

O que há de novo?

A condensação de Bose-Einstein e a sua recente observação experimental *

por E. Seabra Lage

Em finais de Junho passado, os meios de comunicação social (dos jornais diários e semanários, às rádios e televisões) e as revistas da especialidade (por exemplo, Phys. World, vol. 8., Agosto 1995, p. 21) anunciaram, com grande relevo, que cientistas americanos haviam confirmado uma previsão de Einstein com mais de 70 anos. Tratava-se, diziam (acompanhando a informação de bonitas imagens coloridas), da condensação de Bose-Einstein, como se esta designação tornasse evidente, para todos, o que havia sido observado pela primeira vez. Que é, então, a condensação de Bose-Einstein e em que consistiram as experiências que a vieram confirmar?

1. Um pouco de História

Em Junho de 1924, o jovem indiano S. N. Bose escrevia a Einstein, pedindo-lhe que analisasse um manuscrito (em inglês) e que, se estivesse de acordo, o recomendasse para publicação, pois já havia sido rejeitado pelo Philosophical Magazine. Einstein considerou o trabalho de tal valor que, ele próprio, o traduziu para alemão, propôs a sua publicação (Z. Phys. 26 (1924) 178) e acrescentou, como comentário: "Trata-se de um avanço importante e o método utilizado gera a teoria quântica do gás ideal, como discutirei com mais pormenor noutro sítio". Note-se que, na ocasião, Einstein já se debatia com o problema (que nunca resolveria) de formular uma teoria do campo unificado, tendo classificado, mais tarde, como um acidente de percurso esta sua última incursão na Física Estatística! Vejamos em que consistiu a contribuição de Bose.

Em 1900, Planck funda a teoria quântica ao adivinhar, por métodos heurísticos, a célebre fórmula que correctamente descreve a energia da radiação térmica:

$$\delta U_\nu = 2 \left[V \frac{4\pi\nu^2}{c^3} \delta\nu \right] \left[\frac{h\nu}{e^{h\nu} - 1} \right]$$

Nesta expressão, o 1.º membro representa a energia média da radiação electromagnética contida num volume V , em equilíbrio térmico (à temperatura $T = 1/k_B\beta$) com paredes totalmente absorventes (*corpo negro*) e correspondendo a radiações (ondas electromagnéticas) com frequências em $(\nu, \nu + d\nu)$. No 2.º membro, c é a velocidade da luz no vazio e h é a célebre constante de Planck. Realçamos, neste 2.º membro, as diferentes origens de vários factores que contribuem para a energia média; assim o 1.º parêntesis, é o número de ondas electromagnéticas estacionárias que cabem no volume V . A sua contagem é um problema simplesmente geométrico, hoje

familiar a qualquer aluno de Física, e consiste em encontrar o número de vectores de onda que satisfazem às condições impostas pelas paredes. O factor 2 tem origem no facto de cada onda electromagnética admitir, num meio isotrópico como o vazio, duas orientações arbitrárias para o campo eléctrico (ou magnético) associado com a onda (são as duas polarizações possíveis, ortogonais entre si e ao vector de onda). Deste modo, os dois primeiros factores da fórmula indicam o número de modos de vibração do campo electromagnético no interior da cavidade e com frequências no intervalo indicado. O último parêntesis representa a contribuição genial de Planck: a energia de cada modo é igual à de um oscilador harmónico, mas só pode tomar valores que são múltiplos de $h\nu$, pelo que a energia média do oscilador, usando as regras da estatística de Boltzmann, é:

$$\frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-\beta nh\nu}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta nh\nu}} = \frac{h\nu}{e^{\beta h\nu} - 1}$$

Ora, em 1905, Einstein, nos seus estudos sobre o efeito fotoeléctrico (que lhe valeriam o Prémio Nobel de 1921) havia introduzido o conceito de fóton, partícula associada à radiação electromagnética, trocada, de forma indivisível, na absorção ou emissão pela matéria. Deste modo, os inteiros que Planck postulava para caracterizar o estado de excitação de cada modo do campo electromagnético, foram reinterpretados como o número de fótons nesse modo. Assim, cada fóton tem energia $h\nu$ e, invocando a electrodinâmica de Maxwell ou a teoria da relatividade, momento $p = h\nu/c$, como confirmaram as experiências de Compton em 1923. Levanta-se, agora, um problema interessante: será possível reobter a fórmula de Planck considerando o campo da radiação electromagnética como um sistema de fótons, de maneira análoga à que permitira à Estatística de Boltzmann obter a equação de estado dos gases perfeitos? Curiosamente, este problema não parece ter ocorrido a Einstein, embora a sua solução pudesse lançar alguma luz sobre a relação dual onda-corpúsculo que a radiação apresentava, complementaridade que apormentaria Einstein para o resto dos seus dias.

É precisamente este problema que Bose considera no seu artigo de 1924, onde introduz dois conceitos fundamentais em Física: fótons não se conservam (embora lá aparecia) e cada fóton tem dois estados de polarização, como é sugerido pelo tratamento electrodinâmico mas cuja interpretação física é misteriosa, como Einstein se apercebe (numa carta de Julho 1924 a Ehrenfest comenta que a dedução de Bose é elegante, mas a essência permanece obscura), dificuldade que a Bose escapa! Vejamos, em linhas gerais, o argumento de Bose, libertando-o de incorrecções que o desenvolvimento pos-

* Ver *Science* 269 198 (1995).

terior da teoria quântica (1925-26) se encarregaria de clarificar.

Bose começa por considerar o gás de fótons como um sistema de partículas livres (sem interacção) e atribui, na esteira da estatística de Boltzmann, um espaço de fase a cada partícula cuja medida é dada por:

$$\omega_v = 2V \frac{d\vec{p}}{h^3} = 2V \frac{4\pi p^2 dp}{h^3} = 2V \frac{4\pi v^2 \delta v}{c^3}$$

O factor 2 leva em conta os dois estados de polarização do fóton; a integração sobre a posição da partícula já foi efectuada, dada a homogeneidade do sistema. A simetria esférica, consequência da isotropia, origina a 2.^a igualdade. O resultado final obtém-se pela relação entre momento e frequência atrás referida. E o resultado final não é mais que o peso estatístico que, na fórmula de Planck, era obtido por contagem de ondas! A simplicidade do argumento terá convencido Einstein a propor a publicação do artigo, apesar de, como referimos, ter visto dificuldades de interpretação que ao próprio Bose escaparam. Mas o mais interessante está por aparecer.

A medida ω_v é adimensional e deve ser considerada um número grande, dada a presença do volume macroscópico do recipiente. Ela representa o número de estados (com frequências no intervalo dado) acessíveis a cada fóton. Mas quantos fótons lá vamos colocar? Designando esse número por N_v , ele irá ser determinado pelo grande principio variacional da termodinamica estatística - a distribuição de equilíbrio maximiza a entropia do sistema, para uma energia total U dada. Ora a entropia, segundo Boltzmann não é mais que o logaritmo do número total de estados microscópicos acessíveis ao sistema (W), isto é, o número de maneiras de distribuir os fótons pelos seus estados, mantendo a energia total com o mesmo valor. Como os diferentes intervalos de frequência (que determinam os diferentes estados para os fótons) são independentes, aquele número W é o produto dos números W_v , definidos para cada um destes intervalos. Assim:

$$W = \prod_v W_v \Rightarrow S = k_B \log W = \sum_v k_B \log W_v$$

Até aqui o raciocínio foi idêntico ao seguido no tratamento estatístico clássico do gás perfeito. Mas à pergunta sobre quantas maneiras (W_v) há para distribuir N_v fótons por ω_v estados, Bose responde ¹:

$$W_v = \frac{(N_v + \omega_v - 1)!}{(\omega_v - 1)! N_v!}$$

E Bose diz que este resultado é evidente! Enganava-se no raciocínio, mas acertava no resultado, o que não é motivo para menor admiração do seu talento. Realmente, a solução encontrada por Bose justifica-se, em 1924, *a posteriori* por originar a expressão de Planck, como veremos. Mas seria Einstein a perceber que Bose devia ter atingido algo muito profundo, e não apenas uma simples coincidência numérica. Dessa intuição de Einstein temos conhecimento pela sua carta a Ehrenfest. Mas seria necessário esperar por 1926 para que Dirac apresentasse a explicação baseada nos princípios da Mecânica Quântica, e que consideraremos a seguir.

2. Um pouco de Física Estatística Quântica

Para que o leitor se aperceba do que intrigava Einstein, considere o seguinte problema: de quantas maneiras podemos distribuir N_v bolas por ω_v caixas? Rapidamente conclui que não obtém W_v . Obtém um número bem maior, porque contabiliza como distintas duas ordenações que diferem na troca de duas bolas em caixas diferentes. Mas suponha que as bolas são indistinguíveis — nesse caso, trocar duas bolas em caixas diferentes conduz à mesma ordenação. Nestas circunstâncias, o número de ordenações distintas pode ser encontrado (como mostrou Ehrenfest) com o seguinte raciocínio simples: suponha que alinha as ω_v caixas em fila, com uma parede separando cada par contíguo de caixas (excepto as duas dos extremos). Então, o número de ordenações distintas obtém-se a partir das permutações dos $N_v + \omega_v - 1$ objectos (N_v bolas e $\omega_v - 1$ paredes internas), desde que não conte como distintas as permutações das N_v bolas ou das $\omega_v - 1$ paredes. É o resultado de Bose. Mas porque temos de considerar as bolas indistinguíveis? Ninguém tem dúvidas que bolas reais são distinguíveis, por muito parecidas que sejam entre si. Contudo o mesmo não se passa no mundo atómico, o que nos obriga a uma pequena explicação, antes de retomarmos o raciocínio de Bose.

Foi postulado por Pauli (1925) que todas as partículas elementares e suas associações (em núcleos, átomos ou moléculas) se dividem em duas grandes famílias que passaram a ser designadas por *fermiões* e *bosões*. À primeira família pertencem todas as partículas com spin semi-inteiro (1/2, 3/2, etc), tal como os quarks, electrões e neutrinos, ou associações com número ímpar de fermiões (como neutrões, prótons, diversos núcleos e átomos, como ³He). À segunda família pertencem todas as partículas com spin inteiro (0, 1, 2, etc), tal como os glúons (que mantêm os quarks juntos), fótons, diversas excitações em sólidos (fonões, plasmões, etc.), quaisquer associações de bosões ou com número par de fermiões (como diversos núcleos e átomos, como ⁴He). Ora, a função de onda que descreve um sistema de fermiões idênticos tem de trocar de sinal, quando dois quaisquer desses fermiões são trocados — assim, nunca poderíamos colocar dois fermiões idênticos na mesma caixa e se nos ocupássemos da sua distribuição por todas as caixas acessíveis, seríamos conduzidos à estatística de Fermi-Dirac. Pelo contrário, a função de onda que descreve um sistema de bosões idênticos é invariante para uma permuta de dois quaisquer bosões. Assim, trocar dois fótons não origina um novo estado — o que justifica o procedimento inconsciente de Bose (e justamente, imortaliza o seu nome associando-o à família de tais partículas) e nos faz espantar com a extraordinária intuição de Einstein, que o terá levado a recomendar a publicação do trabalho de Bose, apesar da aparente arbitrariedade das suas hipóteses. Foram, *a posteriori*, completamente justificadas.

Retomemos, agora, o raciocínio de Bose. Uma vez encontrada a entropia, o método é bem conhecido de qualquer estudante de Física. A distribuição N_v dos fótons

¹ Na realidade, esta expressão foi obtida, pela 1.^a vez, por Einstein, na sua procura de elucidar os resultados de Bose. Quanto à expressão de Bose, embora parecida, baseava-se numa outra filosofia: fixar o número de fótons e variar o número de estados acessíveis.

no equilíbrio deve maximizar a entropia para uma energia U dada:

$$S = \sum_{\nu} k_B \log \frac{(N_{\nu} + \omega_{\nu} - 1)!}{(\omega_{\nu} - 1)! N_{\nu}!} \quad \text{máximo para } U = \sum_{\nu} N_{\nu} h\nu \text{ dado}$$

A técnica consiste em reconhecer que os números N_{ν} e w_{ν} são grandes (podemos ignorar o factor 1 nas expressões) e usar a fórmula de Stirling $\log N! = N \log N - N$ (que já dá uma excelente aproximação para $N > 20$). Libertamo-nos do máximo condicionado introduzindo um multiplicador de Lagrange β ; somos assim levados a procurar o máximo (sem condições) de:

$$S - \beta U = \sum_{\nu} k_B [(N_{\nu} + \omega_{\nu}) \log(N_{\nu} + \omega_{\nu}) - \omega_{\nu} \log \omega_{\nu} - N_{\nu} \log N_{\nu}] - \beta \sum_{\nu} N_{\nu} h\nu$$

Facilmente encontramos:

$$N_{\nu} = \frac{\omega_{\nu}}{e^{\beta h\nu} - 1}$$

O parâmetro de Lagrange é determinado pela energia:

$$U = \sum_{\nu} N_{\nu} h\nu = \sum_{\nu} \frac{h\nu \omega_{\nu}}{e^{\beta h\nu} - 1} = \sum_{\nu} 2V \frac{4\pi\nu^2 \delta\nu}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\beta h\nu} - 1}$$

É a fórmula de Planck! (O leitor mais atento objectará que não identificamos β com o inverso da temperatura absoluta; mas com os resultados já obtidos, pode mostrar sem dificuldades que $dS = k_B \beta dU$, o que mostra ser $k_B \beta = 1/T$, como o exige o 2.º princípio da Termodinâmica). Fica, assim, completa a exposição sobre o contributo extraordinário de Bose, embora ele próprio tenha afirmado não ter tido consciência da extensão do desafio que o seu artigo colocava à lógica clássica!

3. A condensação de Bose-Einstein

Vejamos, agora, qual a contribuição que Einstein prometera no seu comentário ao artigo de Bose. O seu trabalho apareceria na Preuss. Akad. Wiss. (1924), p. 261 e, para a estatura científica do seu autor, pode ser considerado uma trivialidade. Einstein considerou um gás de partículas independentes, com massa (o fóton tem massa nula), em número fixo (os fótons não se conservam) e sujeito à estatística de Bose. Duas condições têm, então, que ser introduzidas:

a) A relação de dispersão passa a ser a bem conhecida relação clássica entre energia e momento, pelo que também é modificada a medida no espaço de fase:

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \omega_{\varepsilon} = V \frac{d^3p}{h^3} = V \frac{4\pi p^2}{h^3} \delta p = V 2\pi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon} \delta \varepsilon$$

O leitor notará a ausência do factor 2 - não há qualquer razão para o introduzir, pois não há nenhum factor correspondente aos dois estados de polarização do fóton.

b) A conservação do número de partículas traduz-se na condição:

$$N = \sum_{\varepsilon} N_{\varepsilon}$$

Temos, então que maximizar a entropia sujeita a duas condições, energia e número de partículas dados. Há, pois, necessidade de dois parâmetros de Lagrange: usaremos β , como antes, e introduzimos $\beta\mu$ (assim definido, por conveniência) associado com a condição anterior. O máximo não condicionado da expressão:

$$S - \beta U + \beta\mu N = \sum_{\varepsilon} k_B [(N_{\varepsilon} + \omega_{\varepsilon}) \log(N_{\varepsilon} + \omega_{\varepsilon}) - \omega_{\varepsilon} \log \omega_{\varepsilon} - N_{\varepsilon} \log N_{\varepsilon}] - \beta \sum_{\varepsilon} N_{\varepsilon} h\nu + \beta\mu \sum_{\varepsilon} N_{\varepsilon}$$

fornece:

$$N_{\varepsilon} = \frac{\omega_{\varepsilon}}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1} = V 2\pi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \frac{\sqrt{\varepsilon} \delta \varepsilon}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1}$$

O factor que multiplica a medida no espaço de fase (número de estados acessíveis a cada partícula) é a *distribuição de Bose-Einstein*. Quanto aos dois parâmetros de Legendre, a identificação de β com o inverso da temperatura absoluta é feita como antes; por outro lado, μ facilmente se prova que é o potencial químico do sistema, embora isso não seja, neste contexto, relevante, sendo determinado pela equação relativa à conservação do número de partículas:

$$N = \sum_{\varepsilon} N_{\varepsilon} = V 2\pi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{\varepsilon}}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1} d\varepsilon$$

É conveniente estudar esta equação com cuidado. Para isso, mudamos a variável de integração para $x = \beta\varepsilon$ e definimos $\zeta = e^{-\beta\mu}$ (é a *actividade química*), encontrando-se a equação de estado do gás

$$n\lambda_T^3 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} dx \frac{\sqrt{x}}{\zeta e^x - 1} \equiv F_{3/2}(\zeta)$$

onde $n = N/V$ é a densidade e:

$$\lambda_T = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}$$

é uma forma abreviada de dar a temperatura (o leitor mais experiente identificará λ_T com o comprimento de onda de de Broglie para uma partícula com a energia térmica $k_B T$). Os resultados já obtidos permitem-nos deduzir, sem grande dificuldade, a pressão exercida pelo gás, bem como o seu calor específico. Não iremos entrar nestes detalhes mais técnicos, mas de menor importância para o que se segue.

A equação de estado relaciona a densidade e temperatura (1.º membro) com a actividade química (2.º membro), definida através de um integral complicado. É fácil encontrar o limite das altas temperaturas: neste limite, o 1.º membro é pequeno, pelo que z deve ser grande. Cálculos elementares mostram que, neste limite, se reobtem a equação de estado do gás perfeito clássico. E até podemos calcular as primeiras correcções quânticas, como fez Einstein. Mais interessante é, porém, vermos que, à medida que a temperatura decresce, o 1.º membro da equação aumenta, pelo que z deve diminuir. Mas ζ não pode ser menor que a unidade — do ponto de vista matemático, tal resulta de o integral que define a função $F_{3/2}(\zeta)$ deixar de ficar definido. Mas compreende-se a

razão física de tal restrição: a distribuição de Bose-Einstein, indicando quantas partículas há em cada estado permitido, torna-se ilimitada para o estado fundamental, isto é, para energia nula. Existe, assim, uma temperatura mínima T_0 , abaixo da qual os resultados anteriores deixam de ter sentido. Para essa temperatura, é $\zeta = 1$, encontrando-se:

$$n\lambda_1^3(T_0) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{e^x - 1} dx = 2.612 \Rightarrow T_0 = \frac{h^2}{2\pi m k_B} \left(\frac{n}{2.612} \right)^{2/3}$$

Todos estes resultados foram obtidos por Einstein na publicação citada. Ficou para o artigo seguinte (Preuss. Akad. Wiss. (1925), p.3) a resposta à pergunta inevitável: que acontece quando $T < T_0$? Escreveu Einstein: "Mantenho que, neste caso, um número de moléculas aumentando com a densidade vai ocupar o 1.º estado quântico (que tem energia cinética nula) enquanto as restantes moléculas se distribuem pelos outros estados com o valor $\zeta = 1$... É efectuada uma separação: uma parte "condensa", a outra permanece como um "gás ideal saturado". O que Einstein quer dizer é o seguinte: para $T < T_0$, somos forçados a regressar à equação que determina ζ , nela separando a contribuição de um único estado quântico (o fundamental) dos restantes que são tratados, como antes, na aproximação do contínuo (somadas substituídas por integrais) com $\zeta = 1$. Assim, fica:

$$N = N_0 + 2\pi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{\sqrt{\epsilon}}{e^{\beta\epsilon} - 1} d\epsilon \Rightarrow \frac{N_0}{V} = n \left[1 - \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \right]$$

Este resultado é espantoso — abaixo de T_0 , há uma fracção finita (tendendo para a unidade, quando T tende para 0) de partículas que ocupa um único estado (o de menor energia). Como as partículas são indistinguíveis, esta fracção não é sempre constituída pelas mesmas partículas, como acontece, por exemplo, na condensação líquido-vapor onde algumas moléculas estão na fase de vapor e as outras na fase líquida. Pelo contrário, na *condensação de Bose-Einstein* qualquer partícula tem a mesma probabilidade que qualquer outra de se encontrar no estado condensado. Este é definido pelo comportamento cooperativo de todas as partículas e a condensação ocorre, realmente, não no espaço real, mas no espaço de momentos — o condensado tem momento nulo. Deve-se, pois, a Einstein o primeiro exemplo de uma transição de fase tratada pela Física Estatística, mostrando claramente que esta ciência é capaz de gerar os comportamentos analíticos singulares que as funções termodinâmicas exibem junto a mudanças de fase. Mas seria observável esta condensação de origem puramente quântica? Como Einstein se interroga noutra carta a Ehrenfest: "A teoria é bonita, mas haverá alguma verdade nela?" O próprio Einstein sugere que o fenómeno pode ocorrer com o hidrogénio, hélio e o gás electrónico (estamos no início de 1925, e ninguém então sabia que os electrões são fermiões!). O hidrogénio não é um bom candidato, pois as partículas não são independentes, apresentando fortes interacções moleculares. Já o hélio (He_4 , um bosão; não o He_3 , um fermião) era um bom candidato. Mas teria de se esperar por 1928 para que Keesom observasse, pela primeira vez, que o hélio líquido apresentava uma anomalia (conhecida por transição Hel/Hell)

a $T = 2.19K$. Ora, para a densidade do hélio líquido ($n = 2.14 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$) a temperatura para a condensação de Bose-Einstein é $T_0 = 3.1 K$. Hoje, admite-se que, abaixo de 2.19K, o hélio apresenta fenómenos que, na base, correspondem à condensação de Bose-Einstein, mas modificada para incluir os efeitos da interacção interatómica. Não se trata, portanto, de uma manifestação "pura" da condensação que Einstein havia previsto.

4. As experiências de Junho 1995

Ao longo de décadas, vários grupos experimentais procuraram observar a condensação de Bose-Einstein. Mas as condições experimentais são muito exigentes: os átomos têm, evidentemente, de ser bosões e com fraca interacção, o que obriga a densidades muito pequenas e, portanto, temperaturas extremamente baixas. Percebe-se, assim, a imensa dificuldade das experiências e como estas só se tornaram possíveis graças aos enormes progressos registados na óptica, electrónica e física atómica. Analisemos, em linhas gerais, as experiências realizadas por um grupo de investigação da Universidade do Colorado (USA), constituído por M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Mathews, C. E. Wieman e E. A. Cornell. Os aspectos técnicos estão, evidentemente, relatados com minúcia no artigo referido no título.

a) Os investigadores usaram átomos de rubídio-37 na forma de vapor bastante diluído. Embora não o refiram, julgo que se trata de átomos do isótopo mais estável, com número de massa 87. Cada átomo tem, pois, um núcleo com 37 prótons e 50 neutrões, envolvido numa nuvem (raio atómico 2.46 Å) de 37 electrões. No total, um número par de fermiões, como convém para se comportar como um bosão. O artigo refere as vantagens que recomendam o uso do rubídio — para além de fraca interacção atómica, como se trata de um elemento do grupo IA (a que pertence o hidrogénio), tem, pois, um único electrão fora de uma camada fechada. Esse electrão é, assim, muito sensível a orientar o seu spin em campos magnéticos, propriedade que, como se verá, é crucial para o bom resultado da experiência.

b) Os átomos de rubídio são armazenados e pré-arrefecidos por métodos ópticos. Os princípios da técnica são bem conhecidos — potentes lasers são apontados para uma pequeníssima região do espaço. A pressão da radiação confina os átomos; a frequência da radiação é ajustada para que qualquer átomo que se mova acima de uma velocidade limite e em direcção a um feixe laser, sofra colisões inelásticas com os fótons incidentes (aproveitando-se o efeito Doppler), reduzindo, assim, a sua velocidade o que, para o conjunto dos átomos se traduz num arrefecimento. Desta forma, conseguem-se "prender" cerca de 10^7 átomos e atingir temperaturas de 20 μK . Mas esta temperatura é ainda muito elevada!

c) Aplica-se um pequeno campo magnético estático e submete-se a amostra a um curto impulso de luz que força todos os momentos magnéticos atómicos (resultan-

² Realmente, $\zeta = 1$ apenas no *limite termodinâmico*, isto é, deixamos tender para infinito as grandezas extensivas (número de partículas, energia, entropia, etc.) mantendo fixas as densidades.

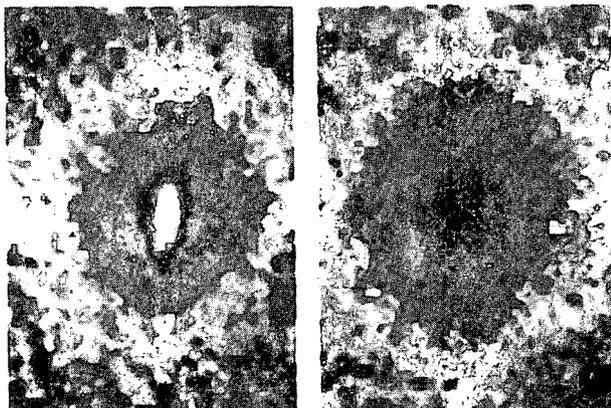
tes do electrão não emparelhado) a alinhar com o campo magnético aplicado.

d) A seguir, desligam-se os lasers e constrói-se uma "ratoeira" especial, obtida pela sobreposição de um grande campo magnético quadrupolar esférico, com um pequeno campo magnético transverso, oscilando a 7.5 Khz. O resultado é a formação de um potencial harmónico tridimensional, com simetria cilíndrica, onde ficam capturados cerca de 4×10^6 átomos, mas num espaço tão reduzido que a densidade é de $2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

e) Agora o ponto-chave: arrefecimento por evaporação. Como é feito? Os átomos mais energéticos, penetram em regiões mais intensas do campo magnético quadrupolar. Assim, se aplicarmos um campo de radio-frequência (rf), por acção do efeito Zeeman, podemos inverter o spin desses átomos, daí resultando que as forças magnéticas que, antes, os confinavam, agora os repelem, expulsando-os da amostra. O resultado é uma amostra mais fria! Conseguiu-se, desta forma, atingir 170 nK (isso mesmo, $170 \times 10^{-9}\text{K}$) e densidades de $2.6 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, no limiar da transição de Bose-Einstein. Toma-se evidente que quanto menor for a frequência do campo rf, menor é a energia Zeeman excitada, menor é o campo magnético assim "sondado", mais central e menos energético é o átomo expulso. O campo de rf é bem um escalpelo da energia (e, portanto, da velocidade) dos átomos da amostra.

f) Como sabemos que foi conseguida a condensação de Bose-Einstein? Literalmente, por fotografia! Uma vez atingidas as densidades e temperaturas convenientes, todos os campos são removidos, permitindo-se a expansão balística da amostra (nesta altura, com cerca de 10^4 átomos!). Isso produz maior arrefecimento ($T = 20\text{nK}$), embora menor densidade (10^{11} cm^{-3}). Se se aplicar, agora, um impulso laser que é absorvido pela amostra (e que, ao aquecê-la, a vai destruir, mas todo o processo é repetível rapidamente), basta medir a intensidade da luz que atravessou a amostra para obter informação da sua densidade. Assim, a "sombra" desta amostra iluminada mostra-nos não só a distribuição espacial dos átomos como, porque a amostra está em expansão livre, a sua distribuição de velocidades imediatamente antes da medição.

Os resultados não podiam ser mais evidentes, embora de momento sejam ainda bastante qualitativos. Acima da transição, a "sombra" é circular (imagem da esquerda) e o grau de absorção permite reconstruir uma distribuição isotrópica e gaussiana das velocidades, consistente com um comportamento praticamente clássico.



Mas abaixo da transição (imagem da direita), para além desta distribuição, surge um pico não térmico, o qual mede a distribuição de velocidades do condensado, a qual é, não uma distribuição térmica, mas quântica, correspondente a uma fracção apreciável dos átomos se encontrarem no estado fundamental. Ora este é o estado para partículas que estiveram situadas, como vimos, num poço de potencial com simetria cilíndrica. As imagens mostram claramente que a distribuição de velocidades do condensado não tem simetria esférica, antes apresentando preferência por um eixo!

5. Conclusão

É bonito ver confirmada uma das teoria mais básicas da Física Estatística. Einstein e Bose teriam ficado felizes, embora ninguém duvidasse do resultado. Para quê, então, fazer tais experiências? Por um lado, porque, enquanto não se fizerem, quem pode garantir que o inesperado não possa surgir, revelando algum princípio fundamental novo (isso aconteceu, por exemplo, na medição do efeito Hall, há cerca de 15 anos)? Mesmo que o inesperado não surja, como parece ser o caso, o grau de conhecimento que se obtém é enorme — por um lado, podem-se medir constantes fundamentais (como a constante de Planck ou massas atómicas) com grande precisão, permitindo calibrar muitas outras experiências em domínios científicos bem longínquos, e aferir do grau de precisão das nossas teorias sobre o comportamento da Natureza. Por outro lado, mentes mais pragmáticas ficarão reconfortadas, porque técnicas experimentais com tais graus de exigência geram progressos tecnológicos inesperados, como aconteceu, por exemplo, com as aplicações médicas da ressonância magnética nuclear ou, mais recentemente, a tomografia por emissão de positrões. São de esperar avanços significativos em litografia sub-microscópica e nas técnicas de nanofabricação.

Não posso terminar sem colocar ao leitor mais experiente um desafio: se analisar as flutuações dos números de ocupação dos estados bosónicos, será possível obter a relação de Victor Louis De Broglie? Ainda hoje, com todas as vantagens dos nossos conhecimentos de Física do final do séc. XX, não podemos deixar de nos admirarmos que Einstein (no 2.º artigo citado) tenha obtido a resposta correcta. O artigo é de Janeiro de 1925, a tese De de Broglie só foi defendida em Outubro de 1924. Teria Einstein obtido, independentemente de De Broglie, a relação chave da mecânica ondulatória?

SUGESTÕES DE LEITURA

- Subtle is the Lord... — The Science and the Life of Albert Einstein, por A. Pais, Oxford University Press (1982)
- Superfluids, vol. II, por F. London, Dover Publications (1954)
- Statistical Mechanics, por K. Huang, 2.ª edição, Wiley N.Y. (1987)

Eduardo Seabra Lage é Professor Catedrático da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Departamento de Física.