Aristóteles, Galileu e a queda dos graves

CARLOS FIOLHAIS e JOÃO PAIVA
Departamento de Física da Universidade de Coimbra, 3000 Coimbra

Galileu opôs-se a Aristóteles na questão da queda dos graves e as suas ideias sobre esse tipo de movimento foram incorporadas nas ciências físicas que então nasceram. É, porém, notável que as opiniões de Aristóteles tenham persistido durante cerca de dois mil anos sem nunca terem sido alvo de qualquer crítica consequente. Acontece que, apesar de ridicularizada no século XVI por Galileu e esquecida hoje pelos manuais escolares de física, a doutrina de Aristóteles apresenta o mérito de corresponder de certo modo a muitos dados da observação corrente. Foi essa, afinal, a grande razão da sua longevidade.

Os escritos de Aristóteles sobre a queda dos corpos não são de modo algum claros. Vale, porém, a pena citar uma passagem mais transparente do volume «De Caelo»:

«O movimento para baixo de uma massa de ouro ou chumbo ou de qualquer outro corpo dotado de peso é tanto mais rápido quanto maior for o seu tamanho».

De facto, é precisamente isto o que se observa. Se se deixarem cair, no ar, dois corpos maciços de igual natureza e com a mesma forma (por exemplo, esférica), vê-se que o maior e, portanto, mais pesado chega primeiro ao chão. Aristóteles tinha e tem, neste ponto particular, razão.

Numa outra sua obra, «Physica», Aristóteles escreve:

«Vemos que corpos com maior tendência de peso ou de leveza, mas semelhantes em todos os outros aspectos, se movem mais rapidamente no mesmo espaço e isto na razão que tenham entre si os valores dessas tendências. Por isso mover-se-ão também no vazio com esta razão de velocidades. Mas tal é impossível; porque deve um corpo ser mais rápido do que o outro?»

Os corpos com maior peso cairiam, segundo Aristóteles, no ar mais rapidamente (no tempo dos gregos não havia bombas de vácuo nem se viajava no espaço, pelo que só no ar se podia observar a queda dos corpos!). A velocidade de queda, aparentemente constante, seria proporcional ao peso. Hoje sabe-se que a velocidade de queda de um corpo no ar aumenta até acabar, eventualmente, por atingir um valor constante — e que esta velocidade é, realmente, tanto maior quanto maior for o peso do corpo. Não é directamente proporcional ao peso, como presumia Aristóteles, mas sim, para um objecto esférico, proporcional à raiz quadrada do peso (o peso, por sua vez, só é directamente proporcional ao tamanho se por tamanho se entender o volume do corpo e não qualquer dimensão linear). Não é inversamente proporcional à força de resistência do meio, como Aristóteles noutro passo dá a entender, mas tem, de facto, a ver com essa força. A velocidade terminal é inversamente proporcional à raiz quadrada da secção transversa de um objecto esférico, que é uma medida da resistência experimentada durante o movimento no ar.

Repare-se que Aristóteles acha natural que os corpos mais pesados caiam mais rapidamente do que os mais leves não só no ar como também no vazio, mas encontra logo aí uma questão: «porque deve um corpo [, no vazio,] ser mais rápido do que o outro?». Não encontra nenhuma boa razão para tal e, com base neste paradoxo, conclui um pouco mais adiante que não existe vazio. É o «horror ao vácuo» dos antigos! Um tal horror ajudaria de resto, segundo alguns seguidores de Aristóteles, a explicar a queda dos graves no ar:

quando uma pedra cai tenderia a criar vazio atrás de si e, como a natureza tem repulsa pelo vácuo, o ar precipitar-se-ia rapidamente atrás da pedra, impulsionando-a na sua queda. A pedra grande criaria momentaneamente um vazio maior caindo por isso mais depressa. Esta explicação está basicamente errada, mas uma pedra pesada chega ao chão primeiro do que uma pedra leve (semelhante) devido apenas à diferente resistência experimentada durante o movimento. A pedra maior, que experimenta a maior força de resistência, chega primeiro ao solo. Acontece que uma pedra maior tem maior velocidade terminal e quanto maior for a velocidade terminal mais depressa a pedra cai. O peso de uma esfera, que aparece em numerador na expressão da velocidade terminal, aumenta com o cubo do raio ao passo que a secção transversa, que aparece em denominador, aumenta tão só com o quadrado do raio (ver fórmula da velocidade terminal mais adiante).

Foi o italiano Galileu Galilei quem insistiu na afirmação de que não existe nenhum motivo válido para que um corpo no vazio seja mais rápido do que outro. Por volta de 1509, num manuscrito em latim só bastante mais tarde publicado, Galileu, sem piedade para com o sábio grego, escreveu o seguinte:

«O ridículo da opinião de Aristóteles é mais claro do que a luz. Quem vai acreditar, por exemplo, que se duas esferas de chumbo forem largadas da órbita da Lua, sendo uma cem vezes maior do que a outra, a maior chegue à Terra numa hora, enquanto a menor leva cem horas no seu movimento? Ou se duas pedras forem lançadas ao mesmo tempo de uma torre alta, tendo uma o dobro do tamanho da outra, quem vai acreditar que a mais pequena vá a meio do caminho quando a grande está a chegar ao chão?»

Galileu usa um «truque» muito do gosto dos físicos modernos e que consiste em exagerar ao extremo uma dada situação para a tentar compreender melhor. Efectua experiências mentais de queda das pedras desde a Lua (situada no espaço exterior, onde não há ar) até à Terra. Embora o essencial do raciocínio galilaico esteja certo, isto é, as pedras de diferentes tamanhos caem ao mesmo tempo no vazio e quase ao mesmo tempo do alto de uma torre como a de Pisa, existe nele uma imprecisão quantitativa. Com efeito, o tempo de queda de qualquer pedra desde a Lua (inclusive da própria Lua) não é 1 hora nem 100 horas mas sim 5,3 dias, isto é, 127 horas. Para se calcular esse tempo tem de se considerar a variação da aceleração com a distância à Terra, ao contrário do cálculo para a queda perto da Terra, no qual se toma a aceleração constante. No «Diálogo sobre duas ciências novas» (publicado em 1638), o personagem Salviati, que se identifica com as posições de Galileu, comenta uma afirmação de Aristóteles que nunca foi efectuada na precisa forma em que é referida:

«— Simplicio — A sua discussão é deveras admirável; no entanto acho difícil de acreditar que uma lágrima de pomba se mova com a mesma velocidade de uma bala de canhão.

— Salviati — Pode mesmo dizer um grão de sal e uma mó de moinho. Mas, Simplicio, espero que não siga o exemplo de muitos outros que desviando a discussão do objectivo fundamental atacaram uma afirmação minha a que faltava um cabelo de verdade, e sob este cabelo quiseram esconder um erro de um outro, do tamanho de uma corda de um barco. Aristóteles afirmou: uma bola de ferro de cem libras, caindo de uma altura de cem cúbitos, chega ao chão antes que uma bola de uma libra tendo caído de um simples cúbito. Eu digo que chegam ambas ao mesmo tempo. Descobre, se fizer a experiência, que a maior precede a menor de dois dedos; isto é, quando a maior bate no chão, a outra está ainda acima dois dedos. Não pode meter nestes dois dedos os noventa e nove cúbitos de Aristóteles».

O texto, desta vez escrito em italiano escorreito para toda a gente e não apenas em latim hermético para alguns, é magnífico, tanto pelo sentido poético como pelo rigor da invocação da experiência. Contudo, nem o exemplo preciso da «bola de ferro de cem libras» se encontra em nenhuma obra de Aristóteles nem Aristóteles na sua «física qualitativa» usava equações e quantidades numéricas, pelo que a «citação» que dele faz Galileu não é literal (a técnica de colocar na boca do opositor afirmações que ele não proferiu é ainda hoje bastante usada...). Por outro lado, Salvati manda fazer a experiência da queda das bolas de ferro (de 100 e 1 libra, com 1 libra = 0,454 kg) da «altura de cem cúbitos» (1 cúbito = 0,66 m) mas não é claro se Galileu a fez de forma rigorosa. Pelo contrário, é totalmente falso que Galileu tenha realizado, perante uma numerosa e distinta audiência, uma «experiência crucial» de queda dos graves do cimo da Torre de Pisa (cuja altura total é 56 m e não 100 cúbitos = 66 m). Essa história parece ter sido inventada tardiamente por um discípulo que pretendia aumentar a glória do mestre. Não se encontrou nenhum relato contemporâneo do acontecimento, nem mesmo nos escritos do próprio Galileu. No entanto, Galileu deve ter realizado, sem assistência, experiências de queda dos graves em pequena escala, que o levaram a concluir que é pequena a diferença de tempos de queda de objectos de tamanho diferente, traduzida nos tais «dois dedos» (1 dedo deve ser 1 polegada = 2,75 cm). Galileu não refere mas devia ter conhecimento de experiências anteriores que consistiram no lançamento de uma certa altura de bolas de diferentes pesos e cujos resultados foram devidamente anotados e comentados (por Simão Stevin, por exemplo).

Galileu defende pois que corpos desiguais caem no ar quase ao mesmo tempo e considera essa invariância aproximada do tempo de queda mais importante do que a evidência empírica segundo a qual os corpos mais pesados demoram menos tempo a cair. Ele está, de resto, bem consciente do papel desempenhado pela resistência do ar, que é até explicitado em «De Motu», mas pensa que esse papel é mais acidental do que essencial. O texto que se segue, extraído dessa obra, embora confuso, fornece uma descrição qualitativa da queda de um grave no ar (o grave primeiro acelera e depois atinge uma velocidade constante):

«(...) se observarmos um objecto não particularmente pesado a cair de uma certa altura, tal como uma bola de lã, uma pena ou algo de semelhante, veremos que ele se move de início lentamente, mas que pouco depois passa a ter movimento uniforme. A razão por que tal acontece de forma mais clara para as coisas mais leves é que as coisas, quando se começam a mover, sofrem uma força contrária, de grandeza igual ao seu próprio peso. Se as coisas forem pouco pesadas então a força contrária será pequena, sendo esta força rapidamente anulada; e quando é anulada, o objecto passará a andar com movimento uniforme. É mais fácil observar a uniformidade do movimento de uma coisa que se mova devagar do que de uma coisa que cai muito rapidamente. Mas uma vez que a força contrária a vencer na queda de coisas pesadas é enorme, é necessário um grande intervalo de tempo para a anular; nesse tempo, uma vez que elas se movem muito rapidamente, descerão um espaço grande. Como não temos à disposição os ditos grandes espaços nos quais os corpos pesados deviam ser largados, não admira que se uma pedra cair apenas da altura de uma torre pareça acelerar durante todo o tempo até chegar ao chão, uma vez que este espaço e tempo pequenos não serão suficientes para anular toda a força contrária.»

É errado que a «força contrária», que traduz a resistência do ar, seja de início igual ao peso. De início é nula, se o corpo partir do repouso; passa a ser muito pequena quando o corpo se passa a mover e fica igual ao peso, sempre constante (despreza-se a variação da aceleração da gravidade com a altura, por ser insignificante), quando se atinge o regime de velocidade terminal. Mas o tempo que demora a atingir a velocidade terminal é, de facto, maior para os corpos grandes. Por isso é que corpos pesados, quando largados do cimo de uma torre baixa, não chegam a atingir a velocidade terminal.

Um corpo em queda livre no ar sofre uma força total não nula (e, portanto, acelera) até atingir a velocidade terminal, altura em que passa a mover-se com velocidade constante. Na verdade, o corpo está sempre a acelerar, embora a aceleração seja cada vez menor. Não há, de facto, um instante preciso para o qual se possa dizer que se estabeleceu o regime de movimento uniforme, embora se possa indicar a ordem de grandeza de tempos para a qual se dá uma certa mudança de comportamento cinemático. Numa primeira fase do movimento, podemos dizer que todos os corpos se comportam mais ou menos como no vazio, aumentando a sua velocidade mais ou menos da mesma maneira (a derivada da velocidade é praticamente a aceleração da gravidade terrestre para todos, uma vez que a aceleração devida à força de resistência do ar é comparativamente muito pequena). Essa é a região que podemos denominar de «galilaica». Numa segunda fase do movimento, os corpos mantêm velocidades constantes, conforme pretendia Aristóteles, variando essa velocidade conforme o tamanho do corpo. Essa é a região que podemos apelidar de «aristotélica». A transição entre as duas fases é mal definida. Convencionalmente, considera-se que a primeira dura durante um tempo que é obtido dividindo a velocidade terminal pela aceleração da gravidade.

A fig. 1 pode ajudar a esclarecer o parágrafo anterior. Mostra o gráfico da velocidade em função do tempo para três corpos 1, 2 e 3.

O corpo 1 não sofre resistência do ar, ao contrário dos corpos 2 e 3. O corpo 2 é uma esfera de ferro com massa 100 vezes maior

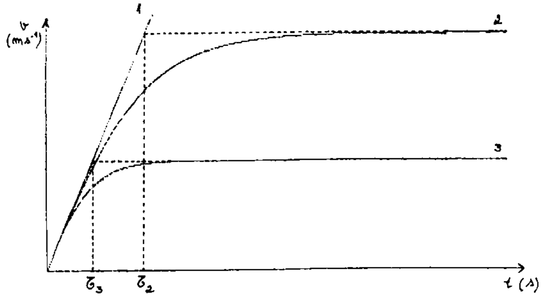

Fig. 1 — Velocidade em função do tempo para a queda de 3 esferas de ferro, 1, 2 e 3. A esfera 1, não sofre resistência do ar. As esferas 2 e 3 são de ferro, tendo 2 uma massa de 45,4 kg e 3 uma massa de 0,454 kg.

do que 3, que é uma esfera do mesmo material com 0,454 kg. τ é o tempo que demora a alcançar o regime de velocidade terminal. Este tempo é bem menor para o corpo 3. A partir de τ_3 ($\tau_3 = 8{,}89$ s) o corpo começa a comportar-se como objecto «aristotélico» mas, se a esfera for largada do cimo da torre de Pisa, chega ao solo ao fim de 3,42 s e esse regime nunca é atingido, caindo o corpo como objecto «galilaico». O corpo 2, por seu lado, tem $\tau_2 = 19{,}24$ s.

Salientar a primeira ou a segunda fase do movimento depende da respectiva importância relativa num dado contexto particular. Se lançarmos uma pena ou um balão do cimo de uma torre de 56 m verificamos que eles entram passado pouco tempo (e, portanto, depois de percorrerem uma distância pequena) no regime de velocidade terminal, pelo que se trata de objectos «aristotélicos» (por «pouco tempo» e «distância pequena» entendem-se respectivamente tempos e distâncias muito menores que os tempos e as distâncias totais observadas). Uma tal queda pode ser filmada com uma câmara de vídeo doméstica, sendo o movimento uniforme conhecido com o auxílio de um relógio e de uma fita métrica. Uma galinha ou uma bola de chumbo, pelo contrário, demoram mais tempo a entrar no referido regime, podendo nem sequer chegar a entrar nele, ao cair de uma torre como a de Pisa, pelo que são objectos «galilaicos». Já serão objectos «aristotélicos» se forem lançados do cimo do «Empire State Building» (380 m), em Nova Iorque...

Galileu coloca a ênfase na invariância que consiste no facto de todos os corpos terem aproximadamente a mesma aceleração quando começam a cair — a aceleração da gravidade determinada pela massa e tamanho do planeta onde vão cair. A invariância que consiste no facto de todos os corpos, passado o tempo suficiente, caírem com velocidade aproximadamente constante é diminuída pelo facto de essa velocidade variar de objecto para objecto. A física, nascida com Galileu, prefere concentrar-se nas invariâncias que têm um carácter mais geral.

É pertinente, porém, a questão de saber se uma bola de ferro 100 vezes maior do que outra de 1 libra chega ao chão apenas distanciada de «dois dedos» quando cai do cimo de uma torre como a de Pisa. Para isso e na impossibilidade de efectuar «in loco» a experiência atribuída a Galileu, podem ser úteis simulações computacionais simples. O programa PISA foi realizado neste espírito, destinando-se a permitir que os alunos larguem do cimo de uma torre de Pisa virtual várias bolas, sendo duas de tamanhos diferentes sujeitas à resistência do ar e uma outra, de referência, numa situação ideal de queda no vazio (ver Fig. 2). Esta torre computacional é, pois,

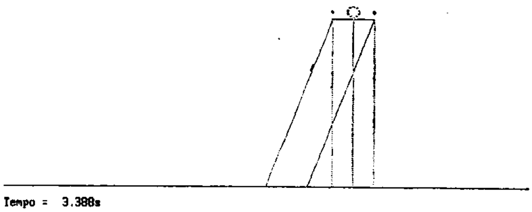

Fig. 2 — Ecrã do programa PISA correspondente ao lançamento de 3 esferas 1, 2 e 3. A esfera 1, pontual, não sofre resistência do ar.

uma torre «mágica» de onde se podem fazer experiências «mágicas» de física, experiências que nem Galileu poderia ter feito por serem impossíveis na prática.

Vejamos os cálculos realizados no programa PISA. Para um objecto esférico não muito pequeno, tal como uma bola de ferro de uma ou cem libras, a força de resistência do ar ($\mathbf{F}_r$) à sua queda é dada por

$$\mathbf{F}_r = - B\ v\ \mathbf{v},\ \text{com}\ B = 1/4\ \rho_{ar}\ \pi\ r^2.$$

A velocidade terminal desse objecto determina-se igualando os valores do peso, mg, e da força resistente, Bv^2. Portanto,

$$v_t = \sqrt{mg / B}$$

Basta dar a massa e o raio da bola para se obter v_t.

A simulação computacional realizada no programa PISA actualiza em cada instante t os valores da velocidade e da posição das bolas a partir dos respectivos valores iniciais do seguinte modo

$$v_{n+1} = v(t_n) = v_n + a_n\ \Delta t,$$
$$\text{com}\ \ a_n = (g - Bv^2/m) = g\ [1 - (v/v_t)^2]$$
$$x_{n+1} = x(t_n) = x_n + v_{n+1}\ \Delta t$$

com Δt um intervalo de integração muito menor que o tempo total de queda, e $t_n = t_o + n\Delta t$.

Consideremos o exemplo das 3 bolas da Fig. 1, que corresponde à situação pensada por Galileu. A bola 2, de 100 libras, tem massa 45,4 kg. Como a massa volúmica do ferro é 7870 kg/m³, ela tem, por isso, 11,1 cm de raio. A bola 2 tem massa 0,454 kg e raio 2,4 cm. A velocidade terminal de 2 é $v_{t2} = 188{,}57$ m/s, sendo $v_{t3} = 87{,}22$ m/s para a esfera 3.

A bola 2 cai do cimo da terro de Pisa (56 m) ao fim de 3,388 s. A bola 3 cai ao fim de 3,421 s. A distância entre as bolas 2 e 3 quando 2 chega ao chão é 1,038 m, muito mais do que os «dois dedos» de Galileu, mas pequena se comparada com a altura da torre. A bola 1, sem resistência do ar, cai da mesma altura num tempo de 3,379 s. As bolas 2 e 3 são objectos «galilaicos», como se podia já ver na Fig. 1.

Note-se que este problema a uma dimensão tem solução analítica conhecida

$$v = v_t\ \text{th}\ (t/\tau)$$
$$x = v_t^2/g\ \log\ [\cosh\ (t/\tau)]$$

com $\tau = v_t/g$, o tempo que demora a chegar o regime de velocidade terminal.

Essa solução pode servir para verificar neste caso a acuidade da técnica de integração numérica. No entanto, a duas dimensões o problema da queda de um projéctil com resistência do ar deixa de ter solução analítica, sendo inevitável o recurso ao cálculo numérico.

O programa PISA permite que alunos que ainda não têm conhecimentos especializados de matemática se apercebam facilmente do efeito, qualitativo e quantitativo, que tem a resistência do ar, essencial ao pensamento aristoteliano, mas quase sempre ignorada nos manuais escolares. Pode o aluno, em vez das bolas de ferro, deixar cair vários outros objectos de massa e tamanhos diferentes no computador (bolas de pingue-pongue, balões de ar, etc.) e descobrir objectos que sejam «aristotélicos». Pode ainda «mergulhar» a torre de Pisa na água ou ensaiar outras proezas que ocorram à sua imaginação.

BIBLIOGRAFIA

J. BISQUERT, P. RAMÍREZ, A. BARBERO e S. MAFÉ — «A classroom demonstration on air drag forces», Eur. J. Phys. **12** (1991), 249.

B. COULTER e C. ADLER — «Can a body pass a body falling through air?», Am. J. Phys. **47** (1979), 841.

C. FIOLHAIS — «Física Divertida», Gradiva, Lisboa, 3.ª edição, 1992.

A. FRENCH — «Newtonian mechanics», Norton, Nova Iorque, 1971.

M. S. GREENWOOD, C. HANNA e J. MILTON — «Air resistance acting on a sphere: Numerical analysis, Strobe photographs and videotapes», The Phys. Teac. Mar., 1986, 153.

W. HUBIN — «The microcomputer in the undergratuate science curriculum», Byte, Jul., 1980, 174.

E. KINCANON — «Skydiving as an aid to physics», Phys. Educ., **25** (1990), 267.

J. A. LOCK — «The physics of air resistance», The Phys. Teac., Mar., 1982, 158.

F. WEICHMAN e B. LAROCHELLE — «Air resistance», The Phys. Teac., Nov., 1987, 505.

Os textos transcritos (numa tradução que procurou adoptar a linguagem moderna) foram extraídos de:

L. COOPER — «Aristotle, Galileo, and the Tower of Pisa», Kennikat Press, Port Washington, 1935.

Que contém vários textos originais sobre a queda dos graves.

Re-estruturação da Sociedade Europeia de Física

Está em curso um amplo movimento europeu para a re-estruturação profunda da Sociedade Europeia de Física. Pretende-se criar as condições financeiras, de representatividade e os novos meios de acção, para que a EPS possa desempenhar um papel representativo na Europa, em consonância com a real importância que a Física tem nos domínios científico, tecnológico, educacional e cultural.

O assunto foi já discutido em profundidade numa reunião alargada do Council da EPS, realizada no mês de Abril em Atenas. Pela sua importância e implicações futuras para as Sociedades *Nacionais de Física, sócios individuais da EPS* e mesmo os sócios ordinários das Sociedades Nacionais, transcreve-se na íntegra um resumo dos pontos abordados na reunião de Atenas (Europhysics News, **23**, 1992):

Towards a New Structure for EPS

We give here a summary of the restructuring document *A New EPS Structure* that was discussed by Council last month. It is the Executive Committee's response to a mandate given by Council in 1991 to propose a scheme whereby all members of national societies (NS) would be directly affiliated to EPS. The document had already been circulated for comment to the NS and to EPS bodies.

Council endorsed the proposals. The executive Committee will now seek further input to better define some specific points, notably finances and ways to "homogenise" items such as the categories of NS members involved and representation of the Divisions, NS and individual members on Council and on the Executive Committee. The aim is to develop an implementation plan for formal approval at the '93 Council.

Purpose and Role

The main purpose of the proposed restructuring is to increase the Society's visibility and influence by having the roughly 55 000 individual members declared at present by NS become EPS members.