

Aspectos Fundamentais da Radiação de Transição

M. JOÃO MARTINS

Centro de Electrodinâmica da Universidade Técnica de Lisboa (INIC)

1. Introdução

A radiação de transição é um fenómeno que se observa quando uma partícula carregada ou fonte se move com velocidade uniforme e no seu percurso espaço-tempo ocorrem heterogeneidades.

A existência deste tipo de radiação está pois associada à variação brusca do campo coulombiano da fonte, que ao passar a fronteira tem que se adaptar a novas condições.

A radiação de transição foi prevista teoricamente por I. M. Frank apenas em 1944. O facto da sua descoberta ser relativamente recente deve-se ao preconceito que subsistiu até 1937, data em que a formulação teórica da radiação Cerenkov foi efectuada por Frank e Tamm, de que uma carga com movimento uniforme não radia.

Com efeito, já no século XIX, Heaviside [4] tinha elaborado uma teoria de radiação de cargas em movimento no vácuo, que nos aspectos referentes à polarização e distribuição angular da radiação coincidem com os obtidos por Frank e Tamm. No entanto, para que tal se verificasse era necessário que a velocidade da partícula fosse superior à velocidade de propagação da luz no vácuo. A impossibilidade de obter, nessa época, velocidades desta ordem de grandeza levou a que o assunto fosse abandonado.

Mais tarde, em 1904, Sommerfeld [7] volta a focar o problema, mas desta vez é o advento da Teoria da Relatividade que não permite a existência de velocidades superiores a c , que obsta à aceitação da ideia.

Assim, pode dizer-se que a radiação de transição se filia numa classe mais vasta de fenó-

menos, o da radiação de fontes com movimento uniforme, que têm por base a filosofia da radiação de Cerenkov. Este tipo de radiação já foi abordado num artigo anterior [6] que o leitor interessado poderá consultar.

A radiação de transição, embora ocorrendo também com fontes cuja velocidade é constante, distingue-se da radiação Cerenkov, pois é emitida qualquer que seja a velocidade da fonte, enquanto que na radiação Cerenkov há um valor limiar para a velocidade, abaixo do qual o efeito não se observa.

A radiação de transição coexiste e interfere não só com a radiação Cerenkov, mas ainda com outros tipos de radiação, tais como a radiação sincrotrónica, bremsstrahlung, etc.; no entanto, distingue-se destas por causa da sua dependência em $\gamma = [1 - \beta^2]^{-1/2}$, o que permite uma nova técnica para a medição de partículas com a mesma carga mas massas diferentes, ou a medição da energia de partículas, cuja carga e massa são conhecidas quando os detectores convencionais são inoperantes $\gamma > 1000$. Como as perdas por radiação são baixas, estes detectores podem ser utilizados como monitores no diagnóstico e alinhamento de feixes relativistas.

2. Caracterização da Radiação de Transição

Para facilitar a explicação do fenómeno, vamos restringir as condições do problema. Assim, suporemos que a velocidade da carga é inferior à velocidade de fase das ondas no meio, o que permite eliminar a possibilidade de ocor-

rência da radiação Cerenkov, que a carga se move segundo uma trajectória rectilínea, e portanto não se verifica radiação sincrotrónica, e que a velocidade da carga é constante, logo não há lugar à existência de bremsstrahlung.

Para que exista radiação de transição é necessário que o parâmetro (v/v_f) , em que v designa a velocidade da partícula ou fonte e v_f a velocidade de fase das ondas no meio em questão, seja variável.

Esta variação pode ocorrer quer devido à existência de aceleração, quer devido à variação da velocidade de fase da onda, ou seja à variação do índice de refração do meio $n(\omega)$. Esta variação pode ocorrer se o meio não for homogéneo ou se as suas propriedades variarem no tempo.

O modelo mais simples que permite caracterizar a radiação de transição é o que corresponde à passagem de uma carga cuja velocidade pode ser considerada constante através da fronteira plana de separação de dois meios.

Na realidade se há emissão de radiação, a energia da partícula não se pode manter constante, mas podemos considerar que essa variação é desprezível se a energia cinética da carga for significativamente maior que as perdas ocorridas por radiação, ou se houver trabalho das forças exteriores.

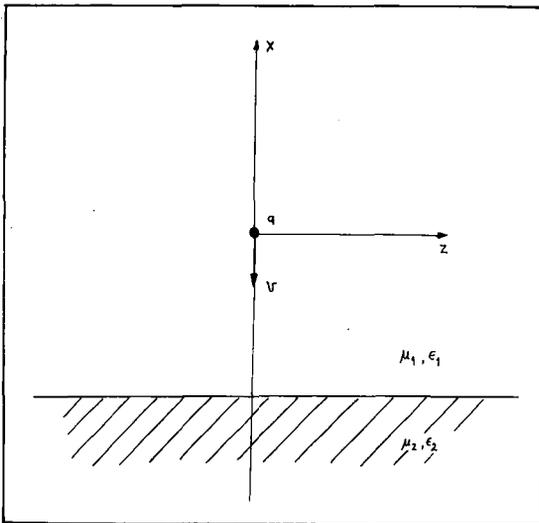


Fig. 1 — Uma partícula carregada desloca-se com velocidade constante, perpendicularmente à fronteira de dois meios electromagneticamente diferenciados.

A radiação está associada à variação brusca do campo electromagnético da carga ao transitar entre dois meios com parâmetros constitutivos diferentes, não se alterando o valor da velocidade. O processo depende pois da velocidade da partícula, e representa uma resposta colectiva do meio que rodeia a trajectória da carga.

A primeira análise da radiação de transição ficou a dever-se a Frank e Ginzburg [2], para a incidência de uma carga na interface vácuo-conductor perfeito. Dado que a velocidade é uniforme, é possível efectuar uma extensão do método das imagens a cargas em movimento.

Sendo assim, o campo no vácuo pode ser obtido pela sobreposição do campo da carga real e da sua imagem, situada no segundo meio e movendo-se com velocidade igual e de sentido oposto à carga real.

A radiação observada no vácuo pode ser interpretada como o termo que resulta da desaceleração instantânea da carga real e imagem na fronteira.

Com efeito a expressão obtida por Frank e Ginzburg conduz a:

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{q^2}{4\pi^3} \frac{\beta^2}{\epsilon_0 c} \sin^2\theta$$

O número de fotões emitidos é obtido efectuando a integração em θ e φ

$$N = \frac{(ze)^2}{3\pi^2\epsilon_0} \frac{\beta^2}{\hbar c} \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

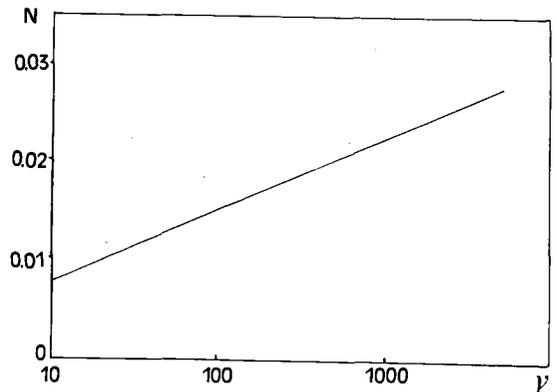


Fig. 2 — Variação do número de fotões emitidos no vácuo, na interface vácuo-prata em função de γ .

O estudo da radiação de transição entre dois dieléctricos, foi efectuado pela primeira vez por G. Beck [1], numa forma bastante original e que evidencia bem o carácter transitório do fenómeno.

Na análise que efectuámos, M. J. Martins [5], partimos directamente das equações de Maxwell, e admitimos que os meios podem ser caracterizados macroscopicamente por parâmetros $\epsilon(\omega)$ e $\mu(\omega)$, que neste caso para simplificar consideramos serem escalares.

A determinação dos campos e energia radiada obtém-se por resolução directa das equações de Maxwell, aparecendo a radiação de transição como o termo adicional para satisfazer as condições fronteira no instante $t=0$ em que a carga cruza a superfície de separação dos dois meios. Foi este o método usado por Garybian [3], que limitou a análise à zona de radiação, usando para o efeito as expressões assintóticas dos campos obtidos.

No entanto, e especialmente para cargas ultra relativistas ($\beta \approx 1$), a região que se situa na vizinhança imediata da trajectória da carga é de fundamental importância.

Com efeito, a aproximação de uma partícula carregada de um meio electricamente neutro, provoca o aparecimento de uma polarização que depende do tempo, sendo a sua amplitude proporcional ao campo da partícula incidente. Esta polarização situa-se na proximidade da carga e desloca-se com ela. A região de interesse respeita pois essencialmente ao segundo meio, como acontece noutros fenómenos envolvendo cargas relativistas, e está confinada à proximidade da carga, $\theta \ll 1$. Portanto, quando a carga se afasta da fronteira a polarização que aí existe tende a desaparecer, dando origem à radiação de transição.

Para que a radiação resultante seja apreciável é necessário que a onda gerada e o campo da partícula estejam em fase. Surge assim naturalmente a noção de comprimento de formação L_f .

$$L_f = \left\{ \frac{\omega}{c} \left(\frac{1}{\beta} - n(\omega) \cos \theta \right) \right\}^{-1}$$

Como já se disse, o uso da radiação de transição na detecção de partículas é particularmente

interessante para valores da velocidade próximos de c . Para partículas ultra relativistas, e admitindo que o campo só é apreciável na região próxima da trajectória da carga, $\theta \ll 1$, podemos caracterizar o meio como um gás de electrões, sendo o índice de refração definido por

$$n(\omega) = \left\{ 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right\}$$

Sendo assim, o comprimento de formação assume a forma

$$L_f = \frac{4\pi c}{\omega} \left\{ \theta^2 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + (1 - \beta^2) \right\}^{-1}$$

Para direcções definidas por $\theta \ll \gamma^{-1}$ e frequências inferiores a $\gamma\omega_p$, o comprimento de formação aumenta com a frequência atingindo um máximo para $\omega = \gamma\omega_p$. O valor desse máximo corresponde a:

$$L_f = \frac{4\pi c \gamma}{\omega}$$

Verifica-se pois que a radiação de transição apresenta valores tanto mais elevados quanto maior for a energia da partícula, estendendo-se o espectro correspondente até frequências da ordem de $\gamma\omega_p$.

A expressão obtida para a densidade espectral da energia radiada é:

$$\frac{d^2 W}{dv d\eta} = \frac{q^2}{4\pi^3 \epsilon_0} \frac{v c \omega_p}{\eta^4 \gamma} \left(\frac{1}{(1+\eta) \left(\eta + \frac{1}{v^2} + 1 \right)} \right)$$

em que $v = \omega/\gamma \omega_p$, $\eta = (\gamma\theta)^2$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$.

A variação angular da densidade espectral para diversos valores da frequência normalizada v está representada na figura 3.

Para valores da frequência $v \ll 1$ o gráfico apresenta um máximo de radiação para ≈ 1 e decai com η^{-1} até atingir o valor $\eta = v^{-2}$. A partir desse valor o decrescimento efectua-se com η^{-3} .

Efectuando a integração angular verifica-se que para $v \ll 1$, o espectro da radiação varia como logaritmo de v^{-1} e portanto é praticamente

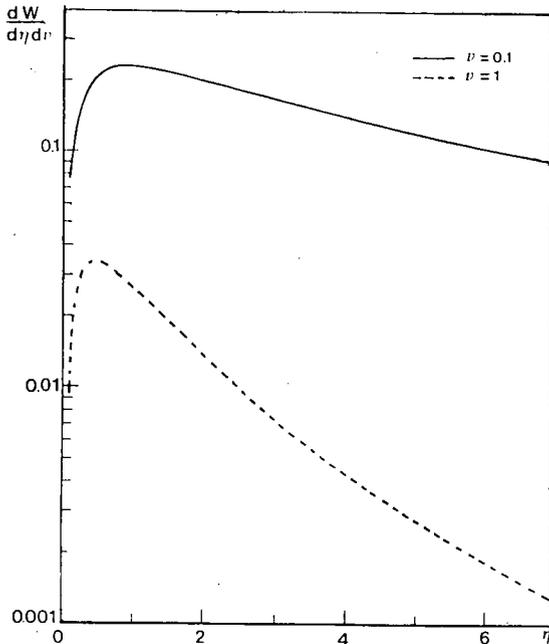


Fig. 3 — Variação angular da radiação de transição para vários valores do parâmetro ν .

constante. Para valores da frequência angular ω muito superiores a $\gamma\omega_p$, a energia radiada decresce com ω^{-4} . A energia total obtém-se efectuando a integração em frequência:

$$W = \frac{q^2}{8\pi^3\epsilon_0 c} \frac{\gamma\omega_p}{3}$$

Da figura 4 verifica-se que a maior parte da energia é emitida para valores de frequência inferiores a $\gamma\omega_p$. Para valores de $\gamma = 1000$ e $\hbar\omega_p = 20\text{eV}$, a radiação é emitida na banda dos raios X. Como se verifica a expressão da energia radiada varia linearmente com γ , o que permite utilizar a radiação de transição na identificação de partículas elementares e na medição da sua energia, onde outros meios de detecção não podem ser utilizados.

No entanto, o número de fótons emitidos numa interface é pequeno, tipicamente da ordem de α . Para que a radiação seja apreciável é pois

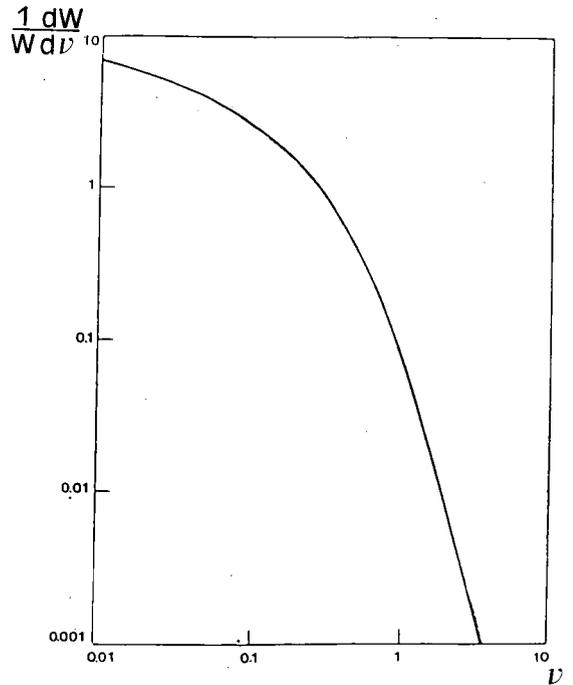


Fig. 4 — Variação da energia radiada em função da frequência normalizada $\nu = \omega/\omega_p$.

necessário utilizar muitos estratos. Neste caso há contudo que garantir que a espessura do estrato é maior que o comprimento de formação L_f .

Quando existem vários estratos em presença, a radiação total pode ser obtida adicionando as amplitudes das várias contribuições em cada interface, tendo em conta a absorção e a diferença de fase entre as várias contribuições. Para um único estrato obtém-se:

$$\frac{d^2W_t}{d\eta d\nu} = \frac{d^2W}{d\eta d\nu} 4 \sin^2\left(\frac{\phi_1}{2}\right)$$

em que $\frac{d^2W}{d\eta d\nu}$ representa a contribuição de uma interface e ϕ_1 representa o factor de interferência num estrato

$$\phi_1 = \left\{ \theta^2 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + (1 - \beta^2) \right\} \omega l_1 / 2 .$$

Na figura 5 compara-se o espectro da radiação emitida por um estrato com uma espessura de $100\mu\text{m}$ para vários valores da energia da partícula.

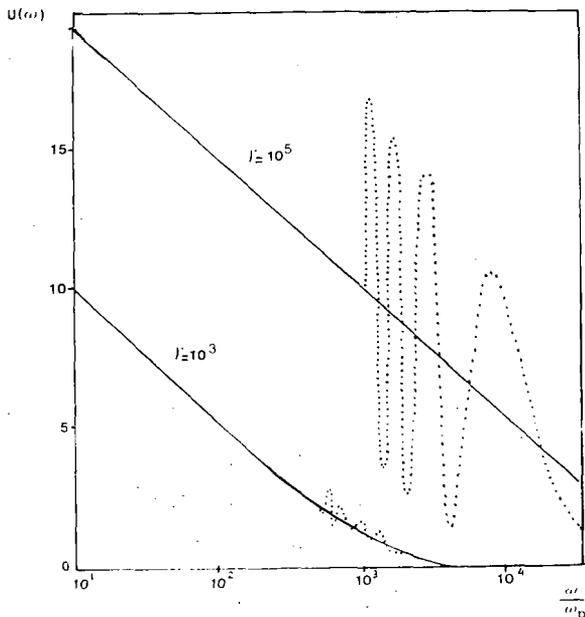


Fig. 5 — Radiação de transição num estrato dielétrico, para vários valores da energia da partícula.

3. Aplicações

Da análise efectuada quanto às características da radiação de transição adivinham-se de imediato algumas das aplicações possíveis

e que são neste momento matéria de investigação.

A dependência da energia radiada com γ permite a sua utilização em detectores de partículas com $\gamma > 1000$.

Como as perdas de radiação são baixas, estes detectores não destroem as partículas que detectam, o que permite utilizá-los no diagnóstico e monitorização de feixes de electrões. Existem experiências em Orsay ($\gamma = 2000$) e Saclay ($\gamma = 1000$) usando radiação de transição na região óptica do espectro.

Por outro lado, a radiação proveniente de um conjunto de estratos dá origem a oscilações no espectro da radiação de transição. Usando um conjunto de folhas de mylar com espessuras variando entre os 25 e $70\mu\text{m}$, colocado na trajectória de um feixe de electrões de alguns GeV, é possível, por inclinação relativa dos estratos e do feixe, obter sintonia contínua na banda dos raios X.

REFERÊNCIAS

- [1] BECK, G., *Phy. Rev.* **74**, 795 (1958).
- [2] GINZBURG, V. L. e I. M. FRANK, *J. Phys. USSR* **9**, 353 (1949).
- [3] GARYBIAN, G. M., *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **37**, 527 (1959).
- [4] HEAVISIDE, O., *Phil. Mag.* **27**, 324 (1889).
- [5] MARTINS, M. J., Tese de Doutoramento, 1989.
- [6] MARTINS, M. J., *Gaz. Fís.* **14**, 67 (1991).
- [7] SOMMERFELD, A., *Göttingen Nachr.* **S 19**,3 (1904).

FÍSICA 92

MEDALHA - FÍSICA 92	1500\$00
LIVRO DE RESUMOS - FÍSICA 92	1500\$00
OLIMPIADAS INTERNACIONAIS DE FÍSICA (Colectânea de problemas e suas soluções)	1000\$00

Este material encontra-se à venda na Delegação Norte da S.P.F., Laboratório de Física da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Praça Gomes Teixeira, 4000 Porto, podendo também ser enviado pelo correio, sendo neste caso, o custo do envio suportado pelos interessados.