

Descrições de curvas de luz de estrelas variáveis e suas aplicações

CARLOS MANUEL BERNARDINO

Aluno do Dep. Física da Faculdade de Ciências de Lisboa

Usa-se um meio quantitativo de descrição de curvas de luz de estrelas cefeidas, apresentado em 1981 por Simon e Lee, para um conjunto de 3000 observações fotométricas de 82 estrelas, todas provenientes da mesma fotometria (Moffet e Barnes, 1984). Sugere-se uma aplicação deste método para comparação de previsões de modelos teóricos, e para classificação de estrelas de calibração da relação período-luminosidade-cor.

INTRODUÇÃO

Apesar de existirem vários tipos de *cefeidas*, estas podem ser descritas como estrelas pulsantes, massivas e super-gigantes, logo possuindo propriedades notáveis na teoria da evolução estelar.

O estudo da estrutura da cefeida pode ser introduzido simplificadaamente usando o modelo de Baker (1966).

A relação entre o período, ou períodos, de pulsação, com os possíveis estados de ressonância e outras características como amplitude, assimetria e coeficientes de Fourier, constitui um dos objectivos principais deste estudo.

O outro objectivo deste estudo é aplicar os resultados obtidos à escolha de estrelas para calibração da chamada relação P-L-C (Período-Luminosidade-Cor), e à comparação de diferentes curvas de luz.

ANÁLISE DE DADOS

Definições

A curva de luz, ou diagrama de variação da magnitude com o tempo, de uma estrela variável tem sido descrita quase sempre de uma forma qualitativa, pelo que se generalizaram termos como «*bumps*», «*humps*» ou «*shoulders*» para comparar ou descrever curvas de luz de

diferentes estrelas, notando-se sempre a falta de um método que fornecesse parâmetros quantitativos para essa função.

Em 1981 Simon e Lee (S&L) reintroduziram as técnicas de decomposição de Fourier, de há muito conhecidas mas nunca usadas para este propósito. Na realidade o método de S&L é uma variação das técnicas de Fourier, que só foi completado em 1986 por Petersen.

Não apresentarei demonstrações pelo facto deste método ser sobejamente conhecido. Darei apenas as definições usadas para o tratamento numérico usado e que será descrito mais adiante. Sabemos que a variação da magnitude no tempo pode ser descrita com uma decomposição de Fourier. No caso das estrelas escrevemos:

$$m(f) = m_0 + \sum_{k=1}^N [a_k \text{sen}(2\pi kf) + b_k \text{cos}(2\pi kf)]$$

sendo N a ordem de decomposição. Note-se que se efectua a decomposição de Fourier em ordem à fase f , e não ao tempo como é habitual noutros casos, porque as observações das estrelas são muito espaçadas no tempo tornando-se difícil obter mais do que duas medições dentro do mesmo ciclo, o que dificulta apreciavelmente a análise. Assim é necessário um tratamento numérico elaborado para calcular a fase correspondente a cada observação. Os resultados

desse tratamento encontram-se nas tabelas de Moffet e Barnes, de onde se retiram os dados da magnitude em ordem à fase correspondente.

Como se verifica a igualdade

$$a_k \sin(2\pi k f) + b_k \cos(2\pi k f) = R_k \cos(2\pi k f + \phi_k)$$

resulta

$$R_k^2 = a_k^2 + b_k^2, \quad \phi_k = \tan^{-1}(-a_k/b_k), \\ \cos \phi_k = b_k/R_k$$

Os parâmetros definidos por Simon e Lee baseiam-se nestes coeficientes, R_k e ϕ_k , de cada uma dos termos harmónicos, sendo definidos pelas expressões:

$$R_{k1} = R_k/R_1, \quad \phi_{k1} = k\phi_1$$

O desvio-padrão do ajuste é dado por

$$\sigma = \sqrt{\frac{vv}{J-2N-1}}; \quad vv \equiv \sum_{j=1}^J v_j^2$$

onde J é o número de observações fotométricas da magnitude da estrela em causa no tempo e v_j é o desvio entre o valor medido e o valor dado pelo ajuste da medida j . Para além destes parâmetros derivados do ajuste de curvas através de senos e cossenos, existem outros que caracterizam também a curva de luz da estrela, como a *amplitude* e a *assimetria*:

$$\text{amplitude} \equiv m(f_{\text{máx}}) - m(f_{\text{min}})$$

$$\text{assimetria} \equiv \frac{1 - f_{\text{máx}} + f_{\text{min}}}{f_{\text{máx}} - f_{\text{min}}}$$

Tratamento de dados

Partindo da extensa fotometria de Moffet e Barnes, foram escolhidas 82 entre 112 estrelas apresentadas, usando como critério o número e espaçamento das observações por cada estrela. Fez-se o ajuste de curva de luz através de um

simples programa de computador que utilizou o método dos mínimos quadrados para determinar os coeficientes de Fourier, e imediatamente os parâmetros de S&L e todos os erros e indicadores de fiabilidade dos resultados.

O facto de todos os dados provirem da mesma fotometria garante uma certa homogeneidade, que dá algumas garantias de que podemos comparar os parâmetros de cada estrela com as suas congéneres.

Se a decomposição de Fourier é útil, levanta também problemas técnicos pois é extremamente sensível a erros intrínsecos de fotometria e ao espaçamento regular das observações. Outro problema é a escolha correcta do valor de N , a ordem de decomposição a utilizar.

Se N tem um valor demasiado elevado iremos fazer um ajuste ao «ruído» experimental, desviando-se da curva real de luz. Se N for demasiado pequeno vamos verificar que o ajuste é medíocre, não se adaptando a todos os pontos obtidos experimentalmente.

O melhor indicador para a escolha do valor de N é a autocorrelação ϑ , definida por

$$\vartheta = \frac{\sum_{j=1}^J (|v_j| - |\bar{v}|) (|v_{j+1}| - |\bar{v}|)}{\sum_{j=1}^J (v_j - \bar{v})^2}$$

onde se define $v_{j+1} = v_j$, e $|\bar{v}|$ é a média dos valores absolutos dos desvios. Verificamos que à medida que N cresce, ϑ decresce. Quando ϑ atinge aproximadamente um valor denominado $\vartheta_{\text{cutoff}}$, definido por

$$\vartheta_{\text{cutoff}} = [2(J-1)]^{-1/2}$$

é sinal de que atingimos uma ordem de decomposição máxima.

Por convenção, que não é usada por todos os autores, definiu-se a origem de fase no ponto médio do ramo ascendente da curva de luz, logo

$$f_0 = f[(M_{\text{máx}} + M_{\text{min}})/2]$$

Este é outro dos pontos de sensibilidade da técnica descrita.

RESULTADOS

Depois de calculados os coeficientes de Fourier tornou-se possível apurar os diagramas que relacionam estes coeficientes com outros parâmetros. De há muito que se sabe que o comportamento da curva de luz das estrelas variáveis está relacionada directamente com o seu período, logo parece lógico traçar diagramas com essa grandeza num dos eixos.

Nas figuras 1 - 3, os diagramas dos parâmetros de S&L (R_{kl}) com o período mostram inequivocamente uma sequência principal, onde porém se observam dois grupos definidos *sobre* e *sob* a sequência principal (constituída grosso modo pelas estrelas cujos pontos caem entre as linhas contínuas assinaladas), na zona de períodos de 3-4 dias. Nestas figuras verifica-se

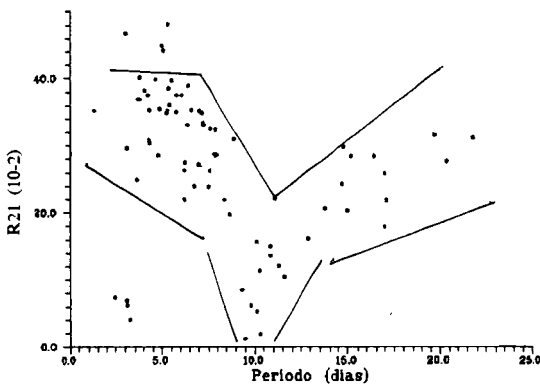


Fig. 1

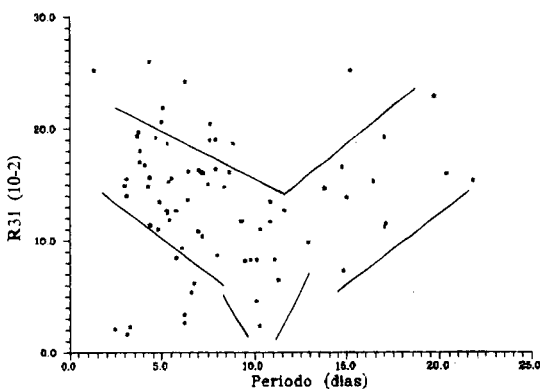


Fig. 2

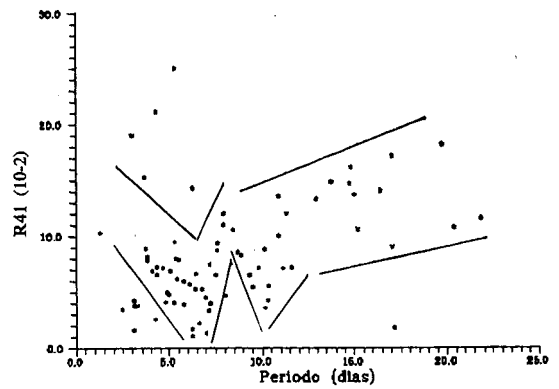


Fig. 3

um *mínimo* na zona dos 10 dias, tal como se previa, visto que as curvas de luz deste tipo de estrelas têm um traçado demarcado das suas congêneres com períodos diferentes. Estas estrelas são chamadas, na gíria, *bump cepheids*.

Estudando os coeficientes de cada uma das estrelas, verificamos que as componentes de cada um dos grupos que saem fora da sequência principal são estrelas que têm comportamentos bem diferenciados. O grupo que se encontra *sob* a sequência principal é composto por estrelas que estão, aparentemente, no modo de pulsação fundamental apresentando curvas de luz sinusoidais. O grupo de estrelas que se encontra *sobre* a sequência principal, mais visível nas figuras 3 e 4, é totalmente composto por *beat cepheids*, estrelas que têm uma

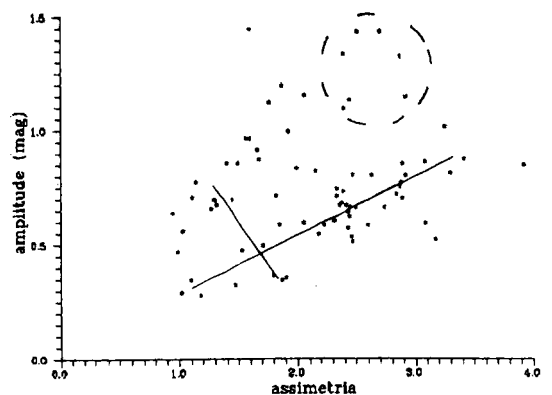


Fig. 4

curva de luz profundamente deformada, mesmo irreconhecível. Estas parecem ser estrelas que pulsam com vários períodos diferentes que por vezes provocam fenómenos de ressonância bastante curiosos.

Estudando individualmente cada uma das estrelas verifica-se que o diagrama amplitude-assimetria (figura 4) não fornece conclusões inequívocas para a identificação de cefeidas *sinusoidais* e de *ressonância*, visto que não inclui um dos grandes parâmetros identificativos dessas estrelas: o período. E para além disso, neste grupo emiscuem-se estrelas anómalas de outras naturezas. Assim os melhores diagramas para detectar estas estrelas são os que usam os parâmetros de S&L.

Os parâmetros de S&L derivados do factor de fase apresentam resultados similares aos acima descritos.

APLICAÇÕES

Com este método podemos fazer facilmente uma comparação quantitativa entre as previsões de modelos teóricos. A figura 5 apresenta os

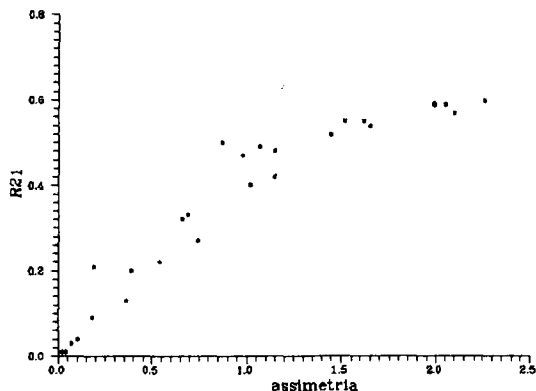


Fig. 5

pontos de uma previsão teórica de um modelo de Stellingwerf e Donohoe (1986) na zona que encontramos nas curvas de luz dos dados expe-

perimentais. Verificando estes pontos apercebemo-nos de que os seus valores são consistentes com os observados. No entanto este modelo prevê a correspondência de estrelas com características extremas que não são até ao momento conhecidas.

Outro ponto em que este método pode ser útil é para a escolha de estrelas para a correcta calibração da relação PLC já referida, que nos dá a distância a estas estrelas e logo a locais distantes da nossa galáxia e a outras galáxias, influenciando fortemente na calibração da constante de Hubble. Este método tem sido até hoje considerado dos mais seguros para a determinação das distâncias extragalácticas. No entanto a calibração da relação PLC está viciada pelo uso de cefeidas anómalas discretas para tal efeito, estrelas essas que podem ser justamente detectadas nos diagramas anteriormente apresentados. Casos exemplares são 3 estrelas usadas para este efeito que parecem ter comportamentos anómalos: EV Sct, cefeida sinusoidal; VY Per, cefeida da ressonância (?); UY Per, cefeida de ressonância (?).

CONCLUSÃO

Este parece ser um método numérico que servindo ainda para comparar e quantificar convenientemente as curvas de luz, que representam afinal quase toda a informação que temos de cada uma das estrelas variáveis.

BIBLIOGRAFIA

- BAKER — *Stellar Evolution*, 333 (1966).
 MOFFET & BARNES — *Astrophysical Journal Suppl.*, **55**, 389 (1984).
 PETERSEN — *Astron. & Astrophysical Journal*, **59**, 170 (1986).
 SIMON & LEE — *Astrophysical Journal*, **248**, 291 (1981).
 STELLINGWERF & DONOHUE — *Astrophysical Journal*, **306**, 183 (1986).