em aula com (todos) os alunos que tenho actualmente. devido à sua formação prévia (não tiveram Física no 12.º ano) e ao objectivo do seu Curso (ensino nos 1.º e 2.º Ciclos). No entanto, ela tem-se revelado adequada como instrumento de reserva a utilizar com os alunos mais interessados em aspectos matemáticos e informáticos. Tendo utilizado abordagens diversificadas ao longo de vários anos, foi depois de melhor ter arrumado as minhas próprias ideias, com base na modelização aqui apresentada, que consequi melhores resultados com os alunos. Desde então, tenho sempre discutido com os alunos todos os aspectos físicos tratados na Parte II, e isto independentemente de com os alunos usar ou não a modelização informatizada.

A modelização física requer apenas conhecimentos básicos. A sua implementação informatizada não requer conhecimentos sobre integração analítica de equações diferenciais, nem competências especiais na utilização de uma Folha de Cálculo. Assim, conjecturo que em disciplinas introdutórias de Cursos como os de Física, Engenharia, Astronomia e outros, poderá ser adequada a utilização da modelização informática, e mesmo o seu desenvolvimento orientado por parte de alunos (que poderão mesmo criar e implementar melhorias em relação ao aqui exposto, inclusive no modelo físico).

Relatarei sobre a conjectura anterior, com base na minha própria experiência, noutra oportunidade. Entretanto, fico na expectativa de que outros professores e alunos se interessem por estas ideias. Elas pareceramme suficientemente interessantes para serem desde já partilhadas, antes de mais com alunos e professores dos Ensinos Secundário terminal e Superior introdutório. Mas, naturalmente, elas são susceptíveis de serem melhoradas e aprofundadas, nomeadamente a nível físico e didáctico e quanto a modalidades e ferramentas de modelização e simulação <sup>12</sup>.

Agradeço ao meu amigo Nuno Brandão, Professor de Matemática no Ensino Secundário e Astrónomo Amador, a sua disponibilidade para conversar sobre estes assuntos e as suas úteis sugestões.

### Referências bibliográficas

- Bello, A., Portela, C., Caldeira, H., 1997. *Ritmos e Mudanças Física 12.*° *ano*, Porto Editora, Porto, Portugal, p. 270.
- Brunier, S., 1997. Collision galactique à 60 millions d'annéeslumière, *Ciel et Espace*, N.º 331, pp. 42-44.
- BUECHE, F. J., 1981. *Understanding the world of physics*, McGraw-Hill Book Company, New York, EUA.
- DARDEL, F., 1993. Marées Galactiques, Science et Vie Micro, N.° 105, pp. 194-198.
- FEYNMAN, R. P., LEIGHTON, R. B., SANDS, M., 1966. *The Feynman Lectures on Physics*, Addison Wesley Publishing Company, Reading, Massachussets, EUA, Vol I.
- Gass, I. G., Smith, J. P., Wilson. R. C. L., 1984. Vamos compreender a Terra, Livraria Almedina, Coimbra, Portugal.
- GUILLEMOT, H., 1993. Les Physiciens surpris par les marées, *Science et Vie*, N.º 907, pp. 36-42.
- HADDAD, L., 1997. Des hauts et des bas, *Ciel et Espace*, N.° 330, pp. 82-83.
- Hoop, C. G., 1992. Teaching Newton's second law another viewpoint, *The Physics Teacher*, 30 (6), pp. 358-359.
- MISNER, C., Cooney P., 1991. Spreadsheet Physics, Addison Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, EUA.
- Silva, A. A., 1994. Overcome Inertia: Go to an amusement park!, *Physics Education*, 29, pp. 295-300.
- SiLVA, A. A., 1995. Tides and real forces, *School Science Review*, 77 (279), pp. 99-102.
- SILVA, A. A., 1997. Uma Modelização Didáctica Social-Construtivista e Ecológica, Universidade de Aveiro, Portugal (Tese de Doutoramento).
- SMITH, P. A., 1992. Let's get rid of "Centripetal Force", The Physics Teacher, 30 (5), pp. 316-317
- STRAHLER, A. N., 1986. *Geografia Física*, Ediciones Omega, S. A., Barcelona, Espanha.
- WARREN, J. W., 1979. *Understanding force*, John Murray, Londres, Reino Unido.
- WESTPHAL, W. H., 1951. *Tratado de Física*, Editorial Labor, Portugal.
- WITHERS, M. M., 1993. Why do tides exist?, *The Physics Teacher*, 31 (7), pp. 394-398.

António Alberto Silva é Licenciado em Engenharia Electrotécnica (U. Porto), Mestre em Física (U. Porto) e Doutor em Didáctica (U. Aveiro). Foi Assistente na Faculdade de Engenharia (U. Porto) e é Professor Adjunto na Escola Superior de Educação (I. P. Porto). Leccionou Física, Electrotecnia e Informática Educativa, na formação inicial de Engenheiros e na formação inicial, continua e especializada de Professores. O seu principal interesse actual é a Didáctica da Física, com ênfase na evolução conceptual e na investigação interpretativa em ambiente natural de sala de aula.

Aproveito para agradecer ao "referee" da Gazeta de Física as suas pacientes e construtivas revisões, que conduziram ao esclarecimento de vários aspectos chave e a importantes melhorias do texto inicial. Este enriquecedor processo indicia que as ideias aqui em explanação estão abertas a futuros melhoramentos.

# ESTABELECIMENTO DA TRANSFORMAÇÃO DE LORENTZ RECORRENDO A UM CONCEITO DE VELOCIDADE LIMITE

RODRIGO DE ABREU

Departamento de Física, IST, Lisboa, Portugal

Estabelece-se e interpreta-se a transformação de Lorentz sem que se imponha a hipótese de invariância da velocidade da luz. Esta condição não pode ser imposta se o fotão não tem massa nula — basta admitir que a velocidade de qualquer partícula tem um limite superior e que uma trajectória rectilínea se transforma numa trajectória rectilínea para se obter a transformação de Lorentz entre dois referenciais.

Mostra-se através de uma análise física como se pode obter a transformação de Lorentz com relógios de Feynman com partículas que se movem com velocidade inferior a k (velocidade limite), em movimento em duas posições — longitudinal e transversal. O relógio na posição longitudinal permite de uma forma simples e directa obter as equações de Lorentz, a noção de dessincronização, as fórmulas de transformação das velocidades e as expressões do efeito Doppler. O tempo é introduzido logo à partida através de d = kt, em que d é a distância, t o tempo e k a velocidade do tempo assim designada por nenhuma partícula com massa diferente de zero poder ter esta velocidade. Deste modo a limitação das velocidades é uma consequência da conceptualização do tempo e a transformação de Lorentz deriva de um só postulado de relatividade dado k ser o mesmo em todos os referenciais — usamos a mesma escala de tempo em todos os referenciais. Desta forma a interpretação física que se apresenta é consistente com o resultado fundamental, bem conhecido, de que a transformação de Lorentz pode ser obtida a partir da hipótese de existência de uma velocidade limite — a invariância do intervalo do espaço-tempo acarreta as referidas transformações dado o valor da velocidade limite ser o mesmo para dois observadores em movimento relativo (se tiverem acordado nos mesmos padrões de medição). Podemos dizer que o facto da velocidade limite — aqui apresentada k, coincidir com a da propagação da luz no vazio e, não é mais que uma consequência da massa do fotão ser considerada nula.

### 1. Introdução

Comecemos por notar que, classicamente, uma partícula com velocidade infinita teria energia infinita. Notemos também que uma velocidade limite é sugerida pela maior velocidade observada na natureza — não se observam partículas [1] com velocidade superior a um determinado valor k [2,3,4]. Admitamos que existe um valor para que tende assimptoticamente a velocidade. Tal significa que

poderíamos identificar o tempo com a distância percorrida com esta velocidade limite (k = 1). Veremos que o admitir que k é um valor finito permite obter uma teoria consistente — num referencial em movimento em relação ao primeiro a velocidade limite prevista pela teoria continua a ser k (dado que se admitirmos a existência de uma velocidade limite k num referencial teremos que admitir o mesmo valor k num outro equivalente ao primeiro), as relações entre as dis-

Transformação de Lorentz

Relatividade

**Tempo** 

Velocidade da luz

Dessincronização

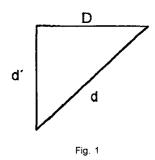
**Efeito Doppler** 

tancias e o tempo são uma constante. O tempo e o espaço não são independentes embora a intuição adquirida pela noção de velocidades diferentes faça pensar o contrário.

De facto, temos uma intuição do tempo, da passagem do tempo que nos é dada pela noção de velocidade. Espaço e tempo estão ligados de uma tal forma instintiva (sublinhe-se a sofisticação do sistema de sonar de um morcego conjuntamente com a descriminação em frequência obtida através do efeito Doppler associado ao movimento das orelhas [5], ou o talento musical de Mozart), que Santo Agostinho afirmava: "Se não me perguntam o que é o tempo eu sei o que é; mas, se me fazem tal pergunta, não o sei..." [6,7]. Ora a relação entre distância d, velocidade v e tempo t, d = vt, faz com que distância e tempo apareçam indirectamente relacionados através de v, o que leva a associar distancia e tempo a múltiplos valores. O que iremos procurar tornar evidente é que esta intuição deve, em parte, ser alterada. Para uma dada distancia d existe um tempo t, d = kt em que k é uma constante universal a que iremos chamar velocidade do tempo. Para um dado tempo existem várias distancias a que se associam várias velocidades. Desta forma a velocidade aparece como uma relação entre distâncias, a relação entre a distância percorrida e a distância máxima que como um limite pode ser associada ao tempo t, multiplicada pela constante universal k (e a que se pode arbitrar o valor 1). Isto é o conceito de velocidade não pode ser arbitrariamente associado a qualquer distancia dado não fazer sentido dividir uma distância por um tempo que não existe. Isto pode ser dito afirmando que existe uma velocidade limite, que é a velocidade do tempo. O tempo fica definido de tal forma que, logo à partida, as velocidades estão limitadas. O formalismo que se irá desenvolver no texto, bem assim a conceptualização de um relógio contém esta definição. Note-se que esta reabordagem do estabelecimento da transformação de Lorentz resulta, evidentemente, das que se baseiam nos postulados de Einstein [8], o segundo dos quais afirma a invariância da velocidade da luz, no vácuo, em todos os referenciais, de outras baseadas na linearidade das transformações e na existência de uma velocidade limite [9,10] e, resulta também, da ideia de que se a luz for constituída por fotões [11], com massa diferente de zero [2,4,12] a velocidade limite só pode ser atingida assimptoticamente. Se assim for, a conspiração da natureza referida por Poincaré [13], a de que não se detectava velocidade da luz diferente em referenciais em movimento relativo, passa a ter a interpretação simples de que tal apenas resulta da definição de tempo e da proximidade da velocidade dos fotões associados ao fenómeno da luz, da velocidade k [2,4]. A possibilidade experimental de poder acelerar fotões através da colisão com outros fotões [14] poderá um dia ver a ser uma realidade. "Talvez se venha a encontrar um fotão com massa diferente de zero, ou outro desvio que viole um princípio físico ainda mais sagrado do que o dictum de que a luz não pode ficar parada" [4,15-18].

Se considerarmos que d = kt é uma lei da física, que estabelece a definição de tempo através duma constante universal então a Transformação de Lorentz resulta de um único postulado de relatividade — o da covariância das leis da física em todos os referenciais [3]. A invariância de k é por definição, isto é, usamos a mesma escala de tempo em todos os referenciais.

### 1.1 O teorema de Pitágoras



Consideremos o triângulo rectângulo indicado na Fig. 1. Do teorema de Pitágoras

$$d^2 = d^{*2} + D^2 (1)$$

Definindo-se

$$\cos \alpha = \frac{d'}{d}$$

е

sen 
$$\alpha = \frac{D}{d}$$

de (1) vem

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{D^2}{d^2}} \tag{2}$$

### 1.2 A conceptualização de um relógio

Um relógio pode ser concebido de acordo com o esquema indicado na Fig. 2 [13,19]

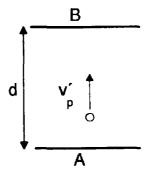


Fig. 2 — Duas placas A e B definem uma distância d e a direcção perpendidular que é a direcção de v'<sub>p</sub>, velocidade de uma partícula que oscila entre A e B.

Definamos t por

$$d = kt$$
 (3)

em que **k** é um factor cujo valor irá determinar numericamente o tempo. Este factor não é "infinito" porque se fosse "infinito" o tempo "não passava" e o relógio marcava sempre o tempo "zero", sendo finito é **k** que é a maior de todas as velocidades, por definição.

Definamos a velocidade  $v_p$  de uma partícula por

$$d = v_D t_D \tag{4}$$

em que t<sub>p</sub> é dado por (3)

$$t_p = \frac{d_k}{k},$$

em que  $d_k$  seria a distância percorrida por uma partícula que tivesse a velocidade limite.

Consideremos uma distancia d<sub>1</sub> tal que

$$d_1 = v_D t_1.$$

Temos que

$$\frac{d}{d_1} = \frac{t}{t_1}. (5)$$

Tempo e distância são proporcionais. Se  $d_1 = 2 d$ ,  $t_1 = 2 t$ .

Podemos evidentemente conceber um relógio com uma velocidade diferente de  $v_p,\ k_1,\ relógio$  este que mede o mesmo tempo  $t_p$ 

$$d_1 = k_1 t_D, \tag{6}$$

$$\frac{d_1}{d} = \frac{k_1}{v_0}$$
, de (4). (7)

Logo

$$d_1 = \frac{k_1}{v_p} d = Nd \quad \text{em que}$$

$$N = \frac{k_1}{v_0}. (8)$$

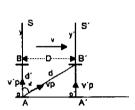
O relógio  $k_1$  conta N "cliques" enquanto o relógio  $v_p$  conta um "clique" se as placas dos dois relógios estiverem à mesma distância d, e se um "clique" corresponder a uma colisão da partícula com a placa.

Contar o tempo é medir uma distância d com um dado  $v_p$  ou medir uma distância N d com  $k_1$  em que  $N=k_1/v_p$ . Note-se que dois relógios diferentes medem o mesmo intervalo de tempo entre dois acontecimentos se os acontecimentos forem os mesmos para os dois relógios inde-

pendentemente do local em que se encontram. No entanto se os relógios estiverem em movimento relativo a análise de Einstein mostrou que é necessário proceder a uma análise cuidadosa para medir o intervalo de tempo que não é o mesmo para cada um dos relógios.

### 2. O tempo medido por um relógio em movimento

Consideremos um relógio A' B' em movimento para a direita, conforme se indica na Fig. 3 [13,19].



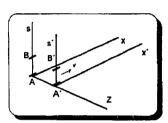


Fig. 3 — Os relógios AB e A'B' quando estão coincidentes emitem ambos uma partícula com velocidade  $v_p'$ . A partícula associada ao relógio que se está a mover para a direita, em S' tem em S a trajectória que se admite ser rectilínea e com velocidade  $v_p$ . Em S existe um relógio idêntico ao de S', a distância entre A e B é também d'.

Como as distâncias medem tempos temos

$$d = v_p t$$

$$d' = v'_p t'$$
(9)

O relógio que se encontra em repouso em S vai medir o tempo t

$$d_1 = v_p' t = \frac{v_p'}{v_p} d. {10}$$

De (1) e (2) temos

$$sen \alpha = \frac{D}{d} = \frac{vt}{v_p t} = \frac{v}{v_p}$$
 (11)

е

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{D^2}{d^2}} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_n^2}}$$
 (12)

De (10) e (12) temos

$$d_{1} = v'_{p}t = \frac{v'_{p}}{v_{p}}d = \frac{v'_{p}}{v_{p}\cos\alpha} = \frac{v'_{p}}{v_{p}} \frac{v_{p}t'}{\sqrt{1 - \frac{v^{2}}{v_{p}^{2}}}}$$

Logo

$$t = \frac{v_p'}{v_p} \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{v_p}\right)^2}} \tag{13}$$

Como os tempos medidos pelos relógios AB e A'B', não dependem dos relógios, dos valores de  $\nu_p'$ , temos que

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{14}$$

dado que quando  $v_p^\prime$  se aproximar de k também  $v_p$  se aproxima de k.

Podemos medir o valor de **k** (¹) com dois relógios, fazendo um percurso com um dos relógios, com velocidade v, regressando à posição inicial, onde ficou o outro relógio parado. De (14) temos que, representando por  $\tau_1$  e  $\tau_2$  os tempos medidos nos relógios parado e em movimento respectivamente,

$$1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2 = \left(\frac{t'}{t}\right)^2 = \left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^2 \tag{15}$$

De (15) tiramos

$$k = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_2}{\varepsilon_1}\right)^2}} \tag{16}$$

Admitamos, como veremos erradamente, que

$$v_p^2 = v_p'^2 + v^2$$
.

**Temos** 

$$v^2 = v_D^2 - v_D^{\prime 2} \tag{17}$$

Se assim fosse, tínhamos

$$t = \frac{v_p'}{v_p} \frac{t'}{\sqrt{\left(\frac{v_p^2}{v_p^2}\right)}} \tag{18}$$

Admitir que  $v_{py} = v'_p$  é o mesmo que admitir t = t'. De facto as relações  $d = v_p t$  e  $d' = v'_p t'$  mostram que

$$\frac{d}{d'} = \frac{v_p t}{v_p t'} \tag{19}$$

implica

$$t = t' (20)$$

se

$$\frac{d}{d'} = \frac{v_p}{v_0} \tag{21}$$

Como é fácil verificar as relações

$$d^2 = d'^2 + D^2, (22)$$

$$d = v_p t \tag{23}$$

е

$$D = vt (24)$$

implicam

$$v_D^2 t^2 = v_D^{\prime 2} t^{\prime 2} + v^2 t^2. {(25)}$$

Logo

$$t = t' \Rightarrow \nu_p = \sqrt{\left(\nu_p^2 + \nu^2\right)} \Rightarrow t' = t.$$
 (26)

Se  $v_p$  aumentar proporcionalmente a d então t = t'. Existindo uma barreira na velocidade esta linearidade deixa de se verificar.

A verdadeira relação entre  $v_p^\prime$  e  $v_p$  pode facilmente ser encontrada. De (13) e (14) temos

$$v_{p} = v'_{p} \frac{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\nu}{k}\right)^{2}\right)}}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\nu}{\nu_{p}}\right)^{2}\right)}}.$$
 (27)

Mas

$$v_p^2 = v_{py}^2 + v^2. (28)$$

Substituindo (28) em (27) temos

$$v_p = v_p' \frac{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2\right)}}{\sqrt{\left(\frac{v_{py}}{v_p}\right)^2}}$$
 (29)

ou

$$v_{py=v_p'}\sqrt{\left(1-\left(\frac{v}{k}\right)^2\right)} \tag{30}$$

### 3. A Transformação de Lorentz

Consideremos seguidamente em S', um relógio na horizontal idêntico ao anterior e que se encontra na "vertical" (Fig. 4)

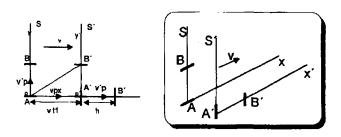


Fig. 4 — Quando S' passar pela origem são emitidas partículas nos relógios de S e de S'. Em S' a velocidade da partícula na vertical é  $v_p^\prime$ . Na horizontal é também  $v_p^\prime$  em S' mas passa a ser  $v_{px}$  em S (componente horizontal, x, de  $v_p$ ).

<sup>(</sup>¹) Outra maneira de conceber a determinação de k é através da fórmula de transformação das velocidades (David Mermin, Relativity without light [3].

Dado (14) temos

$$vt_{1} = v \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^{2}}}$$
 (31)

Da mesma forma temos

$$h = v_p' \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}}$$
 (32)

A partícula emitida em S' na horizontal e que vai chegar a B' passado o tempo t', demora em S o tempo  $t_1$ 

$$v_{px}t = vt_1 + h = v\frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}} + v'_p\frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}}$$
(33)

$$t = \frac{v}{v_{px}} \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}} + \frac{v'_{p}}{v_{px}} \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}}$$
(34)

Ora esta relação para os relógios com partículas com velocidades próximas de **k** é

$$t = \frac{t' + \frac{v}{k}t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}}.$$
 (35)

Como x' = k t' temos

$$t = \frac{t' + \frac{v}{k^2}x'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}}$$
 (36)

Podemos de (33) escrever a relação

$$x = \frac{x'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}} + \frac{vt'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}}$$
 (37)

Podemos considerar que as expressões (36) e (37) são válidas para um x' qualquer no instante t'. A expressão (37) é evidentemente válida para outro x'. A expressão (36) também é válida, bastando notar o seguinte:

Designemos por t o que anteriormente designávamos por t e por x' o que anteriormente designávamos por x'. Nesta nova notação (36) escreve-se

$$t = \frac{t' + \frac{y}{k^2} x'}{\sqrt{1 - \left(\frac{y}{k}\right)^2}} \tag{38}$$

ou

$$t - \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}} = \frac{\frac{v}{k^2} x'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{39}$$

(39) dá-nos a dessincronização [20] entre os relógios de S separados da distância

$$\frac{\star'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}}$$

Temos portanto que

$$n\left(t - \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}}\right) = \frac{v}{k^2} \frac{ns'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}}$$
 (40)

Logo

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}} + n \left(t - \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}}\right) = \frac{t' + \frac{v}{k^2} x'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}}$$
(41)

que é a expressão formalmente idêntica a (36).

Obtivemos, deste modo, a transformação de Lorentz para pontos (x,y,z,t) de S e (x',y',z',t') de S'

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{42}$$

$$t = \frac{\frac{1}{1 + \frac{1}{k^2} x'}}{\sqrt{1 - \left(\frac{y}{k}\right)^2}} \tag{43}$$

$$y = y' \tag{44}$$

$$z = z'$$
 (45)

### 4. A transformação das velocidades

De (34) e (43) temos

$$\frac{v_{p}}{v_{px}} \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^{2}}} + \frac{v}{v_{px}} \frac{t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^{2}}} = \frac{t' + \frac{v}{k^{2}} x'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^{2}}}$$
(46)

Ora

$$x' = V_p t' \tag{47}$$

e portanto de (46) e após substituição tiramos

$$\frac{v_{p}^{\prime}}{v_{px}}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^{2}}} + \frac{v}{v_{px}}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^{2}}} = \frac{1+\frac{v}{k^{2}}v_{p}^{\prime}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^{2}}}$$
(48)

ou

$$v_{px} = \frac{v_p^{i+v}}{1 + \frac{v}{2}v_p^{i}} \tag{49}$$

Se v'<sub>p</sub> se aproximar de k temos

$$v_{px} = \frac{k+\nu}{1+\frac{\nu}{k^2}k} = \frac{k+\nu}{\frac{k+\nu}{k}} = k$$
 (50)

verificando-se a consistência da teoria com as hipóteses inicialmente admitidas. O termos admitido que a velocidade está limitada pela velocidade do tempo faz com que a velocidade não pode deixar de estar limitada. A definição do tempo limita a velocidade.

### 5. Efeito Doppler

De (34) temos que o período para um feixe de partículas que oscilam no relógio de Feynman na horizontal

$$T = \left(\frac{v_p'}{v_{px}} + \frac{v}{v_{px}}\right) \frac{T'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}} \tag{51}$$

Logo temos que a frequência será

$$v = \frac{v_{pr}\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^{2}}}{v+v_{p}^{1}}v^{'}.$$
 (52)

Para velocidades próximas de k temos que (52) fica

$$v = \frac{k\sqrt{1-\left(\frac{v}{k}\right)^2}}{v+k}v'$$
 (53)

ou

$$v = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{k}\right)^2}}{1 + \frac{v}{k}} v' \tag{54}$$

### Conclusão

Estabeleceu-se e interpretou-se fisicamente a transformação de Lorentz a partir da conceptualização de um relógio com o tempo dado pela distância entre duas placas paralelas, d = kt. Por analogia com a velocidade de uma partícula que percorre uma distância d com velocldade  $v_p$ ,  $d = v_p t$ , afirma-se que k é a velocidade do tempo, a maior de todas as velocidades.

A partir do relógio de Feynman estabeleceu-se a relacão entre os tempos de dois referenciais como um limite da expressão que liga os tempos para os relógios com partículas com velocidade v<sub>p</sub> no referencial próprio.

Generalizou-se a análise de Feynman considerando o relógio colocado horizontalmente, o que permite de uma forma simples e directa estabelecer as relações entre o espaço e o tempo, dado estas relações estarem contidas na definição do relógio. A dessincronização e a expressão do efeito Doppler surgem com facilidade associadas às fórmulas de transformação entre o espaço e o tempo dos dois referenciais.

Em vez de se afirmar a invariância da velocidade da luz, afirma-se a invariância da relação entre a distancia e o tempo em qualquer referencial, d = kt. A definição de tempo faz com que todas as velocidades tendam para k. A intuição adquirida para baixas velocidades é que faz pensar que a velocidade não está limitada. Quando as distancias percorridas são proporcionais ao tempo as velocidades aproximam-se do valor k. Não faz sentido atribuir a v o valor k na expressão

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{K}\right)^2}}$$

dado a divisão por zero não estar definida [2] e se mo for zero m é nulo independentemente do valor arbitrariamente grande do denominador [2]. Este valor só pode ser atingido num sentido limite: se considerarmos uma partícula com velocidade 0.99k num dado referencial, se nos movermos com a partícula definimos um referencial em que a partícula está em repouso; neste referencial é possível que a partícula também se possa mover com 0.99k exactamente como no 1.º referencial, na mesma direcção e sentido; podemos estender as considerações que acabamos de fazer a N referenciais e concluir que para qualquer valor de N arbitrariamente grande a partícula movese com uma velocidade inferior a k qualquer que seja o referencial que se considere, por razões puramente cinemáticas, sendo absurdo admitir que a velocidade de qualquer partícula possa ser igual a k-k comporta-se como se fosse um "infinitamente grande".

### Referências

- MAYANTS, L. Found. Phys. 4, 335 (1974).
   MAYANTS, L. Found. Phys., Vol. 11, N.° 7 /8, 577 (1981).
- [3] МЕКМІN, N. David *Am. J. Phys.* 52, 119 (1984). [4] GOLDHABER, A. and NIETO, M. *Sci. Am.* 272, 86 (1976).
- DAWKINS, R. O Relojoeiro Cego, (Universo da Ciência, edições 70, Lisboa, 1986) p. 51.
- Pascoaes, Teixeira de -- Santo Agostinho, (Livraria Civilização, Pôrto, 1945), p. 76.
- NEWTON-SMITH, W. The Nature of Time, Edited by Raymond Flood & Michael Lockwood (B. Blackwell/UK, 1988), p. 24.
- EINSTEIN, A. Ann. Phys. 17, 891 (1905).
  FOCK, V. The Theory of Space, Time and Gravitation (Pergamon Press, 1964), pp. 20-24.
- [10] FARO, M. de Abreu Memórias da Acad. de Ciências de Lisboa, Classe de Ciências Tomo XXXII, 241 (1992).
- EINSTEIN, A. Ann. Phys. 17, 132 (1905).
- BROGLIE, L. de Nature 115, 549 (1925).
- [13] FEYNRNAN, R.; LEIGHTON, R.; SANDS, M. The Feynman Lectures on Physics (Addison-Wesley, Reading, Massachussets, 1966) vol. I, 15-5.
- [14] MAYANTS, L. Phys. Essays 2, 329 (1989).
- [15] Haisch, B.; Rueda, A. and Puthoff, H. The Sciences, Nov/Dec., 2 (1994).
- [16] MARSHALL, T. Phys. Rev. D. Vol. 24, N.° 6, 24 (1981).
  [17] MAYANTS, L. The Enigma of Probability in Physics (Reidel, Dordrecht/Boston, 1984).
- [18] MAYANTS, L. Beyond the Quantum Paradox (Taylor & Francis, London 1994).
- [19] WHEELER, J. A. A Journey into (Jravity and SpaceTime (Sc. Am. Library, New York, 1990) p. 40.
- [20] FARO, M. de Abreu Técnica 438, 283 (1977).

Rodrigo de Abreu é professor auxiliar do Departamento de Física e investigador do Centro de Electrodinâmica do IST.

# EFEITOS QUÂNTICOS DE DIMENSÃO NA POLARIZABILIDADE DAS NANO-PARTÍCULAS

G. K. GUEORGUIEV e J. M. PACHECO

Departamento de Física da Universidade 3000 Coimbra, Portugal

Neste artigo mostra-se o papel fundamental desempenhado pelos Efeitos Quânticos de Dimensão na polarizabilidade de nano-partículas tomando-se como exemplos os agregados de átomos metálicos e os fulerenos.

O interesse do Homem pelos agregados atómicos data de tempos remotos em que os artesãos exploravam as peculiaridades de pequenas partículas metálicas, que quando usadas para contaminar o vidro davam origem a colorações variadas, desta forma produzindo os famosos vitrais. Presentemente, os agregados atómicos correspondem a partículas com um número variável de átomos (desde um par de átomos até várias dezenas ou centenas de milhar), de dimensões microscópicas ou submicroscópicas. O que diferencia, regra geral, um agregado atómico pequeno de uma molécula é meramente um critério de estabilidade, uma vez que muitos agregados são metaestáveis quando isolados, contrariamente a uma molécula, que se pressupõe estável.

Tradicionalmente, os agregados atómicos só podiam ser estudados quando "depositados numa matriz", isto é, na sua produção era necessária a existência de um outro material de suporte — a denominada matriz - que, sendo tão inerte quanto possível, na prática interferia com as propriedades intrínsecas dos agregados, a ponto de estas dependerem qualitativa e quantitativamente da matriz de suporte. Só em meados dos anos 80 se tornou possível produzir — de um modo controlado e com boa qualidade — feixes gasosos (denominados) moleculares, de agregados atómicos, de tal forma que a interacção dos agregados com os vizinhos é eliminada na prática. Este progresso, juntamente com a descoberta das surpreendentes moléculas ocas de carbono — os fulerenos — veio abrir novas perspectivas no estudo das propriedades fundamentais destes sistemas finitos, possibilitando o estudo destas propriedades em função do tamanho das partículas.

Talvez a característica física mais fundamental evidenciada por estes sistemas é a que decorre do confinamento de partículas intrinsecamente quânticas -- os átomos — num volume finito e pequeno do espaço. Este confinamento está na origem dos denominados Efeitos Quânticos de Dimensão (EQD), que por sua vez determinam alguns dos efeitos e propriedades mais surpreendentes associados com os agregados atómicos, desde a estrutura em camadas evidenciada nos agregados de átomos metálicos e que, para os agregados mais pequenos, encontra explicação qualitativa no famoso modelo em camadas desenvolvido nos anos 50 no domínio da Física Nuclear 1, até às aplicações tecnológicas mais recentes 2, como sejam os novos filmes fotográficos de alta sensibilidade, produzidos a partir da deposição de nano-partículas, formadas por átomos de metais nobres, em filmes finos.

Polarizabilidade

Nano-partículas

**Fulerenos** 

Efeitos Quânticos de Dimensão

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> HEER. Walt de — Rev. Mod. Phys. 65

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Ver o artigo: Solid State Technology, Technology News (August, 1994), 26.

De entre as muitas propriedades destes micro-sistemas que evidenciam EQD, a polarizabilidade (estática) dos agregados distingue-se não só pela quantidade de informação que dela se pode extrair como ainda pela simplicidade conceptual de que se reveste a sua determinação experimental. Sob o ponto de vista teórico, não só a sua interpretação Física é simples, como ainda através da sua modelização clássica e/ou semiclássica se tem sido capaz de reproduzir, qualitativamente, a dependência com o tamanho evidenciada pela polarizabilidade dos agregados de átomos metálicos, onde os efeitos resultantes dos EQD são facilmente inseridos desempenhando, como mostraremos, um papel determinante.

Neste artigo investiga-se a dependência da polarizabilidade estática dos fulerenos com o seu tamanho, em comparação com os resultados já conhecidos para a polarizabilidade estática de pequenas partículas metálicas. Depois de analisarmos algumas das características comuns existentes entre os agregados de átomos metálicos e os agregados ocos de carbono - os fulerenos vamos explorar esta analogia para estabelecer, a um nível semi-clássico, o comportamento da polarizabilidade estática dos fulerenos como uma função do seu tamanho. Veremos que estes argumentos, qualitativamente válidos no caso dos agregados metálicos, falham no caso dos fulerenos, devido a efeitos quânticos impossíveis de incorporar a este nível de descrição. Tal será demonstrado utilizando um modelo quântico em que a polarizabilidade dos fulerenos é calculada explicitamente.

Conhecendo a polarizabilidade estática de um agregado é possível, regra geral, ter uma estimativa qualitativa do comprimento de onda da radiação para a qual o sistema absorve luz. Do mesmo modo, quanto maior for a polarizabilidade de um agregado, mais fácil se torna excitá-lo com um campo electromagnético, o que reflecte a menor intensidade com que os electrões se encontram ligados no agregado. Experimentalmente, a polarizabilidade mede-se calculando o quociente entre a intensidade do campo eléctrico local  $\vec{\epsilon}$  aplicado e a intensidade do momento dipolar induzido  $\vec{\mu}^{\star}$ ,

$$\vec{\mu}^* = \alpha \vec{\varepsilon}$$
.

para campos eléctricos de fraca intensidade. Quando o campo eléctrico é, por exemplo, produzido através de um laser de elevada intensidade, então a excitação do sistema tem, em geral, uma componente não-linear — a hiperpolarizabilidade  $\beta$  — que modifica a relação anterior entre  $\vec{\mu}^*$  e  $\vec{\varepsilon}$ , resultando em

$$\vec{\mu}^{\,\bullet} = \alpha \, \vec{\varepsilon} + \frac{1}{2} \, \beta \, \vec{\varepsilon} \circ \vec{\varepsilon} + \dots \ .$$

Como é evidente das relações acima, a polarizabilidade linear de um sistema é um tensor de 2.ª ordem. Regral geral, não é fácil determinar este tensor experimentalmente (o que envolveria a utilização de luz polarizada). Desta forma, a polarizabilidade determinada experimentalmente corresponde à polarizabilidade média do sistema, onde a média abrange as possíveis orientações do agregado relativamente à direcção do campo eléctrico aplicado. Se bem que se perca alguma informação importante, uma vez que a polarizabilidade contém informação que está directamente ligada à estrutura geométrica do agregado, a ligação entre a polarizabilidade medida experimentalmente e o cálculo teórico da mesma é simples. A polarizabilidade média é proporcional ao traço do tensor quando calculado no sistema de eixos principal do agregado

$$\alpha_{med} = \frac{1}{3} \left[ \alpha_{XX} + \alpha_{TT} + \alpha_{ZZ} \right].$$

Quando se divide a polarizabilidade  $4\pi\epsilon_0$  pela constante, onde  $\epsilon_0$  é a permitividade do vazio (adequada para agregados isolados), de volume que, para agregados atómicos, é vulgar exprimir em  $A^3$ , e que designaremos por  $\tilde{\alpha}$ .

Nas expressões anteriores, nada foi dito quanto à eventual dependência no tempo do campo eléctrico aplicado. No caso mais geral, em que o campo eléctrico oscila com uma frequência angular  $\omega \neq 0$  a polarizabilidade linear oscila no tempo (para partículas pequenas, desprezando efeitos de retardamento) com a mesma frequência, denominando-se esta quantidade por polarizabilidade dinâmica por contraste com o caso estático, mais simples, correspondente ao limite  $\omega \neq 0$  — polarizabilidade estática. Classicamente, foi no princípio deste século - mais concretamente em 1908 — que Mie 3 resolveu o problema da polarizabilidade dinâmica de uma partícula metálica de forma esférica, sendo este resultado (que corresponde à determinação da solução das equações de Maxwell para o problema, com as condições fronteira apropriadas) conhecido por Teoria de Mie. De acordo com esta teoria, e no limite simples de um campo eléctrico estático, temos que a polarizabilidade estática vale

$$\tilde{\alpha} = R^3 \rightarrow \tilde{\alpha}/R^3 = C^{\mu}$$

Nesta equação R é o raio da partícula esférica e, como veremos, este resultado desempenha um papel importante na discussão que se segue.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> MIE, G. — Ann. Phys. (Leipzig), 25 (1908), 377.

Nos agregados metálicos, bem como nos fulerenos, o valor médio da densidade electrónica não varia apreciavelmente como função do tamanho, pelo que constitui uma aproximação razoável admitir que a densidade electrónica permanece constante. Por outro lado, há certos números de átomos para os quais quer os agregados metálicos quer os fulerenos adquirem uma estabilidade particular, dando origem, no caso dos agregados metálicos, aos denominados agregados mágicos, enquanto que, frequentemente (uma excepção é, por exemplo, o  $C_{70}$ , com a forma de uma bola de rugby) nos fulerenos esta estabilidade particular está associada a gaiolas arredondadas de simetria icosaédrica 4. Esta estabilidade especial é determinada, nos agregados metálicos mais pequenos, pelo ganho significativo de energia que advém da possibilidade das orbitais electrónicas se agruparem em camadas energeticamente quasi-degeneradas - uma propriedade que, para os agregados mágicos, é bem reproduzida através do modelo de geleia esférico, ou seja, um modelo em que a granularidade intrínseca do esqueleto atómico é substituída por uma distribuição volumétrica de carga de valor constante e de forma esférica. Em particular, é devido a esta forma global esférica que se maximiza a degenerescência das orbitais electrónicas, dando origem a uma sequência de números mágicos para os agregados em surpreendente acordo com as medidas experimentais. Para os agregados de carbono, a estabilidade resulta de um balanço delicado entre a estabilidade electrónica, em parte determinada pelo ganho resultante da degenerescência das orbitais electrónicas, e ainda pela topologia das ligações entre átomos de carbono vizinhos, onde a regra do "pentágono isolado", entre outras, determina restrições de natureza geométrica que resultam na forma frequentemente quasi-esférica, de simetria icosaédrica, evidenciada por esta família de agregados de car-

Como já foi referido, um dos resultados deste balanço energético entre as contribuições electrónica e iónica é uma densidade electrónica (e iónica também) aproximadamente independente do tamanho dos agregados. No entanto, enquanto nos agregados metálicos a densidade se estende por todo o volume do agregado, nos fulerenos a densidade electrónica preenche apenas uma parte desse volume (com excepção do  $C_{20}$ ), que se pode aproximar por uma camada esférica de raio médio  $R_{med}$  e espessura 2a— ver figura 1.

Uma das consequências imediatas desta propriedade da densidade é a inter-relação existente entre o tamanho do agregado e o número de átomos constituintes. Com efeito, podemos escrever (ver figura 1) para os agregados metálicos

$$\rho_{\text{wet}} = C^{\text{M}} = \frac{N}{V} = \frac{3N}{4\pi R^3} \approx \frac{N}{R^3} \rightarrow R \approx N^{\frac{1}{2}}$$

enquanto que para os fulerenos

$$\rho_{ph} = C^{*} = \frac{N}{V} = \frac{N}{\frac{4}{3}\pi \left[R_{*}^{2} - R_{*}^{2}\right]} = \frac{\frac{3}{8\pi}N}{\alpha R_{mod}^{2} \left(3 + \left(\frac{\alpha}{R_{mod}}\right)^{2}\right)} \rightarrow R \approx N^{\frac{3}{2}}$$

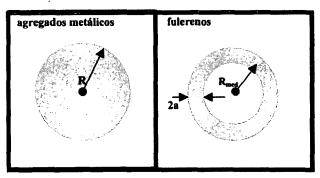


Fig. 1 — Ilustração da densidade electrónica associada a um agregado metálico e a um fulereno.

A dependência de R em  $N^{1/3}$  é bem conhecida para os agregados de átomos metálicos  $^5$ . Para os fulerenos, a figura  $\mathbf 2$  mostra que a dependência obtida acima reproduz qualitativamente os resultados de uma optimização estrutural utilizando um modelo quântico (descrito mais adiante) para os membros da família de fulerenos quasi-esféricos até ao número 3840.

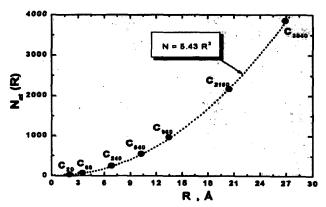


Fig. 2 — A dependência de N com R para a família dos fulerenos icosaédricos.

Qual a dependência da polarizabilidade estática com o tamanho das partículas?

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> MARTINS, J. L. — Gazeta de Física, 16 (1993), 2.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Martin, T. P. — *Phys. Reports*, 273 (1996), 200.

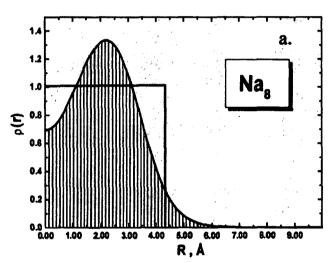
<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Lambin, Ph.; Lucas, A. A.; Vigneron, J.-P. — *Phys. Rev.B*, 46 (1992), 1794.

Comecemos por recordar os argumentos conhecidos para o caso das partículas metálicas e que, face às características comuns evidenciadas pelos fulerenos, em particular no que toca à densidade, também poderão ser invocados para estes. De salientar que não só podem ser invocados como têm vindo a ser preconizados na literatura como o "modus-operandi" da polarizabilidade dos fulerenos  $^6$  na descrição, entre outros, da interacção de dispersão entre fulerenos a longas distâncias. Para uma partícula metálica de forma esférica podemos escrever  $\tilde{\alpha} = R^3$  onde temos que  $R \approx r_{WS} N^{I/3}$ , para partículas metálicas  $^7$ , o que faz com que também  $\tilde{\alpha} / N$  não dependa de N.

Na relação acima, no entanto, não é levado em conta o facto de que, em virtude de a partícula metálica confinar um número finito de electrões num volume pequeno, e consequentemente apresentar EQD, a densidade electrónica da partícula se estender "para além" do limite de Desta forma, os **EQD** podem ser incorporados no resultado de Mie "renormalizando" o resultado clássico da forma seguinte,

$$\tilde{\alpha} = [R + \delta]^3 \rightarrow \tilde{\alpha}/R, = 1 + 3\frac{\delta}{R} + \cdots$$

ou seja, a simples introdução deste parâmetro de "spillout" altera significativamente o comportamento da polarizabilidade como função da dimensão dos agregados, passando a deixar de ser uma função constante para passar a diminuir com o tamanho das partículas, aproximandose, gradualmente do resultado clássico. Se bem que o comportamento assimptótico da polarizabilidade constitua ainda um tema em aceso debate, em particular a dependência deste comportamento com o estado de ionização das partículas, a figura 3b mostra que a dependência prevista acima por via da expressão renormalizada estabe-



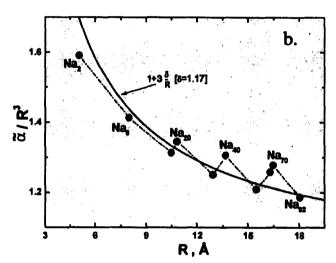


Fig. 3 — a: Densidade iónica constante da geleia esférica e densidade electrónica, de um agregado de sódio com 8 átomos. No modelo de geleia utilizado, cada átomo contribui apenas com um electrão de valência para a estrutura electrónica do agregado. b: Polarizabilidade estática de agregados neutros de sódio (dividida pelo raio cúbico  $R^3$  da esfera de geleia) como função de R. Na descrição dos agregados é utilizado o modelo de geleia e são calculados todos os agregados mágicos com número de átomos inferior a 100. A curva a cheio mostra uma parametrização efectuada com a dependência renormalizada para δ = 1.17. De salientar que um valor corrente utilizado para δ é 1.44 Å (para o sódio).

carga iónica. Este fenómeno, invocado pela primeira vez por Snider e Sorbello  $^8$  em 1983 veio a ficar conhecido por "spill-out", sendo ilustrado na figura 3a para uma partícula de sódio com 8 átomos, em que a estrutura iónica foi substituída por uma geleia de forma esférica e densidade constante. Como se pode constatar, a densidade electrónica de carga estende-se para além do limite de carga iónica, neste caso bem definido. Verifica-se que este parâmetro de "spill-out" —  $\delta$ — se mantém aproximadamente independente do tamanho da partícula, como é possível verificar através de cálculos quânticos efectuados para partículas metálicas de diferentes tamanhos, dentro do modelo de geleia.

lece um comportamento qualitativamente correcto para os resultados quânticos, obtidos no modelo da geleia já referido.

No caso dos fulerenos, e sob o ponto de vista clássico, algo de muito semelhante se passa. Com efeito, se admitirmos que a camada esférica — ver figura 1 — é

Nesta equação utilizou-se explicitamente o raio de Wigner-Seitz, r<sub>ws</sub> vulgarmente utilizado no modelo de geleia para estabelecer a relação entre R e N .r<sub>ws</sub> é uma quantidade directamente relacionada com a densidade de equilíbrio da substância na sua forma cristalina.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> SNIDER, D. R.; SORBELLO, R. S. — Sol. St. Comm. 47 (1983), 5702.

condutora, somos conduzidos ao mesmo resultado obtido para as esferas metálicas com uma polarizabilidade estática  $\tilde{\alpha}$  que é igual ao cubo do raio exterior da camada esférica. No entanto, e tendo em conta que o carbono é um elemento que estabelece preferencialmente ligações químicas de tipo covalente, é usual considerar que o meio que forma a camada esférica se comporta como um dieléctrico, com uma permitividade relativa ajustável. Neste caso, a polarizabilidade estática pode expandir-se na forma

$$\widetilde{\alpha}_{R^{3}} = \frac{(2\varepsilon + 1)(\varepsilon - 1)}{3\varepsilon} \left[ x - \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon} \right)^{2} x^{2} + O(x^{3}) - \cdots \right]$$

onde  $x={}^a\!/_{\!\!R}$ . Um valor razoável é  $\varepsilon=2$ , se bem que a dependência em  $\varepsilon$  não seja muito significativa, tendo sido pontualmente utilizados outros valores com o intuito de reproduzir resultados especificamente para o fulereno mais polular, o  $C_{60}$ . A forma da função  $\tilde{\alpha}$  /  $R^3$  é monótona decrescente. Deste modo, à medida que o tamanho do fulereno aumenta, a teoria clássica prevê uma diminuição de  $\tilde{\alpha}$  /  $R^3$  como uma função de R. Qual o efeito do "spillout" nesta expressão? Neste caso, os EQD vão contribuir para aumentar o valor efectivo de espessura a, relativamente a qualquer estimativa clássica, o que não vai alterar o comportamento de  $\tilde{\alpha}$  /  $R^3$ .

Vamos de seguida averiguar sobre a validade da estimativa que acabamos de efectuar. Para o efeito, vamos recorrer a um modelo quântico simples, que foi desenvolvido fenomenologicamente com o intuito de descrever as diversas formas estáveis do carbono, desde as suas formas cristalinas até às formas mais exóticas, nomeadamente os fulerenos e o carbono amorfo. Este modelo, inserido num contexto mais vasto da denominada aproximação de "Tight-Binding" (TB) ou, como também é conhecida, de **acoplamento forte**, corresponde a escrever a energia total de um agregado na forma  $E_{tot} = E_{BS} + E_{REP}$  onde a denominada "energia da estrutura da banda",  $E_{bs}$ , é igual à soma dos valores próprios do hamiltoniano efectivo de TB

$$H_{TB}\left(\left\{\vec{R}_{i}\right\}\right) = \sum_{\alpha,i} \varepsilon_{\alpha} a_{\alpha,i}^{+} a_{\alpha,i} + \sum_{\alpha,\beta,j} V_{\alpha,i,\beta,j} \left(\left\{R_{i}\right\}\right) a_{\alpha,i}^{+} a_{\beta,j}$$

(onde  $\alpha$ ,  $\beta$  são índices que identificam as orbitais s e p de valência do carbono e i, j enumeram os átomos no fulereno) para todos os estados electrónicos ocupados, e  $E_{rep}$  é um potencial repulsivo de curto alcance, que pretende reintroduzir, de uma forma fenomenológica, os termos não directamente incluídos em  $E_{TB}$ . Os elementos não-diagonais do hamiltoniano  $E_{TB}$  representam, nesta aproximação, integrais de dois centros, envolvendo os denominados "integrais de transferência", a que correspondem  $V = \{V_{ssor}, V_{psor}, V_{pprr}, V_{pprr}\}$ , e que adquirem, neste modelo, uma dependência com a distância uma vez que

são multiplicados por uma função s(t) que decai exponencialmente para separações entre átomos superiores a uma distância de equilíbrio tomada como referência no cálculo de V. Os termos diagonais, ou seja, as energias  $\varepsilon_a = \{\varepsilon_s, \varepsilon_p\}$ , que correspondem originalmente às energias dos electrões de valência de cada átomo de carbono no respectivo átomo, são aqui encarados como mais 2 parâmetros ajustáveis.

Os parâmetros do modelo foram determinados 9 por forma a que os resultados obtidos com este modelo para as formas estáveis do carbono reproduzissem o mais fielmente possível os correspondentes resultados obtidos na Aproximação da Densidade Local (LDA) da Teoria da Funcional da Densidade (DFT), uma metodologia que se tem revelado precisa e eficiente na determinação de muitas propriedades de sistemas quânticos de muitos corpos, em particular as diferentes formas estáveis do carbono. Uma vez que, dentro do modelo de TB é possível determinar a energia total do sistema quântico que se pretende descrever como uma função paramétrica das coordenadas dos iões, torna-se possível efectuar uma determinação computacional — beneficiando de uma eficiência impossível de concretizar em modelos mais fundamentais e necessariamente mais complexos — da configuração iónica que minimiza a energia do sistema. No caso dos fulerenos icosaédricos, a figura 4 mostra algumas das geometrias que minimizam a energia total de fulerenos com um número de átomos de carbono compreendidos entre 20 e 3840.

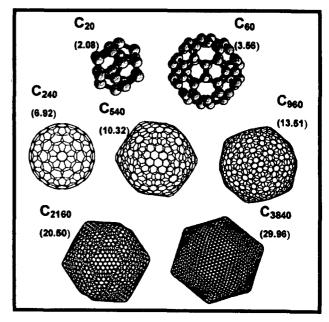


Fig. 4 — Estruturas de equilibrio para fulerenos com o número de átomos de carbono indicado na figura. Uma vez que as moléculas não estão todas representadas na mesma escala indicase, entre parêntesis, o valor do raio médio, em angströms, para cada fulereno.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Xu, C. H.; WANG, C. Z.; CHAN, C. T.; Ho, K. M. — J. Phys.: Condens Matter, 4 (1992), 6047.

Como se pode constatar, a forma destas "gaiolas" é significativamente arredondada, a tal ponto que uma expansão multipolar do potencial efectivo gerado por estes agregados, em virtude da sua geometria icosaédrica, apresenta como primeiro termo com  $L \neq 0$  o termo L = 6. o que faz com que, em primeira aproximação, um fulereno se comporte como um objecto esférico. Com efeito, a sua polarizabilidade estática é um tensor diagonal (no sistema de eixos principal) proporcional ao tensor unitário. É em parte devido a esta simetria elevada que a teoria de resposta linear baseada no modelo de TB, desenvolvida por Bertsch e colaboradores em 1991 10, em que o efeito de blindagem produzido pela reacção dos electrões à presença de um campo eléctrico externo é aproximado pelo correspondente efeito clássico devido a uma distribuição superficial de carga de simetria esférica, se revela surpreendentemente eficiente, uma vez que consegue reproduzir qualitativamente os resultados experimentais para o espectro de absorpção óptica do C<sub>60</sub>, como se ilustra na figura 5.

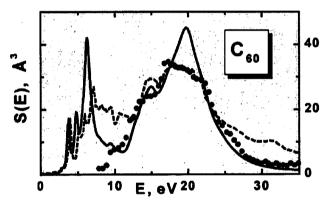


Fig. 5 — Função de resposta do fulereno  $C_{60}$  a um campo eléctrico como função da energia da onda incidente. Os pontos a cheio correspondem às medições experimentais  $^{11}$ , a linha a tracejado representa os resultados de LDA  $^{12}$  enquanto que a linha a cheio corresponde aos resultados do modelo de resposta linear em TB  $^{13}$ .

Nesta aproximação, a polarizabilidade estática obtém-se como o limite quando  $(\omega + i\eta) \rightarrow 0$  da função indicada na equação seguinte, que corresponde à polarizabilidade linear dinâmica <sup>14</sup> de reacção a um campo eléctrico de frequência  $\omega$ , e que se pode escrever em termos das funções de onda de **TB**, estados próprios de  $H_{TB}$ , na forma

$$\widetilde{\alpha} = \left[1 + \widetilde{\alpha}^{(0)}W\right]^{1}\widetilde{\alpha}^{(0)},$$

$$\widetilde{\alpha} = \left[1 + \widetilde{\alpha}^{(0)}W\right]^{1}\widetilde{\alpha}^{(0)}, \quad \widetilde{\alpha}_{s,n}^{(0)} = \sum_{p,k} \left\langle p \left| D_{z}^{(n)} \right| h \right\rangle \langle h \left| D_{z}^{(n)} \right| p \right\rangle \frac{2(\varepsilon_{p} - \varepsilon_{k})}{(\varepsilon_{p} - \varepsilon_{k})^{2} - (\omega + l\eta)^{2}}$$

Nesta equação, W é a matriz de interacção de dimensão 2 x 2 e D, é o operador dipolar, conduzindo a um valor 15 para a polarizabilidade estática do C<sub>60</sub> de 99.1 Å<sup>3</sup> para comparar com o valor experimental, que se estima compreendido entre 78 Å3 e 92 Å3 e o valor de LDA de 88.6 Å3. Deste modo, adoptou-se este modelo para determinar a evolução da polarizabilidade estática dos fulerenos com o seu tamanho. Consideraram-se os fulerenos "quasi-esféricos" com tamanhos compreendidos entre o de C<sub>20</sub> e o de C<sub>3840</sub>, uma vez que, com esta forma — ver figura 4 — é de esperar que a utilização da aproximação de TB referida seja mais adequada para estes sistemas. De salientar que, mesmo utilizando um modelo simplificado como o de resposta linear em TB, o cálculo da polarizabilidade estática do fulereno C3840 foi impossível de concretizar nos nossos computadores devido a falta de memória. Os resultados obtidos estão representados na figura 6 onde é possível constatar que, contrariamente ao que sucede no caso dos agregados metálicos, o comportamento da polarizabilidade como uma função do tamanho, previsto pelo modelo de TB, é muito diferente do comportamento determinado pelo argumento semiclássico desenvolvido atrás (que conduz à curva a tracejado na figura 6, onde se utilizou o valor  $\varepsilon = 2$ ), sendo também impossível de reproduzir através de uma qualquer manipulação e/ou modificação dos parâmetros intervenientes na expressão clássica. Com efeito, e para além do seu valor anormalmente elevado, a polarizabilidade estática dos fulerenos icosaédricos (dividida por R3) mantém-se aproximadamente constante enquanto o número de átomos de carbono varia de mais de 3 ordens de grandeza, indiciando um ligeiro decréscimo apenas para para os fulerenos maiores.

Qual a origem deste fenómeno? Para compreender este resultado, seria conveniente calcular o perfil da polarizabilidade dinâmica como função da energia do campo eléctrico externo, um cálculo que está fora das nossas

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> BERTSCH, G. F.; BULGAC, A.; TOMANEK, D.; WANG, Yang — Phys. Rev.Lett, 67 (1991), 2690.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> HERTEL, I. V.; STEGER, H.; VRIES, J. de; WEISSER, B.; MENZEL, C.; KAMKE, B.; KAMKE, W. — *Phys. Rev. Lett*, 68 (1992), 784.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> ALASIA, F.; BROGLIA, R. A.; ROMAN, H. E.; SERRA, L. I.; PACHECO, J. M. — *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys*, 27 (1994), L643.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> HANSEN, M. S.; PACHECO, J. M.; ONIDA, G. — Z. Phys. D, 35 (1995), 141.

A polarizabilidade dinâmica é, como se pode constatar, uma quantidade complexa, estando a sua parte imaginária directamente relacionada com a absorpção de luz por parte do agregado. No limite estático esta quantidade torna-se real e positiva.

<sup>15</sup> De salientar que este valor para a polarizabilidade estática depende da parametrização de TB que se utiliza. No trabalho original de Bertsch e colaboradores o valor correspondente é de 88 Å, uma vez que a parametrização usada foi diferente.

possibilidades computacionais presentes. No entanto, os fulerenos mais pequenos (incluindo o C<sub>60</sub>, ver figura 5) evidenciam uma resposta dinâmica qualitativamente muito semelhante à da grafite, isto é, uma zona de absorpção a baixas energias (≈ 6 eV) — que corresponde ao plasmão na grafite - e uma outra zona, que acarreta a maior quantidade de intensidade de absorpção, a ≈ 6 eV — que corresponde ao plasmão  $\sigma$  na grafite. Uma análise microscópica destes plasmões permite concluir qualitativamente que, dos 4 electrões de valência por átomo que são primordialmente excitados pelo campo eléctrico externo, os ≈ 3 electrões que participam na hibridização sp² estão mais fortemente ligados e consequentemente absorvem luz a uma energia maior. Em contrapartida, os denominados electrões  $\pi$ , que ocupam as orbitais  $p_{\tau}$  localmente perpendiculares ao plano definido pela hibridização sp2 estão ligados com uma intensidade mais fraca, pelo que são os responsáveis pelo plasmão  $\pi$ . À medida que o tamanho do fulereno aumenta, espera-se que os electrões  $\pi$  contribuam para a polarizabilidade de acordo com a estimativa semi-clássica. No entanto, uma vez que os electrões  $\sigma$  estão fortemente ligados é de esperar que a sua contribuição para a polarizabilidade dos fulerenos se desvie do comportamento semi-clássico, o que certamente está na origem dos resultados quânticos obtidos e representados na figura 6.

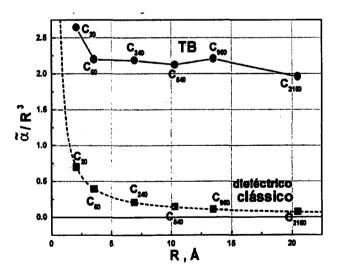


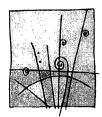
Fig. 6 — A dependência da polarizabilidade estática dos fulerenos com o seu raio médio. De salientar que, por razões de coerência com as outras figuras, as polarizabilidades estão divididas por  $R^3$ . Desta forma, o comportamento marcadamente diferente da evolução das polarizabilidades estáticas obtidas clássica e quanticamente é, de certo modo, inibido verificando-se, no entanto, que não é possível, através de um ajuste fenomenológico das variáveis intervenientes na expressão clássica, reproduzir os resultados obtidos quanticamente. A curva a tracejado foi obtida para  $\varepsilon$  = 2.

O comportamento "anómalo" da polarizabilidade estática dos fulerenos tem certamente consequências no que diz respeito ao perfil de fotoabsorpção dos fulerenos. Com efeito, a secção eficaz de fotoabsorpção dos fulerenos é proporcional à parte imaginária da polarizabilidade dinâmica destes, que por sua vez está relacionada com a parte real da polarizabilidade dinâmica através de uma relação de dispersão de Kramers-Krönig. Neste sentido, e para além do interesse intrínseco que advém deste comportamento exótico associado à polarizabilidade destes agregados gigantes, não constitui surpresa que este comportamento anómalo da fotoabsorpção dos fulerenos como função do seu tamanho possa vir a ser explorado com fins tecnológicos. Em particular, a elevada polarizabilidade destas gaiolas indica uma grande eficácia na blindagem de campos externos, o que constitui mais uma característica muito interessante para os fulerenos como reservatórios ideais de átomos, uma vez que o enclaustramento de átomos no interior das gaiolas de carbono tem vindo a revelar-se uma promissora fonte de desenvolvimento de novas tecnologias.

Em conclusão, a polarizabilidade estática dos fulerenos aumenta com o número N de átomos constituintes. O seu valor para cada fulereno bem como a sua dependência com o tamanho evidenciam um comportamento marcadamente distinto das expectativas semiclássicas, realçando a natureza intrinsecamente quântica desta observável nestes sistemas, conduzindo a valores nunca antes previstos para a polarizabilidade dos fulerenos. Os resultados obtidos no presente artigo constituem uma previsão, uma vez que não existem até à data quaisquer medidas experimentais da polarizabilidade dos fulerenos como função do seu tamanho. Neste sentido, a extensão destes cálculos ao estudo da polarizabilidade dinâmica dos fulerenos contribuirá certamente para clarificar os mecanismos responsáveis pelo comportamento aqui previsto. Trabalho nesse sentido está presentemente a ser levado a cabo.

Jorge M. Pacheco é Professor Auxillar com agregação no Departamento de Física da Universidade de Coimbra. Dedica-se ao estudo de fenómenos quánticos em sistemas mesoscópicos.

Gueorgui K. Gueorgulev é licenciado em Física pela Universidade de Sófia, Bulgária, efectua o seu doutoramento em Física Teórica na Universidade de Colmbra ao abrigo de uma bolsa.



# FÍSICA 98

- 11.ª Conferência Nacional de Física
- 8.º Encontro Ibérico para o Ensino da Física

A Física 98 realizou-se de 7 a 10 de Setembro no Forum da Maia, contando com cerca de 700 participantes, dos quais cerca de 400 eram professores do Ensino Superior e investigadores.

Presidiu à sessão de abertura o Ministro da Ciência e da Tecnologia, que destacou a importância deste evento para o desenvolvimento da Física em Portugal.

Realizaram-se 10 sessões plenárias, 12 sessões convidadas, 58 comunicações orais e foram expostos 290 posters.

Na Física 98 foi dado um relevo especial a duas áreas temáticas - Física da Terra e do Ambiente e Física Médica - as quais, pelo desafio que representam para a Física, suscitaram um grande entusiasmo por parte dos participantes.

As sessões plenárias tiveram uma grande adesão, não só pela actualidade dos temas escolhidos, como pela qualidade dos oradores.

As actividades do Encontro Ibérico decorreram com a participação dos colegas da Real Sociedade Espanhola de Física, sendo também de destacar a presença da Prof.ª Lillian McDermott, conceituada autora de vários livros sobre o Ensino da Física, e a realização de 3 Mesas Redondas temáticas. Salienta-se a presença inovadora de alunos numa

delas, que nos deram o seu ponto de vista sobre a problemática do ensino experimental da Física.

Integrada no Encontro decorreu uma exposição muito significativa de material científico e didáctico disponível no mercado, que contou com 12 empresas. Duas delas promoveram "workshops" orientadas por físicos estrangeiros.

No decurso da Conferência, aproveitou-se a presença do Prof. John Barrow para fazer o lançamento do seu último livro traduzido em português: "O Mundo dentro do Mundo".

O programa social consistiu num Concerto oferecido aos participantes, realizado no auditório do Forum da Maia, numa visita ao Porto Histórico seguida de um passeio de barco no Rio Douro e de uma visita às caves do vinho do Porto. O Jantar da Conferência realizou-se no Restaurante Três Séculos, das Caves Taylor's e decorreu com grande animação.

Na sessão de encerramento foi feito um breve balanço do modo como decorreu a Física 98, contando com as presenças do Presidente e do Secretário-Geral da Sociedade Portuguesa de Física, do Presidente da Real Sociedade Espanhola de Física, do Reitor da Universidade do Porto, tendo sido presidida pelo Presidente da Câmara Municipal da Maia.

## Que molher he hüa Phísica?

Ami parecem errar muyto, quamtos escreverom sobre tamtos e tam desvairados homëes de Sciência, em nunca poerem em chronica os efeitos e vertudes das molheres latinas, nome por que sam denominadas as doutas donas, que teem dedicado suas vidas de grande trabalho e estudo em proll da Humanidade, mormente no domínio das Sciências da Phísica. E pois que a preguiça de taes autores foy madre daqueste error e per se esto de todo nam perder de memória, queremos aqui meudamente amostrar como he a molher Phísica. Ora esguardae e quedae maravilhados:

Pollo seu estudo em cousas de tamta raridade e tam cerca da Divina Criaçom, a molher Phísica tem qualidades que a allevantom muyto acima de todalas outras molheres, dando azo a que estas ameúde mordam sua grande fama co dentes de raivosa enveja. Assi, da Astronomia, per sempre, trazer os olhos postos nos Ceos, arrecebeu a limpeza d'Alma, o desejo de Infinito e o talante de Sonhar; da Óptica, pollo estudo das lunetas e vidros de aumentar, aprendeu a transformar o pequeno em grande, o mínino em máximo, o longe em perto, o invisível em visível e nunca mais pôde contertarse co a mesquinhez de hüa vida ociosa e paçãa.

Todavia da Geo-Phísica, tendo baxado aos Mundos Soterranhos, logrou vencer o Draguão Verde — símbolo da materia bruta — e conquistou o poder de dar vida às sustancias mortas, separando a terra do fogo, o sottil do denso, a razam da intuiçam. A Electricidade e o Magnetismo ensinaromlhe a apreciar as forças attractivas dos corpos (muyto embora co honesta discriçom!) e a temer as forças repulsi-

vas como cousas contrayras a si e aas Sete Vertudes Geologaes. Por todo esto sabe, como nenhuüa outra molher, jogar cõ a dobre natura das cousas — o diurno e o nocturno, o alto e baxo, o esquerdo e o direyto, o feminino e o masculino. Por esto, doçura, humildade e firmeza, vertudes próprias da Terra-Madre, sam oje parte da vera consciência da Dona Latina.

Do estudo dos Oceanos, a phísica logrou compreender a dobre imagem da Vida e da Morte assi como a mysteriosa Infinidade dos Possívees, mas o sal amargoso das ágoas despretou pera sempre em seu coraçom hüa dolorosa sede de paixoões. E também he de crer que de tamto mirar orizontes lhe veyo esse escondido anseyo de lonjura e a grande inquietude de alma em seus olhos bastas vezes espelhada. Cõ a Acústica, a sua falla foy tomada de hüa doce harmonia de tons e acordes, essa suave melodia da voz que jamais se allevanta em asperidades de raiva ou falsetes de exasperaçom, antes leva a calma e a paz ao coraçom de quem a escuita.

Aa Mechânica foy buscar ligeireza e agilidade, os movimentos ritmados e seguros do seu corpo e a sua força, pois ella he a alavanca de todo o mundo que a cerca, a catapulta da fortuna, fama e glória de seus parentes e amigos, bastas vezes em prejuizo e aggravamento de sua própria pessoa. E, ainda, ao estudar os Áthomos, os Núcleos e as Partículas, aguçou seu esprito de observaçom e de atençom ao pormenor e ao invisível, servindo a sua comprehensom do Universo pera edifficar a ponte necessária entre o divino e o profano e pôde finalmente ser feliz.

Excerto das crónicas humorísticas sobre a Física 98, da autoria de Deana Pires Ribeiro.

# OLIMPÍADAS DE FÍSICA

### 1 — NOTÍCIAS DAS OLIMPÍADAS

### 1.1. Olimpíadas 98 — Fase Regional

A fase regional das Olimpíadas de Física decorreu no dia 9 de Maio, nos Departamentos de Física das Universidades do Porto, de Coimbra e de Lisboa. Participaram 320 alunos do escalão A (9.º/10.º anos) e 204 alunos do escalão B (11.º ano). O número de participantes na competição continua a crescer, demonstrando o grande interesse que esta iniciativa desperta nas escolas secundárias. O número de alunos ultrapassou pela primeira vez o meio milhar, e atingiu-se um número recorde de escolas participantes.

A iniciativa contou, uma vez mais, com o esforço empenhado de docentes e funcionários dos Departamentos de Física acima referidos. A SPF está particularmente reconhecida às equipas de correctores que generosamente se dispuseram a corrigir, em tempo reduzido, um tão elevado número de provas. Um agradecimento especial é devido aos professores do ensino secundário que colaboraram na organização destas olimpíadas e que, com o seu entusiasmo e dedicação, muito contribuíram para o sucesso deste evento. É finalmente devido um agradecimento às Direcções das Faculdades e às Comissões Executivas dos Departamentos de Física onde decorreram as provas pelo apoio logístico prestado.

Durante a realização das provas decorreram algumas actividades destinadas aos professores acompanhantes dos alunos concorrentes. Em Lisboa, esteve patente uma exposição de material didáctico com a colaboração de 5 empresas e o Prof. José Manuel Lopes, da Universidade de Aveiro, proferiu uma conferência sobre "Gestão e Equipamento de Laboratórios de Física". Em Coimbra, o Dr. Alexandre Ramires, da Imagoteca da Câmara Municipal de Coimbra, proferiu uma conferência sobre "Vídeo no ensino das Ciências".

Enquanto decorria a correcção das provas, foram organizadas visitas ao Centro Cultural de Belém (Lisboa), ao Exploratório Infante D. Henrique, Museu Machado de Castro e Universidade (Coimbra).

A todos os alunos foram oferecidos prémios de presença e diplomas de participação. Os vencedores tiveram prémios especiais onde se incluía uma visita colectiva à EXPO98 e que decorreu em 22 de Junho de 1998.

Os enunciados das provas encontram-se publicados noutro local desta secção. Apresenta-se a seguir uma síntese dos dados relativos a cada uma das Delegações Regionais.

### Delegação Regional do Norte

- · Escolas participantes: 44
- Número de alunos participantes: 99 (escalão A) e 68 (escalão B)
- Equipa vencedora do escalão A: Equipa da Escola Secundária António Sérgio de Vila Nova de Gaia, constituída pelos alunos João Artur da Costa Guimarães, João Vide Barbosa e Luís Miguel dos Reis Oliveira e Silva.
- Vencedores do escalão B (por ordem alfabética do último nome): José Carlos Ferreira, da Escola Secundária Eça de Queirós, Póvoa de Varzim; Luís Filipe Fonseca, da Escola Secundária da Maia; Nuno Filipe Mendonça, da Escola Secundária Latino Coelho, Lamego; Clarisse Coelho Neves, da Escola Secundária de Baltar, Paredes; Octávio César Pinto, da Escola Secundária Francisco de Holanda, Guimarães; Joana Chaves Rebelo, da Escola Secundária João Gonçalves Zarco, Matosinhos; Alexandre Oliveira Resende, do Colégio Liceal de Sta. Maria de Lamas; José Miguel Seabra, da Escola Secundária Latino Coelho, Lamego.



Aspecto da realização das provas da fase regional (Delegação Regional do Norte).

A Secção "Olimpíadas de Física" é coordenada por Manuel Fiolhais e José António Paixão. O contacto com os coordenadores poderá ser feito para: Departamento de Física, Universidade de Coimbra, 3000 Coimbra; ou pelo telefone 039-410615, fax 039-829158 ou e-mail tmanuel@hydra.ci.uc.pt.

### Delegação Regional do Centro

- · Escolas participantes: 49
- Número de alunos participantes: 132 (escalão A) e 74 (escalão B)
- Equipa vencedora do escalão A: Equipa da Escola Sec. José Falcão, Coimbra, constituída pelos alunos Andreia Godinho de Andrade, Edson dos Santos Oliveira e João Eduardo da Silva Gouveia.
- Vencedores do escalão B (por ordem alfabética do último nome): Diana Xavier de Almeida, da Esc. Sec. Alves Martins, Viseu; José António da Graça Lopes, da Esc. Sec. da Gafanha da Nazaré; Bruno Ricardo da Silva Lopes, da Esc. Sec. Emídio Navarro, Viseu; Rui Filipe Paúl Miranda de Oliveira, da Esc. Sec. José Falcão, Coimbra; Luís Miguel Santana de Oliveira, da Esc. Sec. Calazans Duarte, Marinha Grande; Nelson David Rodrigues Pedrosa, da Esc. Sec. Cristina Torres, Fig. da Foz; Rui Pedro Fonseca Rasteiro, da Esc Sec. Afonso Lopes Vieira, Leiria; Rui Miguel Oliveira Veleiro, da Esc. Sec. Emídio Navarro, Viseu.
- Agradecimentos especiais: A Delegação Regional do Centro agradece ao Museu Machado de Castro, à Reitoria da Universidade de Coimbra e ao Exploratório Infante D. Henrique, pelas visitas guiadas dos alunos durante a correcção das provas e ao Dr. Alexandre Ramires pela conferência que realizou para os professores acompanhantes.

### Delegação Regional do Sul e Ilhas

- Escolas participantes: 30
- Número de alunos participantes: 89 (escalão A) e 62 (escalão B)
- Equipa vencedora do escalão A: equipa da Escola Sec.
   Jaime Moniz do Funchal, constituída pelos alunos José
   Pedro Farinha, Pedro Manuel Martins e André David
   Caldeira Ferreira.
- Vencedores do escalão B (por ordem alfabética do último nome): João Miguel Cardeiro, da Esc. Sec. D. Pedro V, Lisboa; Luís Filipe Amaro da Costa, Esc. Sec. Herculano de Carvalho, Lisboa; Luciano Almeida, Esc. Sec. de Mafra; Luís Dias, da Esc. Sec. Leal da Câmara, Rio de Mouro; António Gomes, da Esc. Sec. de Madeira Torres, Torres Vedras; Pedro Miranda, da Esc. Sec. de Mafra; Pedro Pereira, da Esc. Sec. Olivais, Piscinas 3, Lisboa; Rui Alexandre Silva Bebiano, Esc. Sec. Herculano de Carvalho, Lisboa.
- Agradecimentos especiais: A Delegação Regional do Sul e Ilhas agradece à Comissão Executiva do Departamento de Matemática pelo apoio logístico prestado. Está também grata às seguintes empresas e entidades pela oferta de prémios:
  - Texto Editora CDRom enciclopédias, livros e pastas para os professores participantes
  - Reader's Digest 11 enciclopédias "Como funciona a Ciência"

- Fundação Calouste Gulbenkian livros de Física
- EDP Electricidade de Portugal emblemas sobre poupança de energia
- Dyrup sacos de praia
- EXPO' 98 Guias de Lisboa e da EXPO'98 e sacos para os prémios
- Caixa Geral de Depósitos pastas, canetas e blocos para os alunos
- Sony Music CD de Música
- RDP Antena 3 CD's de Música, bonés e blocos para os alunos
- Departamento de Física da Faculdade de Ciências de Coimbra — disquetes sobre movimentos e óptica do Projecto "SoftCiências".
- Empresa de material didáctico VIDEQ, a qual forneceu grande parte do equipamento necessário à realização da prova experimental.

### 1.2. Olimpíadas 98 — Fase Nacional

A realização das Olimpíadas Nacionais esteve a cargo da Delegação Regional do Centro da SPF, sob a responsabilidade da Comissão Nacional de Olimpíadas. O evento teve lugar em Coimbra, no Departamento de Física da Faculdade de Ciências e Tecnologia nos dias 19 e 20 de Junho de 1998. Participaram 32 estudantes, oriundos de vários pontos do país, seleccionados nas provas regionais. Para além das provas, foram programadas outras actividades (ver programa), com o objectivo de promover o convívio entre os participantes. Enquanto decorriam as provas, a Prof. Dr.a Maria Margarida R.R. Costa, do Departamento de Física da Universidade de Coimbra, proferiu para os professores acompanhantes uma palestra sobre "Simetrias na Natureza", onde não faltaram referências aos belos mosaicos das ruínas romanas de Conímbriga, que seriam mais tarde visitadas por todos os participantes.

O programa das actividades foi o seguinte:

**19 de Junho** — 20h00 Jantar no restaurante "Napolitano".

20 de Junho — 8h30 Recepção e registo dos participantes; 9h00-12h00 Provas Teórica e Experimental; 11h00 Palestra "Simetrias na Natureza", pela Prof. Doutora Maria Margarida R. R. Costa; 12h30 Partida para Conímbriga; 13h00 Almoço em Conímbriga; 14h00 Visita às Ruínas Romanas e ao Museu Monográfico de Conímbriga; 16h00 Regresso ao Departamento de Física; 17h00 Sessão de encerramento com anúncio dos vencedores e distribuição de prémios.

Vencedores das Olimpíadas Nacionais de Física 1998:

• Escalão A: João Artur da Costa Guimarães, João Vide Barbosa e Luís Miguel dos Reis Oliveira e Silva, equipa da Escola Secundária António Sérgio, Vila Nova de Gaia.

• Escalão B: 1.°— Luís Filipe Amaro da Costa, Esc. Sec. Herculano de Carvalho, Lisboa; 2.° — João Miguel Cordeiro, Esc. Sec. D. Pedro V, Lisboa; 3.° — António Pedro Gomes; Esc. Sec. Madeira Torres, Torres Vedras; 4.° — Luciano Malheiro Almeida; Esc. Sec. de Mafra; 5.° — Luís Manuel Dias, Esc. Sec. Leal da Câmara, Rio de Mouro; 6.° — Pedro Miguel Miranda, Esc. Sec. de Mafra; 7.°- José António Graça Lopes, Esc. Sec. da Gafanha da Nazaré; 8.° — José Miguel Albuquerque Santos, Esc. Sec. Latino Coelho, Lamego.

As provas da fase nacional podem ser consultadas noutro local desta Secção.

Os oito alunos classificados no escalão B ficam préseleccionados para integrar a equipa portuguesa que irá participar na XXX *International Physics Olimpiad* que se realizará no próximo ano em Pádua, Itália.

A Delegação Regional do Centro da SPF agradece a todos os membros da Comissão Nacional das Olimpíadas de Física e ainda aos Drs. Paulo Rachinhas, José Malaquias e Víctor Hugo a colaboração prestada durante a realização das provas. Agradece ainda, reconhecidamente, a colaboração dos Profs. Pedro Vieira Alberto e Lucília Brito na correcção das provas.

As fases regional e nacional das Olimpíadas de Física têm o apoio financeiro do Ministério da Educação (através do Instituto de Inovação Educacional). Pelo apoio financeiro que quiseram também dar ao evento são devidos agradecimentos à Reitoria da Universidade de Coimbra e à Faculdade de Ciências e Tecnologia, e às empresas J. Roma Lda. e Caixa Geral de Depósitos. Às Edições ASA e à Texto Editora agradecem-se as ofertas de livros para prémios. Ao Departamento de Física da Universidade de Coimbra agradece-se o apoio prestado a esta iniciativa. Os últimos agradecimentos vão para a EXPO98 que patrocinou uma visita à exposição aos vencedores da competição.



Os vencedores do escalão B da Olimpíada Nacional de Física com os Professores João da Providência, Presidente do Conselho de Departamento de Física da Universidade de Coimbra (em pé, ao centro), Carlos Fiolhais, Presidente da Delegação Regional do Centro da SPF (em pé, à esquerda) e Carlos Matos Ferreira, Secretário-Geral da SPF (em pé, à direita).

### 1.3. XXIX Olimpíada Internacional de Física

Portugal participou uma vez mais nas Olimpíadas Internacionais de Física (IPhO) que este ano, na sua 29ª edição, tiveram lugar em Reiquejavique. O certame decorreu de 2 a 10 de Julho e coube à Islândia, o país mais pequeno em número de habitantes (conta com menos de 300 000) presente na IPhO, o encargo de organizar a maior Olimpíada Internacional de sempre. Viajaram até a este país do Árctico, de dias longos e noites claras, os alunos do 12.º ano António Miguel Simões. da Escola Secundária Avelar Brotero (Coimbra), Bruno Flávio Soares, da Escola Secundária Camilo Castelo Branco (Vila Nova de Famalicão), Gonçalo Parente Mendes e Marta Isabel Garrido, ambos da Escola Secundária Prof. Herculano de Carvalho (Lisboa) e José Carlos Barreto, da Escola Secundária José Falcão (Coimbra). Com eles viajaram, na qualidade de "teamleaders", os Drs. Manuel Fiolhais e José António Paixão. Apesar do apertado calendário de exames nacionais do 12.º ano, foi possível, pouco antes da partida e durante quatro dias, concentrar os estudantes em Coimbra para uma preparação suplementar intensiva. Para além dos team-leaders colaboraram nesta actividade os docentes do Departamento de Física da Universidade de Coimbra Profs. Pedro Alberto, Lucília Brito, Francisco Gil, Adriano Lima e Décio Martins.

Pese embora o facto de a Islândia ser um país sem abundância de recursos humanos comparativamente aos países que tiveram a responsabilidade das edições anteriores da IPhO (Canadá, Noruega, Austrália, China, Estados Unidos, etc.), a organização do evento esteve impecável, ao nível das anteriores olimpíadas.

A prova teórica foi constituída por três questões. Na primeira, sobre mecânica, pedia-se uma análise pormenorizada do movimento de um prisma hexagonal descendo um plano inclinado. A segunda questão dizia respeito aos efeitos de uma erupção vulcânica debaixo de um glaciar, quer no seu interior quer à superfície. A Islândia é um país onde este tipo de fenómenos ocorre com alguma frequência e, por isso, esta questão foi bem "regional". A última questão teórica dizia respeito a um sistema binário de estrelas em que um dos constituintes parecia deslocar-se a uma velocidade superior à da luz. Uma das primeiras tarefas era justamente explicar o aparente paradoxo. O problema foi inspirado num artigo publicado na revista Science, em 1994, que na altura gerou alguma controvérsia. A parte experimental era do âmbito do electromagnetismo e, como tem sido hábito nos últimos anos, foi utilizada uma única montagem. Desde tarefas simples, como a determinação de campos magnéticos a partir da leitura de tensões nos terminais de uma bobina, até à determinação da permeabilidade magnética de um papel, a prova esteve bem estruturada, era interessante e representou seguramente um desafio estimulante para a maioria dos concorrentes. Contamos, em próximos números da Gazeta, publicar alguns enunciados das questões desta IPhO bem como propostas de resolução.

Para além da tradução das provas coube aos teamleaders, como ficou instituído no ano anterior, a correcção das mesmas e a entrega ao júri de uma *proposta* pormenorizada de classificação. O nosso melhor estudante foi o Bruno que esteve perto de obter uma menção honrosa, mas o facto de ter obtido zero pontos no problema teórico do prisma impediu-o de alcançar aquele prémio. O vencedor absoluto da XXIX IPhO foi um participante chinês.

A organização promoveu visitas a locais de interesse, tais como a uma central geotérmica, à falha geológica que separa as placas americana e euro-asiática e que emerge do Oceano Atlântico para atravessar a ilha (é, de resto, o único sítio do Globo onde uma falha que separa placas continentais pode ser vista em terra). Os estudantes tiveram ainda a oportunidade de visitar um glaciar.

Na cerimónia de encerramento foi anunciado oficialmente o local da XXX IPhO que terá lugar em Itália, na Universidade de Pádua (e não em Veneza como esteve anunciado). Durante a Olimpíada de Física da Islândia o "International Board" (composto por todos os team-leaders) re-elegeu como presidente da IPhO o Dr. Waldemar Gorzkowski, da Polónia, para um mandato de cinco anos.



Da esquerda para a direita: o Bruno, o Gonçalo, a Marta, o José Carlos e o António. Mesmo no Verão a temperatura máxima na Islândia não vai muito além dos 14.°C -15.°C. Daí que as habituais T-shirts tenham sido desta vez substituídas por umas mais adequadas sweat-shirts...



Ministério da Ciência e da Tecnologia

A participação de Portugal nas Olimpíadas Internacionais de Física é financiada pelo Ministério da Ciência e da Tecnologia através da Unidade Ciência Viva.

### 2 — PROVAS DAS OLIMPÍADAS DE FÍSICA (fase regional)

Lisboa, Porto e Coimbra, 9.5.1998

Prova Teórica — Escalão A-

Duração da prova: 1h 15 min

### A PANELA TITANIC

Considera uma panela e um lava-loiças cheio de água. Se puseres a panela vazia na água ela flutua. Mas se encheres a panela de água ela afunda-se. A situação é semelhante à do navio Titanic que no ano de 1912 se afundou depois de ter sofrido um rombo no casco. O casco ficou rapidamente cheio de água, o peso do barco aumentou e o barco desceu para o fundo do Atlântico.

- a) Supõe que a massa da panela é 0,5 kg. Qual é a força de impulsão que actua na panela vazia em cima da água? Qual é o volume imerso?
- b) Supõe que só tens à tua disposição a panela, água e uma balança. Podes saber o volume do interior da panela só com esses meios?
- c) Supondo que o volume da panela é  $20 \times 10^3$  cm<sup>3</sup>, qual é o volume de água mínimo dentro da panela para que a panela se afunde?

Dado: a massa volúmica da água é 1 g/cm<sup>3</sup>. A aceleração da gravidade é 10 m/s<sup>2</sup>.

– Prova Experimental *— Escalão A —* 

Duração da prova: 1h 30 min

PROVA MUSICAL

### Objectivo

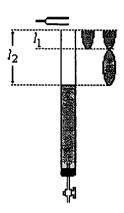
Vais realizar uma experiência que permite determinar o valor da velocidade do som no ar. Dispões de um diapasão, um objecto que serve para afinar instrumentos musicais. Quando percutido, vibra com uma frequência característica, que, neste caso, é 480 Hz.

### Introdução

O ar que rodeia o diapasão vibra com a mesma frequência deste. Assim, aproximando o diapasão da abertura de um tubo com água até certa altura, a coluna de ar contida no tubo entra em vibração.

À superfície do líquido há sempre um nodo da onda (a vibração tem amplitude praticamente nula). Se, na

abertura do tubo, se formar um ventre (a vibração tem amplitude máxima), a intensidade do som emitido pelo diapasão aumenta e diz-se que existe **ressonância**.



### Modo de proceder

- Com o material disponível procura encontrar as diferentes situações de ressonância e determina o comprimento de onda do som no ar.
- 2) Usando o valor da frequência do diapasão, calcula a velocidade do som no ar.
- 3) Explica a formação do nodo na superfície do líquido.
- **4)** Explica o aumento da intensidade sonora quando há ressonância.

– Prova Teórica *— Escalão B* ————

Duração da prova: 1h 15 min

CARROCEL GALÁCTICO

Vivemos no Sistema Solar na periferia da nossa Galáxia, a Via Láctea, a uma distância de 30 000 anos-luz do centro desta, para o qual o Sol é atraído e à volta do qual descreve uma órbita aproximadamente circular, com um período da ordem de 200 milhões de anos. A massa do Sol é 1,98 ×  $10^{30}$  kg. Toma para valor da constante de gravitação G =  $6,67 \times 10^{-11}$  N m² kg² e para velocidade da luz c =  $3 \times 10^8$  m/s.

- a) Estima a massa da Via Láctea.
- b) Estima o número de estrelas da Via Láctea, supondo que cada estrela tem uma massa da ordem de grandeza da massa do Sol.

- c) Sendo a massa do Sol 330 000 vezes maior do que a massa da Terra e o raio do Sol 110 vezes maior do que o raio da Terra, quantas vezes é a aceleração da gravidade à superfície do Sol maior do que a aceleração da gravidade à superfície da Terra?
- d) Calcula a massa volúmica média do Sol sabendo que a da Terra é 5,5 kg/dm<sup>3</sup>. Quais são os elementos químicos principais no Sol?

### A FACA DE LASER

Lasers de dióxido de carbono ( $\mathrm{CO_2}$ ) podem ser usados para cortar chapas metálicas. Pretende-se cortar uma chapa de alumínio (cuja massa volúmica é 2,7 g cm<sup>-3</sup>) com 1 mm de espessura e que está à temperatura de 20 °C. A capacidade térmica mássica do alumínio é 900 J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>, sendo o seu calor de fusão 9 × 10<sup>4</sup> J kg<sup>-1</sup> e a sua temperatura de fusão 660 °C.

- a) Qual é a quantidade de calor necessária para fazer fundir uma tira de alumínio dessa chapa com 1 cm de comprimento e 0,1 mm de largura?
- b) Se para cortar a chapa de alumínio se utilizar um feixe laser de CO<sub>2</sub>, com a potência de 10 kW e secção com 0,1 mm de diâmetro, qual é a velocidade máxima com que se deve deslocar o laser ao cortar a chapa, sabendo que 10% da potência do feixe é reflectida?

——— Prova Experimental — *Escalão A* ————

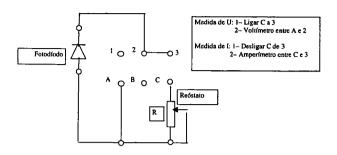
Duração da prova: 1h 30 min

**ENERGIA SOLAR** 

### Material:

- · fotodíodo;
- · reóstato;
- · multimetro;
- fios de ligação;
- · lâmpada de incandescência;
- papel milimétrico

Vais investigar o funcionamento de um fotodíodo, que é um dispositivo electrónico semelhante a uma célula solar e que tem, por isso, a capacidade de converter a energia solar em eléctrica. O circuito que tens à tua frente foi construído de acordo com o esquema da figura.



Ilumina o fotodíodo com a lâmpada, que deverás manter acesa durante a experiência, a uma distância de cerca de 30 cm do fotodíodo.

- a) Determina a curva U(I) do fotodíodo, onde U é a diferença de potencial nos terminais deste e I é a intensidade da corrente eléctrica que o atravessa. Para o efeito, deves variar o valor da resistência R do reóstato e medir pares de valores (U,I). Para medires U, deves ligar o ponto C ao ponto C e medir com o multímetro (a funcionar como voltímetro) a diferença de potencial entre os pontos C e C Para medires C do ponto C e o ponto C e o ponto C e o ponto C e valores C e valor méximo, efectuando cerca de 15 medidas, Regista os dados numa tabela.
- b) Esboça no papel milimétrico que te é fornecido os seguintes gráficos:
  - i) *U(I)*;
  - ii) P(l);

onde P é a potência eléctrica dissipada no reóstato.

- c) A partir dos resultados experimentais para U(I) podes concluir que o fotodíodo é um condutor óhmico? Determina a resistência interna do fotodíodo a partir da parte linear do gráfico U(I).
- d) Determina, a partir do gráfico, o valor da potência máxima dissipada no reóstato. Para que valor da resistência externa é obtida essa potência máxima?
- e) Em Lisboa, um painel solar recebe em média, durante um dia, uma energia de  $5.12~\text{kWh/m}^2$ . O rendimento médio de uma célula solar é de 8%. Calcula a energia eléctrica produzida por um painel solar gigante com uma superfície de  $10\times10~\text{km}^2$  ao fim de um ano. Compara o valor que calculaste com a energia potencial armazenada numa albufeira com a profundidade de 100~m e a mesma área do painel. Se a conversão da energia potencial da água armazenada em energia eléctrica se realizar com 90% de rendimento, quantas vezes seria necessário esvaziar a albufeira durante um ano para produzir a mesma energia eléctrica que o painel solar?

Nota: Considera que o volume da água da albufeira é um paralelepípedo recto.

# 3 — PROVAS DAS OLIMPÍADAS DE FÍSICA (fase nacional)

Coimbra, 20.6.1998

Prova Teórica — Escalão A

Duração da prova: 1h 15 min

**CAFÉ QUENTE?** 

a) O Pedro, que é engenhocas, propõe a seguinte forma de aquecer água para o café. Deita 500 ml de água numa garrafa termo e aquece um bloco de 100 g de cobre à temperatura de 100,0 °C, colocando-o numa panela com água em ebulição. Retira então, com cuidado, o bloco de cobre e deita-o para dentro da garrafa térmica. Fecha a garrafa e espera algum tempo para que se estabeleça o equilíbrio térmico entre a água e o bloco de cobre. Supondo que a temperatura inicial da água dentro do termo é de 20,0 °C, qual será a temperatura final da água? Será que o Pedro conseguirá fazer um café bem quentinho? Considera a garrafa termo perfeitamente isoladora e com uma capacidade térmica desprezável.

Dados: Capacidade térmica mássica da água: 4186 J kg $^{-1}$  °C $^{-1}$ ; capacidade térmica mássica do cobre: 387 J kg $^{-1}$  °C $^{-1}$ .

- b) Supõe que o Pedro decide aquecer a mesma quantidade de água com uma resistência eléctrica de 8 W ligada a um gerador de 10 V. Que tempo seria necessário ter a resistência ligada para aquecer a água à mesma temperatura que na alínea anterior?
- c) Se deixarmos cair o mesmo bloco de cobre, o seu peso realiza trabalho. De que altura teria de cair o bloco para produzir a energia necessária para aquecer mais uma vez a água até chegar ao mesmo estado final?

-Prova Experimental — *Escalão A* 

Duração da prova: 1h 30 min

**ESPELHO MEU** 

### Material fornecido:

- · Espelho côncavo
- · Suporte com garra
- Alfinete
- · Rolha de cortiça
- · Recipiente com água
- Régua
- Papel branco

### Procedimento:

- 1. Volta o espelho para a janela da sala e procura obter uma imagem focada desta, numa folha de papel branco. Mede e regista a distância aproximada *d*, do centro óptico do espelho à imagem. O que representa essa distância ? Justifica.
- Coloca o espelho sobre a mesa, e segura o alfinete, espetado na rolha, com a garra, na posição indicada na figura:



Posiciona o alfinete a uma distância de cerca de 2*d* relativamente ao espelho. Olhando por cima do alfinete, para o espelho, deverás observar tanto o alfinete como a sua imagem invertida formada pelo espelho. Move a garra um pouco para cima e para baixo, de modo a encontrares a posição em que o alfinete e a sua imagem deixam de exibir paralaxe um em relação ao outro (o quadro explica esta técnica, chamada método da não paralaxe).

Método de não-paralaxe — Começa por treinar o seguinte com as tuas mãos. Dobra todos os dedos, excepto os indicadores; estica os braços, mantendo os indicadores em posição vertical. Experimenta olhar para os dois dedos com um olho fechado. Move a cabeça para a direita e para a esquerda, para cima e para baixo; se os dois dedos estiverem no mesmo plano (à mesma distância de ti), mantêm-se juntos; caso contrário, movem-se um em relação ao outro.

- 3. Mede a distância do alfinete ao centro óptico do espelho, que representa o raio de curvatura do mesmo, r. Qual é a sua distância focal ?
- 4. Coloca um pouco de água dentro da concavidade do espelho. Repete o procedimento descrito em 2. Mede a nova distância do alfinete ao centro óptico do espelho, r´. Por que razão os valores de r e r´ são diferentes ?
- 5. Atendendo a que os ângulos de incidência da luz no espelho foram muito pequenos ao longo da experiên-

cia, calcula o chamado índice de refracção da água, *n*, através da expressão:

$$n = \frac{r}{r}$$

6. A expressão anterior pressupõe que a espessura da camada de água é desprezável face aos valores de r e r. O que pensas dessa aproximação?

\_\_\_\_\_Prova Teórica — Escalão B \_\_\_\_\_ Duração da prova: 1h 15 min

A SUSTENTÁVEL LEVEZA DA MALA

Um saco de massa igual a 0,5 kg, quando suspenso de um dinamómetro, faz descer 2 cm a extremidade da respectiva mola. Esta fica inutilizada quando sujeita a tensões superiores a 11 N.

- a) Qual é o valor da constante elástica do dinamómetro?
- b) O saco é posto a oscilar na vertical, preso à mola, mas esta parte-se quando o saco passa pelo ponto de equilíbrio com uma velocidade de 1 m/s. Com que velocidade chega o saco ao chão, sabendo que o ponto de equilíbrio do dinamómetro está a 1,75 m de altura do solo? Que impulso sofre o saco ao embater no chão?
- c) Qual é o valor máximo da massa que se pode suspender no dinamómetro se este for levado para a Lua?
- d) Como farias na Terra para suspender uma mala de 2 kg tendo ao teu dispor dois destes dinamómetros ... e não os querendo danificar?

**Nota:** a aceleração da gravidade à superfície da lua é 1/6 da aceleração à superfície da Terra. Usa  $q = 10 \text{ ms}^{-2}$ .

### **ENCONTRO NO ESPAÇO**

Imagina duas naves espaciais, cada uma de massa M, que se movem numa região do espaço onde é nulo o campo gravítico. A velocidade  $\vec{v}$  é a mesma para as duas naves, que se encontram, lado a lado, à distância d.

Os astronautas de cada nave pretendem encontrarse com os seus colegas da outra nave. Para o conseguirem, uma das naves ejecta um objecto de massa m com velocidade  $\vec{u}$  perpendicular à trajectória.

Calcula, em função dos dados, o tempo que as naves levam a atracar. Qual é a distância percorrida por cada uma das naves desde o lançamento do objecto até à atracagem? Considera a massa *m* muito menor que *M*.

Duração da prova: 1h 30 min

### A ESCALDAR...

Numa lâmpada de incandescência, o filamento metálico é levado ao rubro pela passagem de uma corrente eléctrica, emitindo luz. Para que a lâmpada não funda com facilidade, o filamento é feito de um metal com um ponto de fusão elevado, normalmente, tungsténio. Nesta experiência, vais procurar medir a temperatura a que se encontra o filamento incandescente de uma lâmpada de farolim de automóvel.

### Material:

- · lâmpada de incandescência de 12 V
- fonte de tensão regulável 0 15 V
- · amperimetro
- · voltímetro
- · fios de ligação
- · termómetro de mercúrio
- a) Com o material de que dispões, monta um circuito que te permita medir a resistência R da lâmpada de incandescência em função da intensidade da corrente I que a atravessa. Para o efeito, aumenta progressivamente a diferença de potencial U nos terminais da lâmpada e regista numa tabela os pares de valores (U, I), tendo o cuidado de não ultrapassar o valor máximo de 12 V. Com bases nestas medidas, faz os gráficos R(I) e R(P), onde P é a potência fornecida à lâmpada.
- b) Determina, com a melhor precisão que te for possível, a resistência da lâmpada no limite em que está a funcionar a uma potência praticamente nula. Compara este valor com o da resistência na situação de potência máxima
- c) A resistência de um fio de tungsténio varia com a temperatura de acordo com a seguinte lei:

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

onde  $\alpha$  = 0,0053 K<sup>-1</sup> e  $R_0$  é a resistência do filamento à temperatura ambiente,  $T_0$ .

Determina a temperatura do filamento da lâmpada quando está a funcionar à potência máxima, a metade e a um quarto da potência máxima. Podes medir a temperatura ambiente com o termómetro de mercúrio.

d) Segundo uma lei da Física, a potência emitida por um corpo incandescente sob a forma de energia radiante é proporcional à quarta potência da temperatura absoluta a que se encontra o corpo. Verifica se os teus dados confirmam esta lei.

# **DELEGAÇÃO NORTE**

### "CIÊNCIA VIVA"

A Delegação Norte da SPF concorreu novamente ao programa "Ciência Viva" do Ministério da Ciência e da Tecnologia, desta vez com dois projectos.

Com o primeiro desses projectos, designado ÓPTICA EXPERIMENTAL 2 - uma introdução motivadora do estudo da Física, pretende-se alargar a mais dez escolas o projecto do ano transacto; o material a fornecer destina-se a permitir que os alunos realizem trabalho experimental numa perspectiva investigativa, quer em Ciências Físico-Químicas (8º ano), quer em Técnicas Laboratoriais de Física - Bloco I.

Com o segundo projecto, designado ACÚSTICA EXPERIMENTAL - ver e ouvir ondas, pretende-se facilitar o ensino daquela área da Física, nos mesmos níveis atrás referidos, numa perspectiva moderna, com recurso às possibilidades que oferece a instrumentação electrónica. Este projecto abrange também dez escolas.

### "PERGUNTE AOS FÍSICOS"

Este é o nome de um novo serviço oferecido pela Delegação Norte da SPF a alunos e professores. Estes poderão colocar dúvidas e problemas, a que uma equipa de Físicos convidados procurará responder em tempo útil.

O formulário para as questões encontra-se no *site* Web da SPF — Norte:

http://www.fc.up.pt/fis/spf-norte/

sendo as respostas enviadas, em princípio, por e-mail.

Caso o interesse das questões colocadas (e respectivas respostas) o justifique, será disponíbilizada também uma página, no mesmo *site*, com os respectivos conteúdos.

# DELEGAÇÃO CENTRO

### Acções de divulgação

Durante o ano de 1998, realizaram-se as seguintes acções de divulgação sobre temas de Física para alunos do ensino secundário:

Física no Desporto, pelo Prof. Dr. Adriano Pedroso de Lima (FCTUC), no Externato Cooperativo da Benedita em 28/02/98, na Escola Sec. Dr. Magalhães de Lima, Esgueira, em 04/02/98, e na Escola Sec. da Anadia, em 19/02/98.

Nós e o Universo, pelo Prof. Dr. Carlos Fiolhais (FCTUC), na Escola João Silva Correia, S. João da Madeira, em 23/03/98, na Escola C+S de Pedrogão Grande, em 30/03/98, na Escola Afonso Lopes Vieira,

Leiria, em 02/04/98, na Escola EB 123 Gualdim Pais, Pombal, em 02/04/98, na Escola Sec. Cristina Torres, Figueira da Foz, em 23/04/98, na Escola Sec. Dr. Joaquim de Carvalho, Figueira da Foz, em 23/04/98, na Escola Sec. da Batalha em 27/04/98 e na Escola Sec. de Mangualde em 30/04/98.

Nanotecnologia, pelo Prof. Dr. Carlos Fiolhais (FCTUC), na Escola Sec. Raul Proença, Caldas da Rainha, em 04/05/98.

Lasers e Holografia, pelo Prof. Dr. João Lemos Pinto (Universidade de Aveiro), na Escola Tecnológica, Artística e Profissional de Pombal em 24/11/97.

Viagem ao centro do Sol, pelo Prof. Dr. José Pinto da Cunha (FCTUC), na Esc. Sec. de Tondela em 06/05/98.

Onde está a anti-matéria?, pelo Prof. Dr. José Pinto da Cunha (FCTUC), na Esc. Sec. de Avelar Brotero, Coimbra, em 27/05/98.

Princípios de conservação e leis de mecânica pelo Prof. Dr. Luiz Alte da Veiga (FCTUC), na Esc. Sec. Homem Cristo em 23/01/98.

Física da cor, pelo Prof. Dr. Luiz Alte da Veiga (FCTUC), Esc. Sec. Infanta D. Maria em 04/02/98, na Instituto N.ª S.ª da Encarnação, Benedita, em 19/02/98, na Esc. Sec. de Anadia em 20/03/98, Esc. Sec. de Soure em 15/05/98.

Aplicação da Hidrostática e Hidrodinâmica: circulação sanguínea, movimento dos barcos à vela e outros exemplos, pelo Prof. Dr. Luiz Alte da Veiga (FCTUC), na Esc. Sec. de Albergaria-a-Velha, 24/03/98, na Esc. Sec. da Sé, Lamego, em 04/05/98.

Física das partículas cem anos depois da descoberta do electrão, pelo Prof. Dr. Manuel Fiolhais (FCTUC), na Esc. Sec. Rafael Bordalo Pinheiro, Caldas da Rainha, em 15/01/98, Instituto de Nossa Senhora da Encarnação em 16/02/98, Esc. Sec. Domingos Sequeira, Leiria, em 17/02/98, na Esc. Sec. José Falcão, Coimbra, em 18/02/98, na Esc. Sec. de Montemor

em 30/04/98 e na Esc. Sec. de Latino Coelho, Lamego, em 04/05/98.

Universo e Partículas: do infinitamente grande ao infinitamente pequeno, pelo Prof. Dr. Manuel Fiolhais (FCTUC), na Esc. Sec. Joaquim de Carvalho, Figueira da Foz, em 18/02/98, na Esc. Sec. José Falcão, Coimbra, em 18/02/98, na Esc. Sec. José Macedo Fragateiro, Ovar, em 19/02/98, na Esc. Sec. de Mangualde, em 20/02/98 e nas Salas de Estudo Jovistudo, Coimbra, em 22/07/98.

O ar, a água e o levantar dos aviões, pela Prof. Dra. Maria José de Almeida, na Esc. Sec. José Macedo Fragateiro, Ovar, em 01/98.

A Radioactividade e seus efeitos Biológicos, pelo Prof. Dr. Paulo Mendes (FCTUC), na Esc. do 2º e 3º Ciclos E. B. João Afonso, Aveiro, em 03/98, na Escola Sec. D. Dinis, Coimbra, e na Escola Sec. de Trancoso.

Será em breve enviada às escolas da região Centro a nova lista de acções disponíveis para o ano lectivo de 1998/99, que poderá também ser consultada no serviço Internet da SPF acima referido.

### Acções de formação para professores do ensino secundário

A pedido das escolas, foram realizadas as seguintes acções de formação de professores:

Sensores e interfaces no ensino experimental da Física, pelo Prof. Dr. Francisco Campos Gil (FCTUC) e Prof. Dr. José António Paixão, na Escola Secundária Domingos Sequeira em 02/98 e na Esc. Sec. Dr. Joaquim de Carvalho em 27/03/98.

A cinemática e a dinâmica com base experimental, pelo Prof. Dr. Luís Alte da Veiga, na Escola Secundária D. Pedro I, Alcobaça, em 22/04/98.

A Internet para o ensino da Física, pelo Prof. Dr. Carlos Fiolhais, na Escola Secundária do Sabugal em 7/5/98 e na Escola Secundária Nuno Álvares, Castelo Branco, em 11/5/98.



A Delegação do Centro promoveu durante o ano lectivo 97/98 um ciclo de palestras, nos Departamentos de Física das Universidades de Coimbra e Aveiro, cuio alvo principal são os professores do ensino secundário. No total foram realizadas 10 palestras, 8 em Coimbra e 2 em Aveiro, cujos títulos foram divulgados no último número da Gazeta. A finalizar o ciclo 97/98, o Prof. Dr. Jerónimo Freire (Universidade de Potiguar, Natal, do Brasil) proferiu no Departamento de Física da Universidade de Coimbra a palestra "Uma experiência de ensino de Física no Brasil", em 23/06/98.

Cumpre-nos agradecer a colaboração prestada pelos oradores convidados para estas palestras.

Está já a ser planeado o ciclo de palestras 98/99, que será divulgado em breve às escolas da região Centro e cujo calendário será anunciado no serviço Internet da SPF: http://www.fis.uc.pt/~spf.

### **SoftCiências**

Continua disponível o CD-ROM Omniciência98, que inclui vários programas educacionais nos domínios da Física, Química e Matemática. Alguns destes programas estão ainda disponíveis em disquete, com o respectivo manual (ver lista e preços na contracapa do número anterior da Gazeta de Física), e poderão ser solicitados à Sociedade Portuguesa de Física, SoftCiências, Dept. de Física, FCTUC, 3000 Coimbra.

Já está disponível o LeChat2.1 — uma nova versão do programa de simulação de equilíbrio químico. Em Novembro será lançado o programa TESTA F/12 com 400 perguntas de escolha múltipla cobrindo o programa da disciplina de Física do 12º ano.



# PRÉMIO GULBENKIAN DE CIÊNCIAS

### CIÊNCIAS APLICADAS E TECNOLOGIAS

- 1. No sentido de estimular a **criatividade** e o **rigor** no trabalho de investigação, a Fundação Calouste Gulbenkian institui o **Prémio Gulbenkian de Ciência**.
- 2. O prémio, cujo valor anual foi fixado em **dois milhões e quinhentos mil escudos**, será atribuído por períodos de três anos eventualmente renováveis.
- O concurso abrangerá sucessivamente, em cada período de três anos, as ciências básicas, as ciências aplicadas e tecnologias, e as ciências sociais e humanas, considerando-se que, com o ano de 1994, se iniciou um destes períodos de atribuição do Prémio.
- 4. Serão admitidos ao concurso trabalhos de cientistas portugueses realizados no País ou no estrangeiro. A colaboração de cientistas estrangeiros será admissível apenas em relação a trabalhos em que seja dominante a participação portuguesa.
- 5. Serão tidos especialmente em consideração, para efeitos de classificação, os trabalhos desenvolvidos em instituições portuguesas. A atribuição do Prémio terá igualmente em consideração os currículos dos candidatos, bem como a natureza da obra científica desenvolvida.
- 6. Ao concurso serão admitidos trabalhos originais inéditos ou publicados nos últimos três anos que se completam em 31 de Dezembro do ano do concurso, que não tenham sido objecto de qualquer prémio concedido por outra instituição; excluem-se ainda os trabalhos que tenham sido presentes a júris de especialidade, nomeadamente as teses ou textos elaborados no âmbito de provas académicas ou de natureza profissional.
- 7. As candidaturas deverão ser apresentadas na Fundação Calouste Gulbenkian até ao dia 31 de Dezembro do ano a que se referem. Uma candidatura ao Prémio é constituída por um único trabalho concorrente (em triplicado) e pelos currículos dos investigadores ou investigador que o realizaram (também em triplicado), bem como por uma carta em que os candidatos declaram conhecer o regulamento do Prémio e fornecem os endereços respectivos.
- 8. Os candidatos poderão apresentar, para além do seu currículo científico e profissional, trabalhos que se enquadrem na mesma linha de investigação por onde concorrem, para suporte da apreciação pelo Júri. Outros elementos complementares de apreciação poderão eventualmente ser solicitados pelo Júri.
- 9. Os trabalhos e outros documentos submetidos não serão devolvidos.
- 10. O Júri, que será autónomo nas suas deliberações, será constituído por três membros, respectivamente em representação dos organismos da Administração Pública, da comunidade científica e da Fundação Calouste Gulbenkian.
- 11. A atribuição do Prémio Gulbenkian de Ciência será anunciada até ao dia 31 de Março do ano seguinte àquele a que se refere o respectivo concurso.
- 12. O Prémio poderá não ser atribuído. O Prémio poderá, eventualmente, ser partilhado por vários trabalhos concorrentes. A atribuição do Prémio implica a impossibilidade de participação nos concursos subsequentes durante o período de 5 anos.

SPF - Departamento de Física da Universidade de Coimbra 3000 COIMBRA PORTUGAL
Telef: 039 - 410113 ou 410600 (ext. 524) Fax: 039 - 829158
E-mail: softc@nautilus.fis.uc.pt
Internet: http://www.fis.uc.pt/~softc

Acção Comum das:
Sociedade Portuguesa de Física
Sociedade Portuguesa de Química
Sociedade Portuguesa de Matemática
para produção de software educativo

Apoios: Ministério da Ciência e Tecnologia Ministério da Educação

# PROGRAMAS DE COMPUTADOR PARA O ENSINO DAS CIÊNCIAS



Alguns programas estão ainda disponíveis em disquete com o respectivo manual:

6. FQ - FOLHA DE CÁLCULO

Programas em "Excel"

8. FRACTAIS

Um mundo de imagens matemáticas

9. ELECTRÃO

Meça a carga do electrão

11. TABELA PERIODICA

Tudo sobre elementos

13. JOGO DAS COISAS

Jogos de fazer pensar (multidisciplinar)

14. EUROCHEM

Elementos químicos na Europa

15. ZERO 2.0

Concepção e correcção de testes (multidisciplinar)

16. TESTA FQ 8/9

800 perguntas de Físico-Químicas

(8° e 9° anos) para testes

17. ÂNGULOS

Trigonometria no computador

18. RLC

Circuitos de corrente alternada

19. Testa FQ 10/11

600 perguntas de Físico-Químicas (10° e 11° anos)

20. TESTA Q 12

450 perguntas de Químicas (12° ano)

Próximos lançamentos:

TESTA F 12;

ROTSOFT (Roțeiros para software educativo)

TABELA PERIÓDICA 3.0 (edição Português - Inglês)

Novidades:

21. LECHAT 2.1

22. JOGO DAS COISAS 2.0

Para solicitar o CD-ROM ou algum destes programas preencha o destacável e envie para: Sociedade Portuguesa de Física, Softciências, Departamento de Física, Universidade de Coimbra, 3000 COIMBRA

Colocar uma cruz nos programas pretendido				
N	Jome do Programa	Preço	Preço*	
0	omniciência 98	3500	3000	
0	omniciência 97	1500	1000	
Q 8	. FQ - Folha de cálculo . Fractais . Milikan	1500 1500 1500	1000 1000 1000	
Y	1.Tabela Periódica 3.Jogo das coisas	1500 1500	1000	

Nome do Programa	Preço	Preço*
14. Eurochem	1500	1000
15. Zero 2.0	1500	1000
16. Testa FQ / 8-9**	2000	1500
17. Ângulos	1500	1000
18. RLC	1500	1000
19. Testa FQ / 10-11 **	2000	1500
20. Testa Q 12**	2000	1500
21. LeChat 2.1	1500	1000
22. Jogo das Coisas 2.0	1500	1000

<sup>\*</sup> Sócios SPF, SPQ e SPM.

Junto envio cheque / vale de correio / requisição nº \_ CD-ROM, conforme o quadro.

, relativo ao pagamento de \_\_\_\_\_ programas e \_

<sup>\*\*</sup> Inclui testes que podem ser policopiados.

Remeter para SOFTCIÊNCIAS, SPF, Departamento de Física da Universidade de Coimbra, 3000 Coimbra.