

# OLIMPIADAS INTERNACIONAIS DE FÍSICA 1993

## Problemas Teóricos

### PROBLEMA TEÓRICO 1: ELECTRICIDADE ATMOSFÉRICA

Do ponto de vista da eléctrico, a superfície da Terra pode ser considerada um bom condutor. Possui uma carga total  $Q_0$  e uma densidade média de carga superficial  $\sigma_0$ .

- 1) Numa situação de boas condições meteorológicas, existe um campo eléctrico  $E_0$  à superfície da Terra de valor igual a 150 V/m aproximadamente. Obtenha o valor da densidade de carga superficial e a carga total na superfície da Terra.
- 2) A intensidade do campo eléctrico diminui com a altura ao solo, sendo de cerca de 100 V/m a uma altura de 100 m. Calcule o valor médio da carga por  $m^3$  na camada atmosférica compreendida entre a superfície da Terra e 100 m de altura.
- 3) A densidade de carga calculada em 2) resulta da existência de um número quase igual de iões (mono-carregados) positivos e negativos por unidade de volume ( $n_+$  e  $n_-$ ). Perto da superfície da Terra e em boas condições atmosféricas,  $n_+ \sim n_- \sim 6 \times 10^8 m^{-3}$ . Estes iões movem-se, sob a acção do campo eléctrico vertical. A sua velocidade é proporcional à intensidade do campo:  $v = 1,5 \times 10^{-4} E$ , com  $v$  em m/s e  $E$  em V/m. Quanto tempo demorariam os iões atmosféricos a neutralizar a carga à superfície da Terra se não ocorressem outros fenómenos que a mantêm?
- 4) Uma maneira de medir o campo eléctrico na atmosfera, e portanto  $\sigma_0$ ,

baseia-se no dispositivo mostrado no diagrama. Dois quadrantes metálicos, isolados do solo mas ligados um ao outro, são montados mesmo por baixo de um disco ligado à terra, que roda uniformemente e no qual foram abertos dois buracos exactamente com a forma e dimensão dos quadrantes. (No diagrama, o espaçamento foi exagerado por forma a tornar o esquema mais perceptível). Duas vezes em cada rotação os quadrantes ficam completamente expostos ao campo e, decorrido 1/4 de período, estão completamente fora da acção do campo. Seja  $T$  o período de revolução, e  $r_1$  e  $r_2$ , tal como se mostra, os raios interior e exterior dos quadrantes.

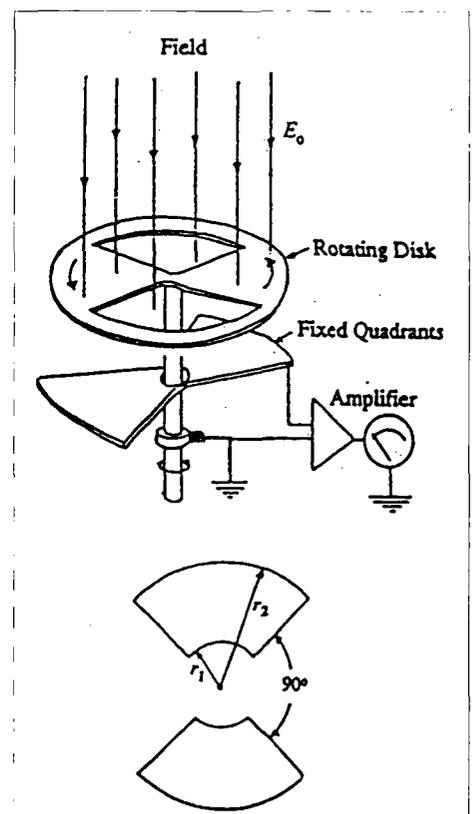


Fig. 1.1

Enunciado  
dos problemas  
da última  
Olimpiada Internacional  
de Física

Tome  $t = 0$  o instante em que os quadrantes estão completamente resguardados do campo. Obtenha expressões para a carga total  $q(t)$  induzida na superfície superior dos quadrantes, em função do tempo, entre  $t = 0$  e  $t = T/2$ , e esboce o gráfico desta variação. Os efeitos da corrente iônica na atmosfera podem ser ignorados nesta situação.

- 5) O sistema descrito em 4) está ligado a um amplificador cujo circuito de entrada é equivalente a um condensador  $C$  e a uma resistência  $R$  em paralelo. (Pode admitir-se que a capacidade do sistema de quadrantes é desprezável comparada com  $C$ ).

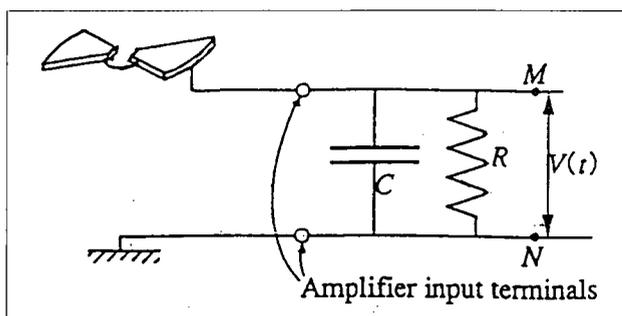


Fig. 1.2

Faça os gráficos da diferença de potencial entre os pontos M e N em função do tempo, durante um período de revolução do disco, logo após ter sido colocado em rotação com período  $T$ , se:

- (a)  $T = T_a \ll CR$   
 (b)  $T = T_b \gg CR$ .

(Suponha que  $C$  e  $R$  têm valores fixos; somente o  $T$  varia entre as situações (a) e (b).)

Obtenha uma expressão para a razão  $V_a/V_b$ , dos maiores valores de  $V(t)$  nos casos (a) e (b).

- 6) Suponha que  $E_0 = 150 \text{ V/m}$ ,  $r_1 = 1 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 7 \text{ cm}$ ,  $C = 0,01 \mu\text{F}$ ,  $R = 20 \text{ M}\Omega$ , e que o disco é posto a rodar a 50 rotações por segundo. Nesse caso, qual é aproximadamente o maior valor de  $V$  durante uma revolução?

### PROBLEMA TEÓRICO 2: FORÇAS DE UM LASER NUM PRISMA TRANSPARENTE

Por meio da refração, um feixe laser intenso pode exercer forças consideráveis em objectos pequenos transparentes. Para se ver que assim é, considere um pequeno prisma de vidro triangular com um ângulo de abertura  $A = \pi - 2\alpha$ , uma base de comprimento  $2h$ , e uma largura  $w$ . O prisma tem um índice de refração  $n$  e uma densidade de massa  $\rho$ .

Suponha que o prisma é colocado no caminho de um feixe laser horizontal com a direcção do eixo  $x$ . (Durante todo o problema admita que o prisma não roda, i.e., o seu vértice é perpendicular à direcção do feixe laser, as faces triangulares são paralelas ao plano  $xy$  e a base é paralela ao plano  $yz$ , tal como se mostra na Fig. 1). Tome para índice de refração do ar, onde o prisma se encontra,  $n_{ar} = 1$ . Admita ainda que as faces do prisma estão revestidas de um material anti-reflector, pelo que não ocorre aí qualquer reflexão.

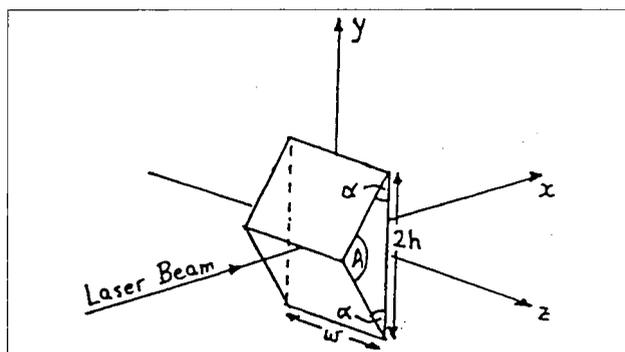


Fig. 2.1

A uma intensidade de um feixe laser é uniforme ao longo da direcção  $z$  mas decresce linearmente com a distância  $y$  medida a partir do eixo dos  $x$ , de tal modo que tem um valor máximo igual a  $I_0$  em  $y = 0$ , anulando-se em  $y = \pm 4h$  (ver Fig. 2). (A intensidade é a potência por unidade de área, expressa por exemplo em  $\text{Wm}^{-2}$ ).

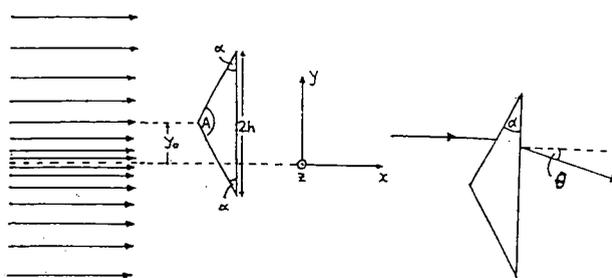


Fig. 2.2

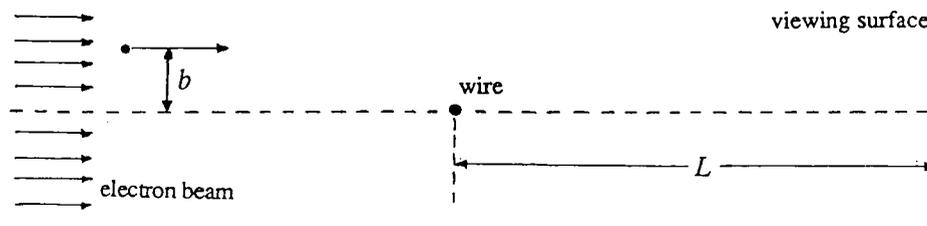
Fig. 2.3

- 1) Escreva as equações que permitem determinar o ângulo  $\theta$  (ver Fig. 3) (em função de  $\alpha$  e  $n$ ) no caso de luz incidente na face superior do prisma.
- 2) Exprima, em função de  $I_0$ ,  $\theta$ ,  $h$ ,  $w$  e  $y_0$ , as componentes  $x$  e  $y$  da força exercida sobre o prisma quando o seu vértice está a uma distância  $y_0$  do eixo  $x$ , com  $|y_0| \leq 3h$ . Desenhe os gráficos dos valores das componentes vertical e horizontal das forças em função da distância vertical  $y_0$ .

- 3) Suponha que o feixe laser tem 1 mm de largura na direcção  $z$  e  $80 \mu\text{m}$  de espessura (na direcção  $y$ ). O prisma tem  $\alpha = 30^\circ$ ,  $h = 10 \mu\text{m}$ ,  $n = 1.5$ ,  $w = 1 \text{ mm}$  e  $\rho = 2.5 \text{ g cm}^{-3}$ . Qual a potência do laser que permite contrabalançar a acção da gravidade (na direcção  $-y$ ) quando o vértice do prisma se encontra em  $y_o = -h/2 = -5 \mu\text{m}$  abaixo do eixo do feixe laser?
- 4) Suponha que a experiência é realizada na ausência de gravidade com o mesmo prisma, tendo o laser as dimensões referidas em (3), mas com  $I_o = 10^8 \text{ W m}^{-2}$ . Qual o período das oscilações que ocorrem quando o prisma é largado de uma distância  $y = h/20$  da linha central do laser.

### PROBLEMA TEÓRICO 3: FEIXE ELECTRÓNICO

Uma tensão acelerada  $V_o$  produz um feixe uniforme e paralelo de electrões. Os electrões passam junto a um fio de cobre fino, carregado positivamente, esticado perpendicularmente à direcção do feixe, tal como se mostra na figura. O símbolo  $b$  indica a distância a que o electrão passaria se o condutor tivesse carga nula. Os electrões incidem num alvo colocado a uma distância  $L (\gg b)$  por detrás do condutor, como se mostra na figura. Inicialmente o feixe estende-se a distâncias  $\pm b_{max}$  relativamente ao eixo do condutor. Tanto a largura do feixe como o comprimento do condutor podem ser considerados infinitos na direcção perpendicular ao papel.



O fio carregado estende-se perpendicularmente ao plano do papel. O desenho não está à escala.

Fig. 3.1

Alguns valores numéricos são aqui fornecidos; outros podem ser encontrados na tabela de constantes físicas que tem à disposição.

Raio do condutor =  $r_o = 10^{-6} \text{ m}$ .

Valor máximo de  $b = b_{max} = 10^{-1} \text{ m}$ .

Carga eléctrica por unidade de comprimento do condutor =  $q_{linear} = 4,4 \times 10^{-11} \text{ C m}^{-1}$

Tensão aceleradora =  $V_o = 2 \times 10^4 \text{ V}$ .

Distância do condutor ao alvo =  $L = 0.3 \text{ m}$ .

**Nota: nas partes 2 - 4 efectue aproximações razoáveis que conduzam a soluções analíticas e numéricas.**

- 1) Calcule o campo eléctrico  $E$  produzido pelo condutor. Esboce num gráfico a grandeza de  $E$  em função da distância ao eixo do condutor.
- 2) Calcule o ângulo de deflexão de um electrão, no quadro da física clássica. Faça-o para valores de  $b$  tais que o electrão não colida com o condutor. Seja  $\theta_{final}$  o ângulo (pequeno) entre a velocidade inicial do electrão e a sua velocidade quando incide no alvo. Calcule então  $\theta_{final}$ .
- 3) Calcule e esboce o padrão de impactos no alvo (i.e., a distribuição de intensidade) prevista pela física clássica.
- 4) A física quântica prevê diferenças assinaláveis na distribuição de intensidades relativamente à física clássica. Esboce o padrão previsto quanticamente e forneça algumas explicações qualitativas.

### TABELA DE CONSTANTES FÍSICAS

Grandeza	Símbolo	Valor	Grandeza	Símbolo	Valor
raio da Terra	$R_T$	$6.4 \times 10^6 \text{ m}$	massa do electrão	$m_e$	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
aceleração da gravidade	$g$	$9,8 \text{ m s}^{-2}$	massa do próton	$m_p$	$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
constante de gravitação universal	$G$	$6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	constante de Planck	$h$	$6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$
permissividade do vácuo	$\epsilon_o$	$8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$	constante de Avogadro	$N_A$	$6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
permeabilidade do vácuo	$\mu_o$	$4\pi \times 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$	constante de Boltzmann	$k$	$1,38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
velocidade da luz no vácuo (ou no ar)	$c$	$3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$	constante dos gases	$R$	$8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
carga elementar	$e$	$1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$			