DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA EXCENTRIDADE DA ÓRBITA DA TERRA

GUILHERME DE ALMEIDA
Escola Secundária Marquês de Pombal
Rua Alexandre Sá Pinto, 1300 Lisboa

É sabido dos livros de texto que as órbitas dos planetas são aproximadamente elipses. Assim sendo, a Terra não escapa a este facto. Será possível, com meios muito simples, tanto no aspecto material como do ponto de vista matemático, determinar a excentricidade da órbita do nosso planeta em torno do Sol? É esse o objectivo deste artigo. Pode satisfazer a curiosidade dos alunos e professores que queiram fazer as medições necessárias e comparar os seus resultados com os que se vêem nos livros, ou servir de base a um programa de trabalho numa escola secundária, para alunos que estejam integrados num grupo de Astronomia.

A órbita que a Terra descreve em torno do Sol não é tão alongada como por vezes se pensa.

A variação anual do diâmetro do Sol é um indicador da excentricidade da órbita da Terra.

Tal como afirma a 1.ª lei de Kepler (publicada em 1609), as órbitas que os planetas descrevem em torno do Sol são elipses, situando-se o Sol num dos focos. Portanto, a órbita da Terra é também uma elipse. Nas figuras que aparecem em alguns livros, muitas vezes exagera-se incrivelmente a forma da órbita do nosso planeta, havendo representações que mostram esta órbita como uma circunferência (Fig. 1), enquanto outras insistem numa elipse muito excêntrica (Fig. 2).

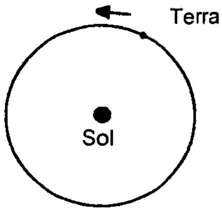


Fig. 1

Dado que a órbita que a Terra descreve em torno do Sol é elíptica (Fig. 2), o nosso planeta, ao descrevê-la, passa por uma posição que é a mais afastada possível do Sol (o *afélio*), que ocorre por volta de 4 de Julho de cada ano, e por uma outra posição (denominada *periélio*), na qual está à distância mínima da nossa estrela (situação que ocorre a 4 de Janeiro de cada ano).

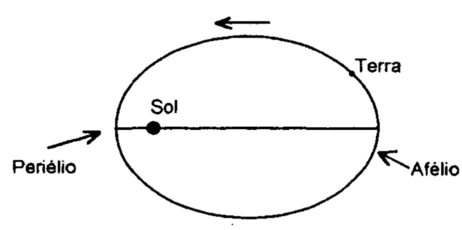


Fig. 2

Pretendemos saber como é, *de facto*, a órbita da Terra. Para isso, como primeira aproximação, começaremos por averiguar no sentido de decidir se ela é mais parecida com a da Fig. 1 ou com a da Fig. 2. No primeiro caso, veríamos o Sol sempre com o mesmo diâmetro aparente (Fig. 3) ao longo de todo o ano; se fosse o caso da Fig. 2 deveríamos ver o Sol *aparentemente* muito menor quando a Terra passa no afélio, e bastante maior no periélio. Esta primeira necessidade de decisão leva-nos a olhar mais atentamente para a nossa estrela.

É sabido que não se deve olhar para o Sol sem protecção visual apropriada.

No caso de observações a olho nu, que não sejam muito prolongadas, pode-se utilizar o filtro de protecção utilizado nas soldaduras por arco eléctrico, à venda nas lojas de ferragens a um preço acessível (pode-se adquirir só o filtro de vidro ou dois filtros, um para cada olho, já montados em óculos apropriados, o que permite ter as mãos livres). Como resultado destas observações, ou pela experiência pessoal de cada um de nós, conclui-se que, à *primeira impressão*, o Sol parece mostrar-nos o mesmo diâmetro aparente durante todo o ano: não notamos alteração significativa. Isto significa que a órbita da Terra deve parecer-se mais com a da Fig. 1 do que com a da Fig. 2.

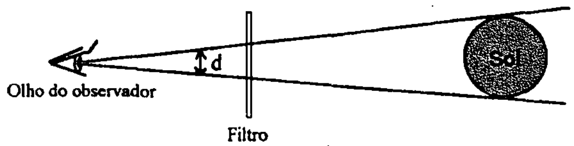


Fig. 3 — O diâmetro aparente do Sol é o ângulo indicado pela letra *d*. As dimensões aparentes são sempre angulares. Esta noção é aplicável a outras situações (por. ex. o diâmetro aparente da Lua, ou a altura aparente de um prédio visto a uma certa distância do observador).

A Fig. 4 mostra um dado objecto de altura *h*, observado a duas diferentes distâncias, r_1 e r_2, às quais é visto segundo as alturas *aparentes* θ_1 e θ_2, respectivamente. Desta figura conclui-se que

$$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{r_1}{r_2}.$$

No entanto, tratando-se de *ângulos pequenos*, pode-se escrever

$$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}, \text{ e logo } \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{r_2}{r_1}.$$

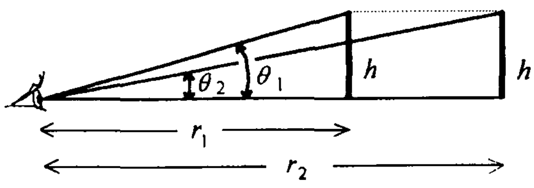


Fig. 4

Como o diâmetro aparente do Sol (Fig. 3) é pequeno, pois mede cerca de 0,5° (em média), podemos consequentemente dizer que tal diâmetro aparente é *inversamente proporcional* à distância a que estamos da nossa estrela. Isto quer dizer que se a distância da Terra ao Sol duplicasse, o diâmetro aparente deste (*d*) passava para metade, e assim sucessivamente. Se a Fig. 2 correspondesse ao que se passa, o Sol *pareceria* 5 vezes maior no periélio do que no afélio (compare as distâncias), do mesmo modo que um automóvel visto a 200 m de nós parece cinco vezes maior que a 1000 m. A desigualdade do tamanho aparente do Sol ao longo do ano é, portanto, um *indicador* da excentricidade da órbita da Terra.

Para facilitar as indicações que daremos seguidamente, representaremos a *distância* da Terra ao Sol, no periélio, por r_p ("p" de "periélio") e por r_a a correspondente distância no afélio.

A Fig. 5 mostra alguns parâmetros geométricos de uma elipse. Dela se conclui facilmente, que $r_p = a - c$ e $r_a = a + c$.

Como o diâmetro aparente do Sol, visto da Terra, é inversamente proporcional à distância a que dele nos encontramos, podemos escrever

$$\frac{d_p}{d_a} = \frac{r_a}{r_p}, \text{ ou seja, } \frac{d_p}{d_a} = \frac{a+c}{a-c},$$

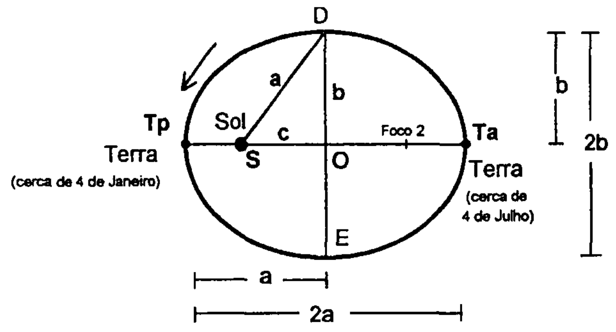


Fig. 5 — As indicações **Tp** e **Ta** representam as posições da Terra no periélio e no e no afélio, respectivamente. A excentricidade desta elipse foi exagerada (relativamente à forma da órbita da Terra), para melhor visibilidade dos seus parâmetros geométricos.

onde d_p representa o diâmetro *aparente* do Sol no periélio, e d_a o correspondente valor no afélio.

Dá-se o nome de *excentricidade* de uma elipse ao parâmetro $e = c/a$ (Fig. 5). Porém, como $c = ea$, pode-se também escrever

$$\frac{d_p}{d_a} = \frac{a+ea}{a-ea}, \text{ ou seja, } \frac{d_p}{d_a} = \frac{1+e}{1-e},$$

Desta última expressão concluímos que

$d_p - d_a = e\,(d_p + d_a)$, e consequentemente

$$e = \frac{d_p - d_a}{d_p + d_a}.$$

As medições actuais permitem concluir que o diâmetro aparente do Sol varia, ao longo do ano, entre 32,58′ (no periélio) e 31,51′ (no afélio), onde «′» representa, como se sabe, o símbolo do minuto angular. Baseando-nos nestes valores concluímos que

$$e = \frac{32{,}58' - 31{,}51'}{32{,}58' + 31{,}51'}, \text{ ou seja, } e = 0{,}016\,69.$$

É precisamente esta a excentricidade da órbita do nosso planeta em torno do Sol, segundo as melhores determinações actuais, valor frequentemente arredondado para 0,0167. Ficámos satisfeitos? Nem por isso, pois os valores dos diâmetros aparentes do Sol *não eram nossos*, e não é fácil obter tal exactidão com meios simples. Vamos, portanto, utilizar valores medidos por nós, com o nosso material e nas nossas condições, nunca excelentes mas que nos poderão proporcionar um outro nível de satisfação.

Projectemos a imagem do Sol, num ecrã de papel, com uma luneta diafragmada ou com um telescópio criteriosamente diafragmado. Não há nada a recear se se diafragmar a *f*/40 (diâmetro do diafragma = 1/40 da distância focal da objectiva). Nas várias medições utilize o *mesmo* telescópio, com a *mesma* ocular para a projecção (de preferência uma ocular de distância focal compreendida entre 20 mm e 30 mm. É essencial que se mantenha constante, *em todas as medições,* a distância desde a ocular até ao ecrã de projecção (use uma vara de madeira como bitola). Nestas condições, o diâmetro da imagem do Sol, *projectada no ecrã*, é directamente proporcional ao diâmetro angular da nossa estrela.

O ecrã deve estar fixo ao telescópio, ou ao solo (com tripé) e o seu plano deverá ser perpendicular ao eixo óptico da ocular. A imagem deverá estar bem focada. Pegue numa régua graduada e, encostando-a ao ecrã, meça o diâmetro da imagem do Sol a 4 de Julho e depois a 4 de Janeiro (aproveitando as próximas oportunidades). Ser-lhe-á difícil medir o diâmetro com erro inferior a 1 mm, e as ondulações do limbo solar (provocadas por correntes de convecção na nossa atmosfera) não facilitam. Para minimizar este último problema, faça as medições da parte da manhã, entre as 10 h e as 11 h. Também será difícil saber que estamos mesmo a medir o diâmetro, pois o bordo da régua pode estar a passar ligeiramente ao lado do centro da imagem do disco solar e não se dar por isso.

Pelas razões apontadas, convém fazer *várias* medições (pelo menos 4), tirando e voltando a colocar a régua em cada uma das medições, calculando depois, em cada data, a média dos valores medidos. Por exemplo, admitamos que obtivemos 120 mm como diâmetro *médio* da imagem a 4 de Julho, valor que repre-sentaremos por D_a (diâmetro da imagem no afélio), e 124 mm no periélio, a 4 de Janeiro (D_p). Podemos continuar a utilizar a expressão anterior (que relaciona a excentricidade da órbita da Terra com os diâmetros aparentes do Sol no afélio e no periélio

$$e = \frac{d_p - d_a}{d_p + d_a}, \text{ escrevendo agora } e = \frac{D_p - D_a}{D_p + D_a}$$

visto que, nas condições em que trabalhámos, o diâmetro da imagem projectada no ecrã é directamente proporcional ao diâmetro aparente do Sol. Introduzindo nesta última expressão os nossos valores de D_p e D_a, obtemos:

$$e = \frac{124 - 120}{124 + 120} = 0{,}0164\,,$$

que é um resultado bastante satisfatório para um trabalho feito com meios tão simples. Repare-se que uma diferença de 0,0164 – 0,0167 = –0,0003, *em* 0,0167, dá um erro relativo de –1,8%.

Embora o observador esteja à superfície da Terra, e não no seu centro, podemos desprezar as dimensões do nosso planeta face às dimensões da sua órbita. De facto a órbita da Terra é uma elipse, mas a sua excentricidade é tão pequena que mais parece uma circunferência.

Façamos um desenho cuidadoso, e grande, à escala, com o eixo maior (a distância $2a$ na Fig. 4) a valer precisamente 1000,0 mm. Nessas condições, na mesma escala, quanto mediria o eixo menor (distância $2b$ na mesma figura)? O cálculo é simples: a Fig. 4 permite concluir que $a^2 = b^2 + c^2$ e sabemos que $e = c / a$ (definição de excentricidade da elipse). Portanto,

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{a^2}{a^2 - c^2} = \frac{a^2}{a^2 - a^2e^2}, \text{ de onde se conclui que,}$$

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{1}{1 - e^2}} \Leftrightarrow \frac{2a}{2b} = \sqrt{\frac{1}{1 - e^2}}\,.$$

Introduzindo nesta última expressão o valor da excentricidade da órbita da Terra (e = 0,016 7) e de $2a$ (que queremos desenhar com 1000,0 mm), concluímos que o eixo menor mediria 999,86 mm (portanto, a diferença $2a - 2b$ é apenas de 0,14 mm). Distingue-se visualmente de uma circunferência?

E o Sol, no desenho, ficaria a que distância do centro da elipse? Essa distância (c na Fig. 4), é dada pela relação $c = ea$ (que vimos anteriormente). Por isso, no desenho, $c = 0{,}0167 \times 500$ mm = 8,35 mm. Num desenho menor as diferenças seriam ainda menos detectáveis.

No "tamanho natural", a órbita da Terra tem

a = 149,598 milhões de quilómetros (unidade astronómica, abreviadamente representada por u.a.);

b = 149,577 milhões de quilómetros;

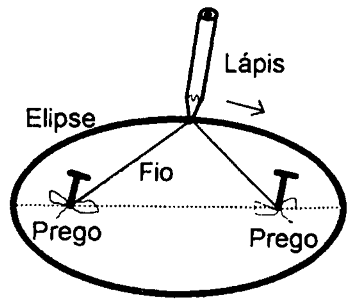
c = 2,498 milhões de quilómetros;

e = 0,0167 (não depende da escala, como é óbvio).

A excentricidade órbita de Plutão é 0,25, e no caso de Vénus é apenas de 0,007. A excentricidade da órbita da Lua em torno da Terra é 0,055. Porém, a excentricidade das órbitas dos cometas é bastante superior (cerca de 0,9 no caso do Halley). Sabidas as respectivas distâncias ao Sol, no afélio e no periélio, basta fazer

$$\frac{r_a}{r_p} = \frac{1+e}{1-e}, \quad \text{e portanto} \quad e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p},$$

É fácil desenhar uma elipse com dois pregos e um fio, numa superfície plana, usando um lápis. Os pregos marcam as posições dos focos, o comprimento *útil* do fio é $2a$ e a distância entre os pregos é $2c$, devendo o fio manter-se sempre esticado. Seguindo estas indicações, a elipse pode ser traçada de acordo com os parâmetros pretendidos.



Bibliografia

FERREIRA, Máximo e ALMEIDA, Guilherme de — *Introdução à Astronomia e às Observações Astronómicas*, Plátano Editora, 4.ª edição (revista e aumentada), pp. 203-249 e 259-260, Lisboa, 1997.

Guilherme de Almeida é professor efectivo do Ensino Secundário. Autor de obras sobre iniciação à Astronomia e observações astronómicas, e de diversos artigos, realizou numerosas acções de formação para professores e é formador do programa FOCO para as áreas de Astronomia e Física.

PROJECTO "FÍSICA EM ACÇÃO"

O projecto *"Física em Acção"*, financiado pelo programa Ciência Viva do Ministério da Ciência e Tecnologia, pretende estimular o ensino experimental da Física nas escolas secundárias com base em novas tecnologias, nomeadamente o uso de sensores, computadores e interfaces de aquisição de dados nos laboratórios escolares.

Este projecto surge na continuação de um projecto homólogo, realizado no ano passado, onde 10 Escolas Secundárias foram equipadas com um *kit* de sensores da PASCO, uma interface de aquisição de dados e um computador multimédia, com os quais é possível a realização de um grande número de experiências de Física de forma fácil e muito apelativa para os jovens. A SPF assume, neste projecto, o papel de coordenador da rede de escolas oferecendo apoio e formação aos professores, nomeadamente realizando *workshops* de formação e através de ajuda presencial nas escolas prestada por monitores.

Nesta nova edição do projecto, a rede foi expandida com a inclusão de mais nove escolas, seleccionadas a partir do concurso nacional aberto a todas as escolas secundárias, realizado no ano passado. Os critérios de selecção foram análogos aos que então se utilizaram. Procurou-se manter, em particular, uma equipartição geográfica, tendo sido seleccionadas 3 escolas por cada região, Norte, Centro e Sul e Ilhas.

As actividades iniciaram-se com um *workshop* de formação para os professores das novas escolas envolvidas neste projecto (ver programa no noticiário da Delegação Centro). Este *workshop* decorreu nos dias 3 e 4 de Abril de 1998, no Departamento de Física da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra. Estiveram presentes 18 professores e os 9 monitores que acompanharão as escolas *in loco*. Durante este *workshop os* professores tiveram sessões de demonstração do equipamento, e foram discutidos vários aspectos didácticos do uso de sensores e computadores no ensino da Física. Aproveitou-se a oportunidade para discutir vários aspectos de organização, como sejam a acção dos monitores nas escolas. Foram ainda seleccionadas, pelos professores participantes, um conjunto de experiências de Física consideradas mais significativas para os *curricula*, que as escolas se empenharam em realizar com o novo equipamento.

O equipamento completo já foi entregue às escolas e os monitores estão em acção prestando formação nas escolas. Este projecto prolongar-se-á para o próximo ano lectivo. Para mais informações sobre o projecto consultar na Web o endereço (http://www.fis.uc.pt/~spf/fisaccao/index.htm) ou contactar o Prof. Doutor José António Paixão (jap@pollux.fis.uc.pt).