

Determinação experimental da condutividade térmica de um material sólido

ANTÓNIO F. MIGUEL e ANA A. SILVA

Dep. Física da Universidade de Évora

1. Introdução

O trabalho aqui proposto faz parte do relatório da aula teórico-prática apresentado por A. Miguel, no âmbito das Provas de Aptidão Pedagógica e de Capacidade Científica, realizadas na Universidade de Évora.

Este trabalho pretende medir experimentalmente a condutividade e a difusividade térmica da madeira em regime transitório. Se se admitir que a madeira se comporta como um meio homogéneo e isotrópico onde apenas se considera o transporte de calor por condução, podem aplicar-se certos modelos clássicos de condução de calor em sólidos para descrever o campo de temperaturas na madeira sujeita a determinadas condições aos limites. No caso vertente aplicou-se um modelo clássico de condução unidimensional de calor em sólidos ao estudo do campo transitório de temperaturas que seria observado numa placa de madeira, inicialmente a temperatura uniforme, quando era accionado o aquecimento, e uma das faces ficava sujeita a um fluxo de calor constante e a outra era mantida isolada.

A aplicação deste modelo permitiu em confronto com as observações experimentais realizadas por intermédio de um dispositivo especialmente concebido para o efeito, determinar os parâmetros térmicos característicos da madeira, isto é, a condutividade térmica e a difusividade térmica, cujos valores concordam com os obtidos na literatura para o tipo de madeira em estudo.

2. Equações de condução de calor

Considere-se um meio homogéneo e isotrópico em que num determinado ponto genérico $P(x,y,z)$ do interior do meio, a tempe-

ratura $T(x,y,z,t)$ é uma função contínua do espaço e do tempo, e em que existem fontes internas que libertam uma taxa de calor D por unidade de volume que pode ser função do espaço e do tempo. Não são consideradas fontes internas de produção de calor associadas à mudança de fase que eventualmente ocorram no seio do material em estudo.

Nestas condições, as equações que governam a transferência de calor num elemento de volume fixo no espaço e supondo constantes os parâmetros térmicos do meio ($K, \rho c, \alpha$) são as seguintes:

$$\partial T / \partial t = \alpha \nabla^2 T + D(x,y,z,t) / \rho c \quad [1]$$

$$\vec{q} = -K \nabla T \quad [2]$$

em que α é a difusividade térmica do meio, ρc é a capacidade térmica volúmica do meio e \vec{q} é o vector densidade de fluxo de calor que atravessa a superfície fronteira do meio.

Se se considerar apenas a propagação de calor segundo uma direcção (por exemplo segundo o eixo dos xx), e se não houver geração de calor no interior do meio as equações anteriores tomam o seguinte aspecto:

$$\partial T / \partial t = \alpha \partial^2 T / \partial x^2 \quad [1']$$

$$q = -K \partial T / \partial x \quad [2']$$

3. Solução da equação de condução de calor: Condução unidimensional em regime transitório numa placa sujeita a um fluxo de calor constante

Um grande número de soluções da equação diferencial de condução de calor, para regime transitório é dado por Carslaw e Jaeger (1957),

para sólidos com diferentes configurações geométricas e sujeitos a diversas condições aos limites.

Considere-se o modelo de condução unidimensional de calor em regime transitório numa placa sólida de espessura 1, que será aplicado ao estudo do campo de temperaturas de uma placa de madeira considerando-a um sólido homogêneo e isotrópico limitado por dois planos paralelos e finitos, em que a propagação de calor se faz apenas segundo a direcção dos eixos dos xx . As condições fronteira adoptadas foram as seguintes: sólido limitado por duas fronteiras, contidas em dois planos paralelos ($x = 0$ e $x = 1$) em que uma das fronteiras está sujeita a uma densidade de fluxo constante q_1 e a outra é mantida isolada. A distribuição inicial de temperatura é uniforme $T_{(x,0)} = T_0$. A solução da equação de condução de calor (eq. (1')) sujeita às condições fronteira atrás descritas e considerando que não há geração de calor no interior do meio vem, segundo Carslaw e Jaeger:

$$T_{(x,t)} - T_0 = 2q_1 t^{1/2} / (K\rho c)^{1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\text{ierfc} \frac{(2n+1)1-x}{2(\alpha t)^{1/2}} + \text{ierfc} \frac{(2n+1)1+x}{2(\alpha t)^{1/2}} \right) \quad [3]$$

em que ierfc é um integral da função erro, T_0 é a temperatura inicial, x é a coordenada de um ponto genérico do meio segundo a direcção de propagação do calor, 1 é a espessura do meio, K e α têm um significado dado anteriormente. A solução transitória dada pela equação anterior pode ser particularizada para $x = 0$ (face isolada), e considerando apenas os quatro primeiros termos da série:

$$(T_{(0,t)} - T_0) (K\rho c)^{1/2} / 2q_1 t^{1/2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\text{ierfc} \frac{(2n+1)1-x}{2(\alpha t)^{1/2}} \right) \quad [4]$$

em que o membro do lado esquerdo da equação (4) resulta ser apenas uma certa função da variável αt , onde $(T_{(0,t)} - T_0) (\rho c)^{1/2} / (2q_1 t^{1/2})$ e t

são variáveis observáveis. Nestas condições, a curva teórica correspondente a uma determinada situação geométrica ($x = 0$) pode ser ajustada aos pontos representativos das variáveis observáveis, mediante a escolha adequada dos outros parâmetros que figuram na equação (4) designadamente K e α , resultando deste ajuste certos valores experimentais da condutividade e da difusividade térmica do meio em estudo.

4. Dispositivo experimental

O dispositivo experimental encontra-se disponível no mercado (figura 1). É constituído por uma caixa climatizada de paredes isolantes, constituída por paredes laterais com uma área exterior de $400 \times 365 \text{ mm}^2$, tendo as faces superiores e inferiores uma área de $400 \times 400 \text{ mm}^2$. Numa das faces lateral existe uma abertura quadrada ($210 \times 210 \text{ mm}^2$) que permite a colocação da amostra do material cujas propriedades pretendemos medir. A face da amostra exposta ao exterior é isolada com uma placa de esferovite de espessura 20 mm. Entre a amostra e a placa de esferovite é colocado um termopar (NiCr-Ni) que nos permite medir a temperatura da face exterior da amostra.

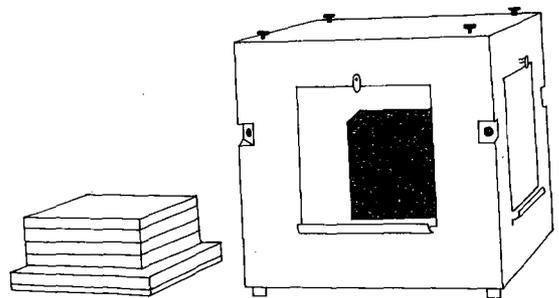


Fig. 1 — Caixa Climatizada.

Nos cantos da caixa existem orifícios com 15 mm de diâmetro isolados com esponja, onde se introduzem termopares iguais aos anteriores para medir a temperatura da face interior da amostra. No interior da caixa encontra-se insta-

lado o sistema de aquecimento constituído por uma lâmpada de 60 W, envolvida por um cubo metálico de cor negra (emissividade 0.985).

Como amostras foram utilizadas duas placas de madeira ($247 \times 247 \text{ mm}^2$) com espessuras diferentes (5 mm e 10 mm) e com texturas e características térmicas ligeiramente diferentes.

Antes de se iniciar a experiência, registaram-se as temperaturas de ambas as faces da amos-

5. Resultados obtidos

Os valores experimentais de $(T_{(x,t)} - T_0) (\rho c)^{1/2} / (2q_1 t^{1/2})$ e t correspondentes ao ponto de observação que serviu para teste ($x = 0$) foram representados na figura 2, e a curva teórica correspondente ao mesmo ponto de observação foi representada na figura 3.

O ajuste entre a curva teórica e os pontos representativos das variáveis observáveis foi

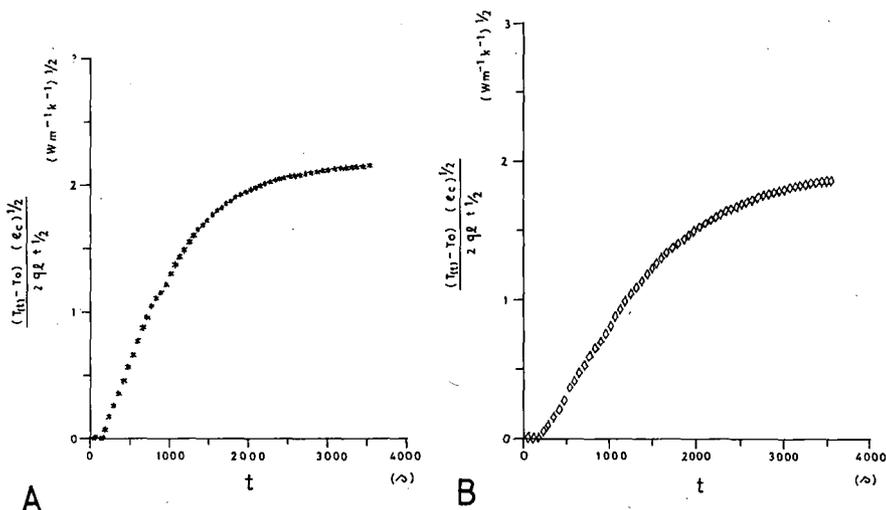


Fig. 2 — Representação de $(T_{(x,t)} - T_0) (\rho c)^{1/2} / (2q_1 t^{1/2})$ em função do tempo para duas amostras de madeira, com espessura de 5 mm (A) e de 10 mm (B), em que uma das faces está sujeita a um fluxo de calor constante e a outra é mantida isolada.

tra, com auxílio de vários termopares colocados em vários pontos de ambas as faces da amostra, verificando-se uma distribuição uniforme da temperatura da madeira. Iniciou-se a experiência ligando a lâmpada, indo detectando as variações de temperatura na face exterior da amostra ($x=0$) com intervalos de 60 segundos durante um período de 60 minutos.

Note-se que após o início da experiência registaram-se as variações de temperatura da face exterior da amostra com apenas um termopar. Isto decorreu do facto de se ter previamente observado que no decorrer do tempo, os gradientes de temperatura segundo as outras direcções eram desprezáveis face aos gradientes observados segundo a direcção de propagação de calor considerada.

feito de acordo com o explicado anteriormente, considerando apenas os primeiros 20 minutos de observação onde o regime é claramente transitório. Os valores de K e α resultantes desse ajuste foram para a madeira com 5 mm de espessura os seguintes

$$K = 0.09 \text{ W/(m.K)} \quad \text{e} \quad \alpha = 0.050 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

e para a amostra com 10 mm de espessura

$$K = 0.13 \text{ W/(m.K)} \quad \text{e} \quad \alpha = 0.069 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

A curva teórica ajustada aos pontos experimentais está ilustrada na figura 4, para ambas as amostras.

Para testar a validade deste modelo mediram-se os valores das capacidades térmicas volúmicas

das amostras em estudo, de que resultou para a primeira amostra o valor de $\rho c = 1.801 \times 10^{-6} \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$ e para a segunda amostra o valor de $\rho c = 1.890 \times 10^{-6} \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$. Estes valores con-

enquadram-se nos valores obtidos na literatura para o tipo de madeira em estudo

$$0.09 < K < 0.14 \text{ W/(m.K)}.$$

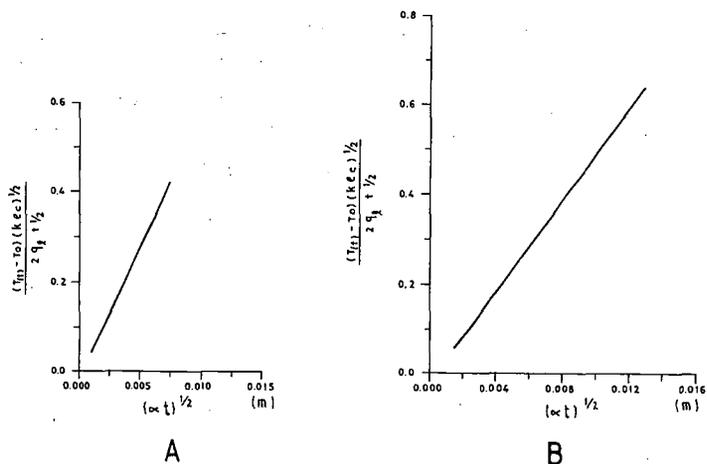


Fig. 3 — Representação teórica da solução da equação de condução de calor para um sólido limitado por duas fronteiras, contidas em dois planos paralelos, distanciados de 5 mm (A) e de 10 mm (B), em que uma das fronteiras está sujeita a um fluxo de calor constante e a outra é mantida isolada.

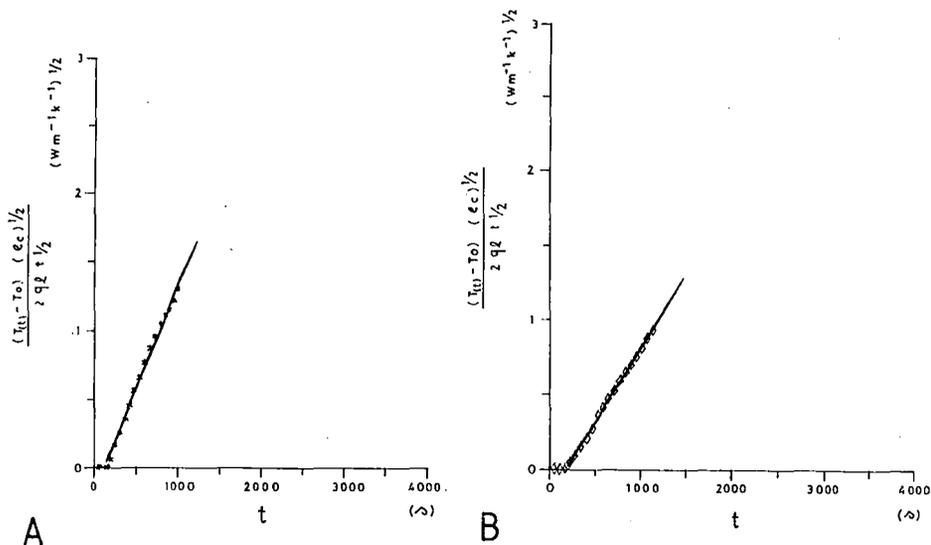


Fig. 4 — Ajuste da curva teórica aos pontos experimentais para a amostra com espessura de 5 mm (A) e de 10 mm (B).

cordam com os valores que se obtêm a partir dos valores de K e α determinados experimentalmente ($\rho c = 1.800 \times 10^{-6} \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$ para a primeira amostra e $\rho c = 1.880 \times 10^{-6} \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$ para a segunda amostra). Por outro lado os valores da condutividade térmica obtidos experimentalmente

$$0.09 \text{ W/(m.K)} \quad \text{e} \quad 0.13 \text{ W/(m.K)}$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- MIGUEL, António, *Determinação experimental de propriedades térmicas de materiais*. Relatório da aula teórico-prática realizado no âmbito das Provas de Aptidão Pedagógica e de Capacidade Científica, Dep. Física da Universidade de Évora, Maio de 1991.
- CARSLAW, H., JAEGER, J., *Conduction of heat in solids*, Oxford University Press, 1959.
- HOLMAN, J., *Heat transfer*, MacGraw-Hill, 1977.