Liceu de Passos Manuel—Julho de 1946

24 — I — Uma queda de água tem uma vazão de sessenta metros cúbicos por segundo e cincoenta metros de diferença de nível. Da energia obtida, quarenta por cento foi transformada em energia eléctrica. Sendo a voltagem de dez mil volts, pregunta-se:

Qual é a intensidade da corrente obtida? R: 1323 *amperes.*

II — Desenvolva o tema abaixo designado, devendo referir-se, na sua exposição, aos assuntos mencionados nas alíneas:

Transformação das correntes:

a) transformadores estáticos;
b) bobina de Ruhmkorff;
c) transporte de energia a distância.

Liceu de Gil Vicente—Julho de 1946

25 —1— Sôbre o assunto: *Indução Electro-Magnética* faça uma pequena exposição que sirva para interpretar os aspectos seguintes da Indução, que tratará em especial.

a) Correntes de auto-indução; suas leis.

b) Correntes de Foucault; casos em que são prejudiciais e maneiras de as evitar; casos em que são utilizáves.

c) Regras práticas para a determinação do sentido das correntes induzidas.

II — Uma lâmpada eléctrica com as seguinte características: 220 Volts, 26,4 watts, 25 velas, é alimentada por energia eléctrica cujo preço é de 1$90 por quilo-watt-hora.

Pregunta-se:

a) Qual é a resistência que a lâmpada acesa oferece à passagem da corrente?

b) Qual é o seu consumo específico?

c) Quanto custa a iluminação fornecida pela lâmpada durante uma hora.

d) Em que princípio se fundamenta o emprêgo das lâmpadas de incandescência e quais são as modificações por que a sua constituição tem passado? R: *a)* 1833,3 ohms; *b)* 1,056 *watts por vela; c)* 0,0264 Kw-h; $05,016.

Resoluções de RÓMULO DE CARVALHO

5. EXAMES UNIVERSITÁRIOS

PONTOS DE EXAMES

I. S. T. — Física I e Física II

24 — Considerem-se n condutores, isolados, em posições fixas e sejam C_i e C_k os coeficientes de capacidade dos condutores i e k e C_{ik} o seu coeficiente de capacidade mútua. Prove que unindo os condutores i e k o condutor único assim formado tem a capacidade C_i+C_k+ $+2C_{ik}$. R: *Aplique-se a fórmula* $e=\sum_{\alpha\beta} C_{\alpha\beta}V_\beta$ *aos dois estados de equilíbrio observando que no segundo os potenciais dos condutores* i *e* k *são iguais.*

25 — Um fio condutor rectilíneo de grandeza e direcção definidas pelo vector **s**, move-se com a velocidade **v** num campo magnético de indução **B**.

As extremidades do fio estão ligadas por contactos móveis a um condutor fixo que fecha o circuito. Determine a fôrça electromotriz induzida no circuito. R: *A lei de Ampere dá imediatamente* **F**=s[**v** , **B**].

26 — Nos manuais de electrotecnia encontram-se as fórmulas: $C=\dfrac{1}{2\log(a+\sqrt{a^2-1})}$ $\quad a=\dfrac{d^2-R_1^2-R_2^2}{2R_1R_2}$ e

$C=\dfrac{1}{2\log\dfrac{h+\sqrt{h^2-R^2}}{R}}$ como expressões da capacidade por unidade de comprimento.

1.°) de dois cilindros paralelos de raios R_1 e R_2

2.°) dum cilindro indefinido de raio R e dum plano paralelo ao eixo do cilindro e distando h dêsse eixo. Estabeleça essas fórmulas. R: *Comecemos por determinar o campo criado por duas rectas paralelas com as cargas respectivas de* $+\lambda$ *e* $-\lambda$ *por unidade de comprimento. O potencial num ponto* M *à distância* r_1 *da primeira recta e* r_2 *da segunda é, como fàcilmente se determina aplicando o teorema do fluxo,* $V=2\lambda\log r_2/r_1$. *As superfícies equipotenciais são caracterizadas pela condição* r_2/r_1=const. *Sejam* O_1 e O_2 *os traços das rectas num plano que lhes seja perpendicular. Neste plano* a *condição* r_2/r_1=const. *define uma circunferência de centro na recta* O_1O_2. *As equipotenciais são cilindros de revolução de geratrizes paralelas às rectas. Consideremos dois dêsses cilindros* r_1 e r_2 *de raios* R_1 e R_2 *e centros* ω_1,ω_2 *e ponhamos* $\omega_1\omega_2=d$. *É*

$V_1=2\lambda\log(\overline{a_1O_2}:\overline{a_1O_1})$ *e* $V_2=2\lambda\log(\overline{a_2O_2}:\overline{a_2O_1})$ *logo* $V_1-V_2=2\lambda\log[(\overline{a_1O_2}\times\overline{a_2O_1}):(\overline{a_1O_1}\times\overline{a_2O_2})]$ *e como, da teorio das imagens electricas resulta*

$$R_1^2=\overline{\omega_1O_1}\times\overline{\omega_1O_2}=(R_1-\overline{a_1O_1})(R_1+\overline{a_1O_2})$$
$$R_2^2=\overline{\omega_2O_2}\times\overline{\omega_2O_1}=(R_2-\overline{a_2O_2})(R_2+\overline{a_2O_1})$$

e por ser $d=R_1+R_2+\overline{a_2O_1}-\overline{a_1O_1}$ *ou também* $d=R_1+$ $+R_2+\overline{a_1O_2}-\overline{a_2O_2}$ *vem*

$$\frac{\overline{a_1O_2}\times\overline{a_2O_1}}{\overline{a_1O_1}\times\overline{a_2O_2}}=\frac{d^2-R_1^2-R_2^2}{2R_1R_2}+\sqrt{\left[\frac{d^2-R_1^2-R_2^2}{2R_1R_2}\right]^2-1}$$

um raciocínio simples conduz a $C=\dfrac{1}{2\log\left(a+\sqrt{a^2-1}\right)}$.

Para passar ao caso do cilindro paralelo a um plano basta supor que o centro ω_2 *se afasta para o infinito na direcção* O_1O_2. *O ponto* a_2 *conjugado do ponto do infinito em relação aos pontos* O_1O_2 *vem ocupar o meio de* O_1O_2. *Vem* $\dfrac{d^2-R_1^2-R_2^2}{2R_1R_2}=\dfrac{(d-R_2)(d+R_2)-R_1^2}{2R_1R_2}=$

$\dfrac{(d-R_2)\left(\dfrac{d}{R_2}+1\right)-\dfrac{R_1^2}{R_2}}{2R_1}$ *e por ser, para* $R_2\to\infty$,

$\lim d-R_2=h, \lim d/R_2=1, \lim R_1^2/R_2=0$ *tem-se*

$C=\dfrac{1}{2\log\left(\dfrac{h}{R_1}+\sqrt{\dfrac{h^2}{R_1^2}-1}\right)}$ *que é a fórmula a demonstrar.*

27 — Calcular a self-indução, por unidade de comprimento, dum sistema de dois fios paralelos de raios a_1 e a_2, a uma distância d, de comprimento pràticamente indefiuido e percorridos por correntes uniformes i_1 e $i_2=-i_1$. R: *Por definição tem-se*

$$\tfrac{1}{2}Li_1^2=\tfrac{1}{2c}\int(\vec{J},\vec{A})\,dv=\tfrac{1}{2c}\int(\vec{J},\vec{A})\,ds.$$

É evidente que quer o vector densidade de corrente quer o potencial vector só têm componente paralela ao eixo dos fios. Ora o potencial vector devido à corrente (1), *num ponto P interior, tem por módulo* $\left|\vec{A_1^i}\right|=\lambda-\mu_0\dfrac{i_1}{c}\left(\dfrac{r_1^2}{a_1^2}\right)-1$ *e num ponto exterior* $\left|\vec{A_1^e}\right|=\lambda-2\mu_0(i_1:c)\log(r_1:a_1)$ *onde* λ *designa uma constante.*

Para o fio (2) têm-se $\left|\vec{A_1^i}\right|=\lambda'-\mu_0\dfrac{i_2}{c}\left(\dfrac{r_2^2}{a_2^2}\right)-1$ *e* $\left|\vec{A_1^e}\right|=\lambda'-2\mu_0(i_2:c)\log(r_2:a_2)$.

Achando-se satisfeitas as condições de continuidade à superfície dos fios vejamos a condição de regularidade no infinito. Se P se afasta indefinidamente $r_1-r_2\to 0$ *e para que* $\vec{A_1^e}+\vec{A_2^e}$ *se anule é necessário que* $\lambda+\lambda'=2(\mu_0:c)[i_1\log(r_1:a_1)+i_2\log(r_2:a_2)]$ *onde* $r_1=r_2 i_1=-i_2=i$ *donde* $\lambda+\lambda'=2\mu_0(i:c)\log(a_1:a_2)$. *Assim têm-se no interior do fio* (1)

$$\left|\vec{A_1^i}\right|+\left|\vec{A_2^e}\right|=-\frac{\mu_0}{c}i\left(\frac{r_1^2}{a_1^2}-1\right)-2\mu_0\frac{i}{c}\log\frac{r_1}{r_2}$$

e no espaço exterior aos dois fios $\left|\vec{A_1^e}\right|+\left|\vec{A_2^e}\right|=-2\mu_0(i:c)\log(r_1:r_2)$ e *no interior do fio* (2)

$$\left|\vec{A_1^e}\right|+\left|\vec{A_2^i}\right|=\frac{\mu_0}{c}i\left(\frac{r_2^2}{a_2^2}-1\right)+2\mu_0\frac{i}{c}\log\frac{a_2}{r_1}$$

Como por definição

$$\tfrac{1}{2}Li_1^2=\tfrac{1}{2c}\int\left(\vec{J_1},\vec{A_1^i}+\vec{A_2^e}\right)dS_1+\tfrac{1}{2c}\int\left(\vec{J_2},\vec{A_2^i}+\vec{A_1^e}\right)dS_2$$

tem-se, com uma notação evidente, $L=L_{1,1+2}+L_{2,2+1}$. *Calculemos* $L_{1,1+2}$, *é*

$$\pi a_1^2 L_{1,1+2}=\frac{\mu_0}{c_2}\int_0^{a_1}\int_0^{2\pi}\left(1-\frac{r_1^2}{a_1^2}+2\log\frac{r_2}{a_1}\right)r_1\,d\theta_1\,dr_1$$

e de modo análogo se calculava $L_{2,2+1}$.

Resoluções de MÁRIO SANTOS

F. C. L. —Física F. Q. N., 1.° Exame de frequência — 1945-46.

28— *a*) Defina diferença de potencial eléctrico entre dois pontos de um campo. Diga que nome tem, e defina, a unidade de potencial no sistema m. k. s. Ou Giorgi.

b) Uma lâmpada eléctrica deve funcionar a uma intensidade de 25 *A* para o que necessita nos terminais uma diferença de potencial de 75 *V*. Num laboratório onde só se dispõe de tensão de 200 *V* pretende-se pôr em funcionamento a respectiva lâmpada. Calcule o valor da resistência a colocar em série com a lâmpada. R: O *valor da resistência que satisfaz ao enunciado do problema é dado por* R= (E−V):I=5,8 Ohm.

29 — *a*) Defina intensidade eficaz de uma corrente eléctrica alternada.

b) Um circuito tem a indutância de 25 mil e a capacidade de 40 μF. Aplicando tensão alternada ao circuito verifica-se que é nula a diferença de fase entre a tensão e a corrente. Calcule a frequência da tensão alternada. R:.*Como* $\varphi=0$; $L\omega=1/C\omega$ *donde* $LC\omega^2=1$ *ou ainda* $LC4\pi^2f^2=1$ *donde* $f=1:(2\pi\sqrt{LC})=$ $=159\ s^{-1}$.

30 — Descreva um transformador estático para produzir alta tensão. Diga como se retificam parcialmente, como se rectificam totalmente e como se estabilizam as correntes de alta tensão fornecidas pelo secundário de um transformador.

F. C. L. —Física Geral, 1.° Exame de frequência— 1945-46.

31 — Um cubo homogéneo de 10,0 kg tem 20,0 cm de aresta e dá 60 r. p. m em torno dum eixo que passa pelos centros de 2 faces opostas. Calcular a energia a consumir para o obrigar a rodar em torno de uma aresta paralela àquele eixo mantendo-se a mesma velocidade angular. R: *As expressões* $E_1=I_1\omega_1^2/2$ *e* $E_2=I_2\omega_2^2/2$ *representam as energias cinéticas do sólido considerado quando este tem movimento de rotação em torno de cada um dos eixos indicados no problema. Como* $\omega_1=\omega_2$ *vem* $E_2-E_1=\omega_1^2(I_2-I_1)/2$. *Mas* $I_2=I_1+md^2$ (d-distância entre os eixos). *Logo* $E_2-E_1=\omega_1^2 md^2/2=3.94$ Joules.

32 — Um movel passa num ponto dum plano inclinado de 45° sobre o horizonte com a velocidade de 8,31 m/s. Daí a quanto tempo torna a passar pelo mesmo ponto, sendo 0,20 o coeficiente de atrito entre o móvel e o plano (sen 45°=cos 45°=0,707). R: *O móvel quando passa no ponto considerado no problema, vai a subir o plano inclinado, tornando a passar pelo mesmo ponto na descida.*

a) A expressão γ_1 = g sen 45°+fg cos 45°=8,31 m/s² *dá a aceleração do móvel na subida.*

O móvel pára de subir quando $v_0-\gamma_1 t_1 = 0$; *o tempo de subida a partir do instante em que a velocidade é* v_0 = 8,31 m/s *é portanto* t_1 = 1 s.

O espaço percorrido durante o tempo t_1 = 1 s *é* $e_1 = v_0 t_1 - \gamma_1 t_1^2/2 = 8{,}31/2$ m.

b) A expressão γ_2=g sen 45°−fg cos 45°=5,45 m/s² *dá a aceleração do móvel na descida.*

O espaço $e_2 = \gamma_2 t_2^2/2$ *percorrido pelo movel na descida até ao ponto considerado é igual ao de subida e o tempo* t_2 *dêste percurso é dado por* $t_2 = \sqrt{2e_1/\gamma_2}$ =1,2 s.

Portanto o móvel passa de novo no mesmo ponto ao fim do tempo t_1+t_2=1 s+1,2 s=2,2 s.

33 — Um corpo que pesa 30,0 g caminha para outro com a velocidade de 30,0 m/s. Por sua vez este segundo móvel encaminha-se para o primeiro e dá-se um choque de corpos com a perda de energia cinética de 2,7X10³ ergs, ficando os dois corpos em repouso. Calcular a massa do segundo corpo. R: *Trata-se de um choque directo de corpos moles não elástico, visto que há perda de energia cinética. Como os corpos se encaminham um para o outro as expressões são:* $m_1v_1-m_2v_2=(m_1+m_2)v$ *e* $\Delta W=(m_1v_1^2+m_2v_2^2)/2$, *mas* v=0 ∴ ∴ $m_1v_1=m_2v_2$. *Logo* $\Delta W=(m_1v_1^2+m_1v_1v_2)/2$ *donde se tira* v_2=30,0 m/s. *Como o valor obtido para* v_2 *deu igual a* v_1 *vem* $m_1 = m_2$ = 30,0 g.

34 — *a*) Defina média pesada de resultados de desigual precisão e indique como calcula o respectivo erro provável. *b*) Enuncie o teorema dos trabalhos virtuais; e defina a unidade Giorgi de trabalho. *c*) Defina momento de inércia e raio de giração de um sistema material em relação a um eixo.

35 — *a*) Defina comprimenio de um pêndulo composto e enuncie o teorema de Huyghens sobre o pêndulo. *b*) Defina massa específica de uma substância e estabeleça as equações das dimensões dessa grandeza. *c*) Defina o coeficiente de Poisson e o módulo de Coulomb de uma substância sólida.

36 — *a*) Defina coeficiente de atrito estático e cinético de duas superfícies. *b*) Defina viscosidade de um fluído e a respectiva unidade C. G. S. (nome). *c*) Enuncie a lei de Dalton; e estabeleça o valor do módulo de compressibilidade isotérmica de um gás no caso mais simples.

F. C. L. — Termodinâmica — Exame de frequência 1945—46.

37 — *a*) Diga quais as qualidades a exigir de um termómetro e defina a escala absoluta de temperaturas. *b*) Diga quando é que um sistema troca trabalho com o meio exterior e estabeleça a expressão do trabalho recebido por um sistema numa transformação.

38 — *a*) A partir da fórmula de Reech estabeleça a equação de Laplace que rege as transformações adiabáticas de um gás perfeito. *b*) Enuncie o primeiro princípio da Termodinâmica, dê a sua expressão matemática e estabeleça a relação de Mayer entre os calores moleculares de um gás perfeito.

39 — *a*) Estabeleça uma das fórmulas de Clapeyron. *b*) Defina energia livre e potencial termodinâmico dum sistema e estabeleça duas das relações termodinâmicas de Maxwell.

40 — Calcular o trabalho fernecido por uma molécula-grama de um gás perfeito inicialmente à temperatura de 127 °C que se expande adiabàticamente até um volume duplo do volume inicial (γ=1,40). R: $W_f = (p_1v_1-p_2v_2):(\gamma-1)$ *(trabalho fornecido numa transformação adiabática), ou ainda*

$$W_f = (RT_1 - RT_2) : (\gamma-1) \qquad (1)$$

visto que $p_1v_2=RT_1$ e $p_2 v_2=RT_2$.

Mas pelos dados do problema tem-se: $T_1v_1^{\gamma-1} = T_2v_2^{\gamma-1}$ *e* $v_2=2v_1$. *Portanto* (1) *toma a forma*

$$W_1 = \frac{RT_1[1-(v/2v_1)^{\gamma-1}]}{\gamma-1} = 2{,}0 \text{ kJ}.$$

41 — Calcular a variação de entropia na passagem de 10 g de gelo de −20 °C ao estado de de água líquida a 50 °C. R: *A variação de entropia é dada por* $\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$; *pelos dados do problema tem-se que* $dQ=mc_1\,dT+mL+mc_2\,dT$; *logo*

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} mc_1 \frac{dT}{T} + \frac{mL}{T_2} + \int_{T_2}^{T_3} mc_2 \frac{dT}{T}$$

c_1=0,50 cal/g. grau — *calor específico do gêlo nas proximidades de* 0°C; L=79,7 cal/g. — *calor de fusão do gêlo;* C_2=1,00 cal/g. grau — *calor específico médio da água líquida. Vem finalmente por substituição* ΔS=5,0 cal/grau.

42 — Uma molécula gama de um gás perfeito inicialmente a 127 °C expande-se isotèrmicamente até que o seu volume duplique e em seguida adiabàticamente até à temperatura de 27 °C. Regressa em seguida ao estado inicial por uma transformação que é representada no diagrama entrópico por uma linha recta. Calcular o trabalho recebido pelo gás neste ciclo supondo que todas as transformações são reversiveis. R: *No diagrama entrópico* (T , S) *o ciclo considerado é representado por um triângulo rectângulo. Os catetos indicam as linhas figurativas das transformações* (1 → 2) *e* (2 → 3) *correspondentes respectivamente, à isotérmica e à adiabática reversível (isentrópica); e a hipotenusa a linha figurativa da tranfor. mação* (3 → 1) *sofrida pelo gás desde o fim da transformação adiabática até ao estado inicial. Pelo 1.° principio da Termodinâmica* ΔU=W+Q. *Dos dados do problema tem-se* ΔU=0 *(estado inicial igual ao final), portanto* W=−Q. *O valor de Q é dado pela área do triângulo considerado. Logo* $Q = (S_2 - S_1)(T2 - T3)/2$ *em que*

$T_2 = T_1$ *e* $S_2 - S_1 = \int_1^2 dQ_1/T_1$. *Mas* $dQ_1 = mc_v dT + + mldu$. *Como a transformação é isotérmica* $dT=0$, *e se trata de um gás perfeito* $l=p$, *portanto* $dQ1 = mpdu = pdv$ e *como* $p = RT_1/v$; *tem-se* $S_2-S_1 = = R\int_{r_1}^{r_2} dv/v = R \text{ Log } v_2/v_1$ *ou ainda* $S_2-S_1 = R \text{ Log}2$ *por ser* $v_2=2v_1$.

Substituindo valores vem $Q = 300\text{x}10^7$ ergs *e visto que* $W= -Q$ *tem-se* $W= -300$ Joules.

F. C. L. — Electricidade —1.º Exame de frequência —1945-46.

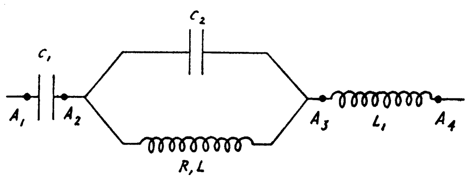
43 — *a*) Conceito de corrente de deslocamento. *b*) Lei do decrescimento do campo eléctrico na matéria. *c*) Equação das dimensões da grandeza coeficiente de maquetização; leis de Curie.

44 — *a*) Estabeleça a segunda equação da teoria de Maxwell e dê o seu significado. *b*) Descarga oscilante do condensador *c*) Circuito tampão.

45 — *a*) Lei das acções electromagnéticas. Força de Lorentz. *b*) Defina o Weber. Estabeleça a equação das dimensões da respectiva grandeza.

46 — A espessura do dieléctrico (E=2,5 U. Es.) de um condensador esférico é 1,00 mm e a tensão entre as armaduras é 1,00 kV. Calcular a energia por unidade de volume do dieléctrico. R: *Á partir de* $C=\varepsilon s/4\pi rx$, e $W=CV^2/2$ *obtem-se* $W=\varepsilon V^2/8\pi x^2$ *que é a energia por unidade de volume do dieléctrico. Por substituição tem-se* $W=110$ ergs.

47 — Entre os pontos A_1 e A_4 do circuito figurado estabelece-se a tensão de 14,3 V e de pulsação tal que a reatância de C_1 é 10 Ohms a de C_2 é de 11 Ohms;



A de L é 1 Ohm; a de L_1 é 15 Ohms e é R=10 Ohms. Determinar pelo método dos imaginários, as características da corrente na linha principal (I e tg φ_1) e as de tensão entre A_2 e A_3 (V e tg φ_2). R: *a*) *Cálculo de* I *e* tg φ_1*: Representando por* Z'_1, Z' *e* Z'_2 *as impedâncias complexas respectivamente dos troços* A_1A_2 A_2A_3 *e* A_3A_4 *do circuito compreendido entre os pontos* A_1 e A_4 *tem-se:* $Z'_1 = -j/C_1\omega = X_1 j$; $Z'_2 = jL_1\omega = X_2 j$ e $Z' = (-X_3X_4 + RX_3 j) : [R + (X_3 + X_4)j]$, *visto que* $1/Z'=1/Z'_3 + 1/Z'_4$ *sendo* $Z'_3 = -j/C_2\omega = X_3 j$ *e* $Z_4=R+ +jL\omega = R+X_4 j$ *A impedância complexa total entre* A_1 *e* A_4 *será então* $Z'_t=Z'_1+Z'+Z'_2$ *que por substituição dá:* $Z'_t = [(X_3 + X_4)(-X1-X2) -X_3X_4 + (RX_1 + RX_2 + +RX_3)j] : [R + (X_3 + X_4)j]$; *efectuando operações vem* $Z'_t = (61-60j) : (10-10j) = 6{,}05+0{,}05j$. *O módulo da impedância complexa* Z'_t *é a impedância* Z_t *do circuito e o seu argumento é a* d. d. f. φ_1 *entre a corrente e a são. Logo* $Z_t = \sqrt{6{,}05^2+0{,}05^2} = 6{,}05$ Ohms; *portanto* $I = V_t/Z_t = 14{,}3/6{,}05 = 2{,}4$A *e* tg $\varphi_1 = 0{,}05/6{,}05 = 0{,}008$. *b*) *Cálculo de* V e tg φ_2: *Substituindo valores na expressão de* Z' *vem* $Z' = (11-110j) : (10-10j) = 6-5j$. *Portanto anàlogmente* $Z=\sqrt{6^2+5^2}=7{,}8$ Ohms *donde* $V=ZI=7{,}8\times2{,}4=18$V *e* tg $\varphi_2 = -5/6 = -0{,}8$.

Resoluções de GLAPHYRA VIEIRA

F. C. P.— Física F. Q. N., 1.º Exame de frequência, 1945-46.

48 — Ao efectuar uma pesagem, colocando o corpo no prato esquerdo e 5,100 gramas no prato direito duma balança de precisão, a posição de equilíbrio do fiel desloca-se 2 divisões para a direita do zero experimental; e, com 5,120 gramas, 3 divisões para a esquerda. As leituras foram feitas com um êrro igual ao inferior a 1/4 de divisão. Calcule: *a*) a sensibilidade da balança para esta carga; *b*) o peso do corpo; *c*) o limite superior do êrro fortuito cometido na pesagem simples. Exprima o resultado sob a forma $P\pm\pi$, escolhendo judiciosamente o número de algarismos significativos. R: —*a*) $\sigma=0{,}25$ div/mg; *b*) = $=P=5{,}108$ *gramas;* $\varepsilon=1$ mg; $P\pm\pi = 5{,}108\pm0{,}001$.

49 — Calcule o verdadeiro valor duma divisão da escala compensada dum barómetro em que as secções internas da tina e do tubo são respectivamente 878 e 78 mm² e secção exterior do tubo é 176 mm². Justifique a resposta. R: — $\left.\begin{matrix} s_i d = S_\mu h \\ d+h=1 \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} s_i=78 \\ S_\mu=878-176=702 \end{matrix}\right\}$

$\left.\frac{d}{h}=\frac{702}{78}=9\right\} \begin{matrix} d=0{,}9\text{ mm} \\ hz\,0{,}1\text{ mm} \end{matrix}$.

50 — Enuncie as leis de Boyle e Mariolte e de Charles e Gay-Lursac e mostre que estas leis estão implicitas na equação de Clapeyron.

51 — O estado higrométrico do ar varia de 60 para 70 % mantendo-se constante a temperatura. O déficit de saturação inicial é de 5,4 gr/m³ Qual o déficit final? R: $D_i = M-m = 0{,}4M = 5{,}4$ $D_f = M-m' = 0{,}3M$ $D_f = 0{,}3\times5{,}4/0{,}4 = 4{,}05$ gr/m³.

52 — Enuncie a lei de Hooke, escreva a sua expressão analítica e defina módulo de Young e coeficiente de Poisson.

53 — Uma máquina funciona segundo o ciclo de Carnot. entre 2 temperaturas 507 e 17° *C* e entre 2 valores de energia diferindo entre si de 2 onnes (calorias/°K). Represente graficamente o ciclo num diagrama (*S* , *T*), calcule o trabalho realizado e o rendimento do ciclo. R: $\tau=4{,}185\times2\times490=4101{,}3$ J= 418,5 Kgm $\eta=490/780=0{,}628$.

54 — Como classifica os alimentos dos pontos de vista energético e construtivo? A que condições deve satisfazer a ração alimentar para que se possa considerar equilibrada?

55 — Calcule o comprimento de onda do lá normal, cuja, frequência é de 435c/s, quando se propaga no ferro com a velocidade de 5 km/s. R: λ=1149 cm.

56 — O que se entende por limiar de excitação? Enuncie a lei de Weber-Fechner, defina sonoridade e diga em que unidades se mede.

57 — Exponha resumidamente as teorias de Helmholtz e de Be'késy relativas ao mecanismo da audição.

Resoluções de CARLOS BRAGA

F. C. P. — Termodinâmica, 1.º Exame de frequência — 1945-46.

58 — Figure esquemáticamente num colorímetro de Bunsen; estabeleça uma equação geral para o seu uso; cite aplicações relativas à termodinâmica.

59 — Diga sumáriamente em que consiste a escala termodinâmica de temperaturas, a sua diferença das escalas vulgares e como se determinam pràticamente as temperaturas naquela escala.

60 — Estabeleça sumàriamente a equação de Mayer para os gases perfeitos.

61 — Defina título dum vapor saturante e represente-a gràficamente.

62 — Sendo as constantes da equação de Van der Waals, quando se toma para unidade de volume o litro e para unidade de pressão a atmosfera, a=0,0087 b=0,0023 e r=1,00646,273; Calcule a razão do produto de *r* pela temperatura crítica, para o produto da pressão crítica pelo volume crítico. Compare o resultado com o valor experimental 3,7 e tire a conclusão a respeito da equação de Van der Waals.
63 — Sendo o calor de vaporização da água, a 100°C, 537 *cal,* o volume específico do vapor 1671 cm^3/gr. Calcule aproximadamente a variação de pressão correspondente à variação de temperatura de ebulição de 100° para 101° C. R: *Da equação de Clapeyron-Thouson* $L_v = \theta / J(\Delta h / \Delta\theta)(v' - v'') \rightarrow \Delta h = \dfrac{JLv\Delta\theta}{\theta(v' - v'')}$; *desprezando* v" *em face e* v', *pois é pedido um resultado aproximado, temos:* $\Delta h = JLv\Delta\theta/\theta v'$. $J = 4{,}18 \times \times 10^7$ ergs/cal; Lv=537 cal; $\Delta\theta$=1; θ=100+273=373° C *e* v' =1,671 cm^3/g . *Logo* $\Delta h \cong 36\times10^3$ *barias.*

64 — Uma mistura de ar e vapor de petróleo, à pressão normal e temperatura de 100 °C é comprimido adiabàticamente até à pressão suficiente para a sua própria ignição, que é cêrca de 430 °C Calcule aproximadamente a pressão final. R: Da *equação de Laplace-Poisson tem-se* $\theta_0/\theta_1=(p_0/p_1)^{(\gamma-1)/\gamma}$ *e sendo* θ_0=273+100=383° K; 0, θ_1=273+430=703° K; p_0=1 atmosfera *resulta:* $373/703 = (1/p_1)^{(\gamma-1)/\gamma}$; *tomando para* $\gamma \cong 1{,}4$ *vem* $373/703=(1/p_1)^{2/7}$ *donde* p_1=9,5 atmosferas.

Resoluções de ILÍDIO PEIXOTO

F. C. P. — Acústica, Optica e Calor 1.º Exame de frequência — 1945-46.

65 — Estabelecer uma expressão da intensidade do som, debaixo do ponto de vista físico e fisiológico.

66 — Estabelecer a expressão que contém as leis das cordas vibrantes e verificar a homogeneidade da mesma.

67 — Descrever a experiência de Foucault sôbre a velocidade de luz, e mostrar como ela decidiu entre a teoria da emissão e a teoria ondulatória.

68 — Estabelecer a equação dos pontos conjugados nos espelhos esféricos côncavos, no caso do estigmatismo aproximado.

69 — Diante de um observador imóvel passa uma locomotiva com a velocidade de 60 km/h, dando um apito que dà, o $dó_5$ antes e durante a passagem. Calcular a altura do som percebido pelo observador quando a máquina se aproxima. R: *Da expressão do princípio de Döppler no caso da aproximação da fonte sonora* $\nu'=\nu v/(v-v')$ *e de* $\nu = 2^4.dó_1=2^4 x64=1024\ s^{-1}$, v=vel. do som no ar $\cong$ 340m/s *e* v'=60km/s=50/3m/s *vem*: $\nu' = 1024x340/(340-50/3) = 1077\ s^{-1}$.

70 — Sendo a distância máxima a que o olho normal vê a luz de uma vela 27 km, de noite, e sendo o diâmetro da pupila, longamente dilatada para a obscuridade, de 8,5 mm , calcule o fluxo luminoso que actua no olho. R: *Da expressão* $d\varphi= Id\beta$ *tira-se* $d\varphi=Id_{s0}/r^2=I\pi r_p^2/r^2=1\times\pi\times(0{,}85/2)^2:(27\times10^5)^2= =777\times10^{-15}$ lms.

Resoluções de LUIS DA SILVA

F. C. C.—Física dos sólidos e dos liquidos, 1.º Exame de frequencia — 1945-46.

71 — *a*) Três vectores, $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ e $\mathbf{v}_3$, têm as direcções e os sentidos dos lados *AB* , *BC* e *CA* dum triângulo equilátero. Dados v_1 e v_2, determinar v_3 de modo que a soma $\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2+\mathbf{v}_3$ seja perpindicular a $\mathbf{v}_2$. Aplicação numérica: v_1=1, v_2=2.

b) Considerando isoladamente cada uma das igualdades seguintes

(1) $(\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2)^2=(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)^2$ (2) $(\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2)^2=(v_1+v_2)^2$
(3) $(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)^2=(v_1-v_2)^2$ (4) $(\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2)^2=v_1^2+v_2^2$
(5) $(\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2)\cdot(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)=0$ (6) $(\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2)\wedge(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)=0$

deduzir as suas consequências quanto à relação dos módulos, ou ás direcções e sentidos dos vectores $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$.

c) Determinar a relação dos módulos dos vecto- $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$, e o ângulo que estes formam entre si, a partir do sistema de equações

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1\cdot(\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2)=0 \\ [\mathbf{v}_1\wedge(\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2)]^2=(\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{v}_2)^2. \end{cases}$$

a) Considerando a projecção da soma segundo a direcção de $\mathbf{v}_2$, *temos* $v_1/2+v_2-v_3/2=0$ ou $v_3-2v_2-v_1$.

b) Supondo que nenhum dos vectores é nulo, temos: em (1), *vectores perpendiculares, em* (2) *e* (3), *vectores com a mesma direcção e o mesmo sentido, em* (4), *vectores perpendiculares, em* (5), *vectores com o mesmo módulo, e em* (6), *vectores com a mesma direcção.*

c) Da primeira equação deduz-se, $\cos\alpha=-v_1/v_2$ *e da segunda* $\mathrm{tg}^2\,\alpha=1$. *É, pois,* $\alpha=3\pi/4$ e $v_2/v_1=\sqrt{2}$.

72 — Um ponto descreve uma circunferência com a velocidade proporcional à sua distância a um ponto fixo, *O*, da trajectória. Sendo γ o ângulo que o vector aceleração, num ponto, *P*, faz oom o vector velocidade no mesmo ponto, e α o ângulo que o segmento *OP* faz com a tangente em *O*, demonstrar que $\mathrm{tg}\,\gamma=2\mathrm{tg}\,\alpha$.

Determinar os pontos da trajectória em que o vector aceleração tem a direcção do diâmetro que passa por *O*. R: *Sendo* s *o arco descrito pelo ponto móvel a partir de O, e* r *o raio da trajectória, temos*

(1) $s=2r\alpha$ *e* $\dot{s}=2r\dot{\alpha}$.

Ora, designando por k *a constante de proporcionalidade será, por hipótese,* $\dot{s}^2=4k^2r^2\mathrm{sen}^2\alpha$ *donde* $\dot{s}\ddot{s}=4k^2r^2\dot{\alpha}\,\mathrm{sen}\,\alpha\cos\alpha$. *Em virtude de* (1), vem *para a aceleração tangencial,* a_t, $a_t=\ddot{s}=2k^2\,r\,\mathrm{sen}\,\alpha\cos\alpha$. *Por outro lado, a aceleração normal é* a_n, $=\dot{s}^2/r=$ $=4\,k^2\,r\,\mathrm{sen}^2\,\alpha$ *Noiando que* $\mathrm{tg}\,\gamma=a_n/a_t$ *obtem-se imediatamente a relação a demonstrar. Nas posições em que o vector aceleração tem a direcção no diâmetro que passa por* O, *é* $\gamma=\pi/2-2\alpha$ *e, portanto,* $\mathrm{tg}\,\gamma=\mathrm{cotg}\,2\alpha$. *Recorrendo à relação que acima se demonstrou, deduz-se* $\mathrm{cotg}\,2\alpha=2\,\mathrm{tg}\,\alpha$ *que resolvida dá* $\mathrm{tg}^2\,\alpha=1/5$ *ou* $\cos 2\alpha=2/3$.

F. C. C.—Acústica, Óptica e Calor, 1.º Exame de frequência —1945-46.

73 — *a*) Calcular a aberração longitudinal dum espelho esférico côncavo, de raio *r*, e cuja abertura angular é de 60°, quando o vértice do feixe incidente está à distância *3r* do espelho.

b) Mostrar que a aberração principal dum espelho esférico é, para um feixe de abertura dada, função crescente da curvatura do espelho. R *a*) *Obtém-se imediatamente*

$1/2=\mathrm{sen}\,(60°-i)/\mathrm{sen}\,i$ *e* $r/q=\mathrm{sen}\,(60+i)/\mathrm{sen}\,i$

em que i *designa o ângulo de incidência,* e q a *abcissa, relativa ao centro de curvatura, no ponto onde os raios marginais, depois de reflectidos, intersectam o eixo. Dali deduz-se* $r/q=1/2+2\cos 60°=3/2$ *que dá* $q=2r/3$. *Como os raios centrais determinam uma imagem à distância* $2r/5$ *do centro da curvatura, obtém-se, para a aberração longitudinal,* $E=4r/15$.

b) A aberração principal é $E=r\,(\sec\alpha-1)/2$, *em que* α *designa a abertura angular do espelho. Ora* $r\,\mathrm{sen}\,\alpha=\Phi$, *e, por hipótese,* Φ *é constante. Vem, então,* $\varepsilon=\Phi\,\mathrm{tg}\,\alpha\,/2:(2\cos\alpha)$ *e esta expressão mostra que* ε *aumenta quando* α *aumenta, isto é, quando aumenta a curvatura.*

74 — Das três lentes convergentes ideais que formam um sistema centrado, a que fica voltada para o objecto (objectiva) tem a distância focal 10*f*, para a seguinte, esta distância é 3*f*, e, para a última, *f*. Sabe-se também que 2*f* é a distância entre esta lente e a anterior.

a) Determinar a condição para que o sistema seja telescópico.

Supondo esta condição realizada, calcular a amplificação do sistema e, dado *f*=1 cm, determinar a posição, natureza e amplificação linear da imagem dum objecto a 1 metro da objectiva.

b) Continuando a supôr *f*=1 cm, determinar a condição para que seja virtual, e se forme a mais de 25 cm da última lente, a imagem do objecto no infinito dada pelo sistema. R: *a*) Condição para que o sistema seja telescópico [1]. *Sendo* P_2 *o ponto principal da 2.ª lente,* a *abcissa* $p=P_2F_2$ *do 1.º foco,* F_2, *do sistema formado pelas duas últimas lentes (ocular), obtém-se de* $1/p+1/f=1/3f$ *que dá* $p=P_2F_2=-3f/2$. *Para que o sistema seja telescópico,* F *terá de coincidir com o 2.º foco da objectiva. Daqui resulta, para a distância,* d, *da objectiva à 1.ª lente ocular,* d=8,5f. Amplificação do sistema. A *distância focal,* F, *da ocular, calcula-se por* $1/F=(f+3f-2f)/3f^2=2/3f$ *que dá* $F=3f/2$ *Ora, sendo* u e u' *os ângulos formados com o eixo por um par de raios conjugados, vem* $10f\,\mathrm{tg}\,u=F\,\mathrm{tg}\,u'$. *Para a amplificação,* Γ, *obtém-se então* $\Gamma=\mathrm{tg}\,u'/\mathrm{tg}\,u=10f/F$ *e, portanto,* $\Gamma=20/3$. Posição, etc., da imagem do objecto a 1 metro. *A imagem dada pela objectiva tem, em relação ao ponto principal desta, abcissa* p', *cujo valor em* cm *é dado por* $1/100+1/p'=1/10$ *donde se tira* $p'=100/9$ cm. *Em relação ao foco* F_2, *da ocular, esta imagem tem abcissa* $x=100/9-10=10/9$ cm. *Para a abcissa, x', relativa ao 2.º foco da ocular, da imagem formada por todo o sistema, vem, então,* $x'=9/4.9/10=$ $=81/40$ cm. *Conclui-se facilmente que aquele 2.º foco é real e está a* 0,5 cm *da última lente, e daqui resulta que a imagem do objecto a 1 metro da objectiva, se forma à distância* $p'=1/2-81/40=-61/40$ cm *ou* $p'=-1{,}525$ cm *da última lente, e é virtual. A sua amplificação é* $\beta=-1/\Gamma=-3120$

b) Para a posição limite da imagem, é $x'=51/2$ cm *a abcissa relativa a* F'_2, *de modo que a abcissa,* x, *do 2.º foco da objectiva, em relação a* F_2, *terá de ser* $x=9/4(2/51)=3/34$ cm. *A distância,* d, *da objectiva à 1.ª lente da oeular, terá, então, o valor* $d_1=10-(x+$ $+3/2)=143/17=8{,}41$ cm. *Como o outro limite é* $d_2=8{,}5$ cm, *correspondente ao sistema telescópico, a condição pedida é* $8{,}5\text{ cm}\geq d\geq 8{,}41$ cm.

Resolução de AMEIDA SANTOS

[1] Nesta resolução, usam-se as convenções de sinais de Drude, no seu *Lehrbuch der Optik*.