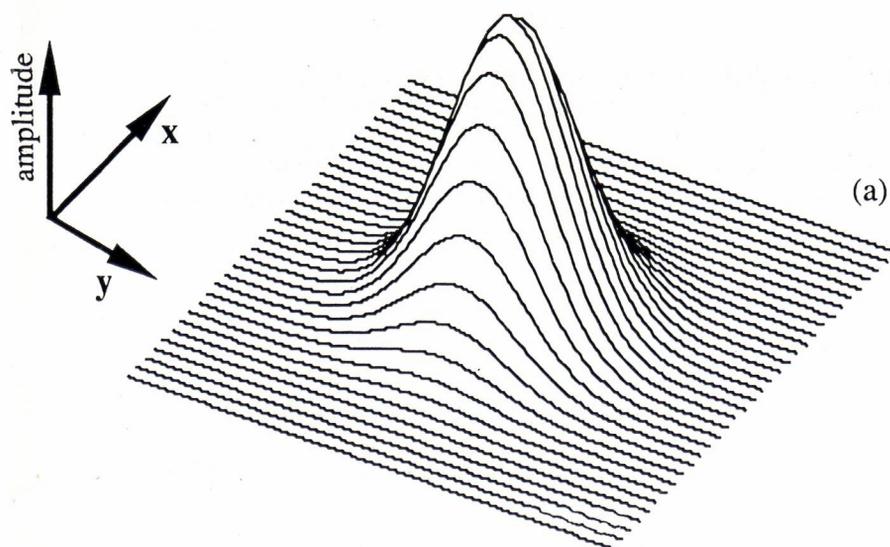
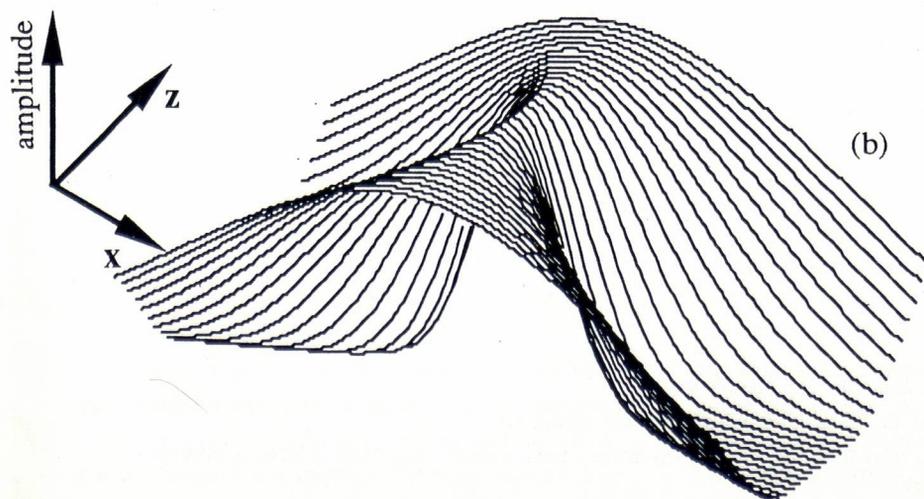


GAZETA DE FISICA

SOCIEDADE PORTUGUESA DE FISICA



(a)



(b)

VOL. 12, FASC. 1

Publicação Trimestral

Janeiro a Março 1989

• Propagação de um feixe laser •
Onda esférica-gaussiana

GAZETA DE FÍSICA

Fundada em 1946 por A. Gibert

Propriedade e Edição: Sociedade Portuguesa de Física

Director: Filipe Duarte Santos (Secretário-Geral da S.P.F.)

Comissão de Redacção e Administração

Conselho Directivo da S.P.F.: H. Machado Jorge, F. Duarte Santos, J. Bessa Sousa, Ana M. Eiró, Carlos Matos Ferreira, F. Costa Parente, M. Fernanda Silva, J. Brochado Oliveira, J. Monteiro Moreira, N. Ayres Campos, C. Lopes Gil.

Endereço: Sociedade Portuguesa de Física, Av. da República, 37-4.º — 1000 Lisboa

A **Gazeta de Física** publica artigos, com índole de divulgação, considerados de interesse para estudantes, professores e investigadores em Física. Os artigos podem ter índole teórica, experimental ou aplicada, visando promover o interesse dos jovens pelo estudo da Física, o intercâmbio de ideias e experiências profissionais entre os que ensinam, investigam ou aplicam a Física. As opiniões expressas pelos autores não representam necessariamente posições da S.P.F.

A **Gazeta de Física** deverá constituir também um espaço de informação para as actividades da S.P.F., nomeadamente as suas Delegações Regionais e Divisões Técnicas.

Os manuscritos deverão ser submetidos para publicação em duplicado, dactilografados a dois espaços. Figuras ou fotografias deverão ser apresentadas em folhas separadas e prontas para reprodução, com eventual redução de tamanho.

Toda a correspondência deverá ser enviada para

Gazeta de Física

Sociedade Portuguesa de Física

Av. República, 37-4.º — 1000 LISBOA

A **Gazeta de Física** é enviada gratuitamente a todos os Sócios da S.P.F. no pleno uso dos seus direitos.

Preço de assinatura: país 1500\$00; estrangeiro US\$25.

Preço do fascículo avulso (sede e delegações da SPF): 400\$00.

Publicação subsidiada pelo Instituto Nacional de Investigação Científica
e pela Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica

Tiragem: 2200 exemplares

Composto e Impresso na *Imprensa Portuguesa* • Rua Formosa, 108-116 • 4000 PORTO

Na Capa: Simulação computacional de um feixe laser.

(a) Perfil transversal do feixe laser (gaussiano em amplitude).

(b) Propagação deste feixe laser. Existe uma distância z para a qual o feixe tem a largura mínima (cintura do feixe).

As duas caras de um fóton A experiência de Grangier, Roger e Aspect

J. M. B. LOPES DOS SANTOS

Laboratório de Física da Universidade do Porto
Praça Gomes Teixeira — 4000 PORTO

O oposto de uma verdade profunda é outra verdade profunda
Niels Bohr

1. Experiências Contemporâneas e os Fundamentos da Mecânica Quântica

A discussão sobre os fundamentos da Mecânica Quântica teve dois períodos de intensa actividade: o final da década de vinte, na altura em que ela foi inventada e mais recentemente na década de 80 (e finais de 70). O primeiro período foi dominado pelas discussões entre Einstein e Bohr, reconstituídas pelo próprio Bohr num artigo admirável chamado, apropriadamente, «Discussions with Einstein On Epistemological Problems in Atomic Physics» [1].

Talvez a estatura dos dois arguentes e a qualidade da discussão tenham convencido muitos físicos que pouco mais havia a dizer. Mas para o relativo desinteresse que os físicos votaram aos fundamentos da teoria quântica terá também contribuído o fabuloso sucesso prático da teoria na explicação de «Toda a Física e a maior parte da Química» (Dirac). Não é um exagero ver na descoberta da Mecânica Quântica um factor decisivo do espantoso progresso tecnológico do século XX. Porquê preocupar-se com os fundamentos de uma teoria tão obviamente correcta?

Outras razões (menos nobres) haverá para este desinteresse com certeza, (não é possível publicar um resultado novo sobre os fundamentos da Mecânica Quântica todos os meses). Por

outro lado durante este interregno muitos foram os que chamaram a atenção para os problemas que persistiam e muitos foram os resultados importantes obtidos neste domínio. Mas como explicar o renascimento de interesse nesta área?

As discussões entre Einstein e Bohr eram quase sempre formuladas em torno de experiências conceptuais, situações que ilustravam directamente os conceitos mais fundamentais da teoria mas que eram, na prática irrealizáveis. A música que os dois mestres escreveram não se podia tocar. Mas o progresso tecnológico dos cinquenta anos que se seguiram trouxe-nos os instrumentos necessários. É possível hoje realizar algumas dessas experiências no laboratório. Muitas já foram feitas e outras estão planeadas. Estas experiências são de execução extremamente delicada, mas também de enorme simplicidade e riqueza conceptual, visto que testam directamente os pressupostos da descrição quântica. Por isto mesmo constituem um meio privilegiado de penetrar no estranho mundo de fenómenos em que os efeitos quânticos são importantes.

Neste artigo (e noutros que espero venham a segui-lo) tentarei divulgar de modo acessível aos não iniciados nos mistérios quânticos, algumas destas experiências. O objectivo fundamental é pôr à disposição dos não especialistas um conjunto de resultados empíricos, tão surpreendentes para o «senso comum» que

os predisponham a aceitar que qualquer teoria que dê conta deles tem de ser um pouco «louca».

Começaremos a discussão com uma experiência realizada pelo grupo de Orsay de Alain Aspect [2] em 1986. Não se trata da famosa experiência de Aspect sobre as correlações EPR (lá chegaremos) mas de uma outra, muito menos divulgada, que ilustra admiravelmente o problema da dualidade onda corpúsculo. Os dois parágrafos seguintes são uma breve revisão elementar de alguns dos conceitos necessários à compreensão da experiência. Esta é descrita nos §4 e §5. Finalmente no §6 o leitor encontrará um esboço de discussão sobre as questões levantadas pela experiência para o que contarei com a preciosa ajuda de Niels Bohr, que produziu, dezenas de anos antes da experiência ser possível, os comentários mais aptos que se lhe podem encontrar.

2. Ondas. Interferências

A caracterização de uma onda luminosa baseia-se no conceito de campo. Um campo é uma grandeza física definida em todos os pontos \mathbf{r} de um dado meio, em geral dependente do tempo. No caso da radiação electromagnética o campo consiste em dois vectores, campo eléctrico, $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ e magnético, $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$. No presente artigo será suficiente considerar uma das componentes do campo eléctrico, designado por $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$, já que não vamos lidar com fenómenos de polarização e \mathbf{B} fica em geral determinado uma vez conhecido $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$. Para luz monocromática — a luz de um laser ou de uma risca atómica — a variação temporal do campo em cada ponto é, em boa aproximação, sinusoidal

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \varepsilon(\mathbf{r}) \cos [\omega t + \varphi(\mathbf{r})]$$

A variação espacial do campo é determinada pela amplitude $\varepsilon(\mathbf{r})$ (real e positiva) e pela fase $\varphi(\mathbf{r})$. Uma variação de fase $\Delta\varphi = 2\pi$ implica uma oscilação completa. Normalmente isso ocorre para distâncias em que a variação de $\varepsilon(\mathbf{r})$ é insignificante. A amplitude de $\varepsilon(\mathbf{r})$ mantém-se praticamente constante em distân-

cias em que $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ tem várias oscilações devidas a variações de fase. Neste caso as superfícies de fase constante são localmente as superfícies em que $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ é constante — *frentes de onda*. Nas direcções perpendiculares a estas superfícies — *raios* — é máxima a variação de fase e o campo oscila. Como exemplo, um feixe laser, não muito estreito, bem colimado, tem frentes de onda que são porções de planos paralelos entre si e orientados perpendicularmente à direcção do feixe, que é também a dos raios (Fig. 1). Ao longo de um raio a fase varia

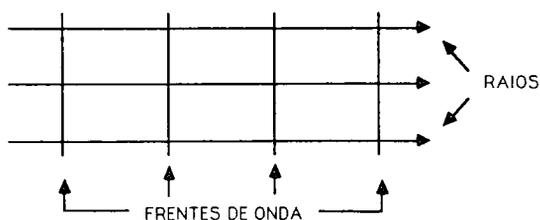


Fig. 1 — O campo $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ é uniforme nas frentes de onda e oscila sinusoidalmente ao longo dos raios.

linearmente $\varphi = kz + \text{const}$ o que implica que $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ varia sinusoidalmente com uma frequência espacial $k = \omega/c$ (c — velocidade da luz). A distância para a qual φ varia de 2π , isto é o valor do campo volta a ser o mesmo, é o comprimento de onda, $\lambda = 2\pi/k$.

A interposição de um espelho a 45° , por exemplo, tem como consequência uma alteração de direcção dos raios de 90° (Fig. 2).

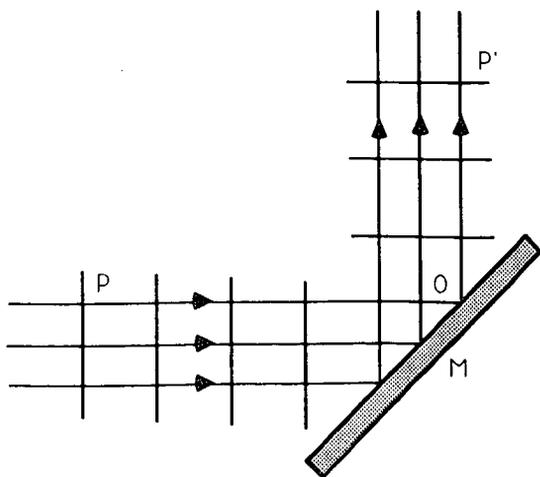


Fig. 2 — A reflexão no espelho M altera a direcção dos raios e orientação das frentes de onda. A diferença de fase entre P e P' é determinado pelo caminho óptico POP' .

A diferença de fase entre o ponto P e P' depende agora do comprimento d do caminho POP', isto é do caminho óptico entre P e P'. A reflexão do espelho introduz uma variação de fase adicional,

$$\varphi(P') - \varphi(P) = 2\pi (d/\lambda) + \Delta\varphi_{\text{reflexão}}$$

Se a lâmina for apenas parcialmente espolhada o feixe incidente dá origem a dois, um reflectido e outro transmitido com amplitudes $\epsilon_r(r)$ e $\epsilon_t(r)$ inferiores à do incidente. Nesse caso D designa-se por divisor de feixe. Na Fig. 3 representamos a acção de um divisor de feixe D seguida de uma nova reflexão do feixe reflectido num espelho M de modo a criar uma zona de sobreposição dos dois feixes. O que é que acontece na zona comum

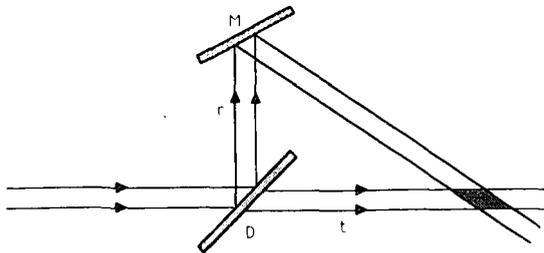


Fig. 3 — Feixes reflectido e transmitido num divisor de feixe são reunidos na região a sombreado onde interferem.

aos dois feixes? Para campos que, como o campo eléctrico, obedecem ao princípio de sobreposição a resposta é muito simples: o campo eléctrico é a soma dos campos correspondentes a cada um dos feixes na ausência do outro.

$$\mathbf{E}(r,t) = \mathbf{E}_r(r,t) + \mathbf{E}_t(r,t)$$

(r na região comum aos dois feixes)

Este princípio muito simples tem consequências extremamente importantes. É fundamental notar que a diferença de fase entre $\mathbf{E}_r(r,t)$ e $\mathbf{E}_t(r,t)$ num dado ponto r da zona de sobreposição é fixa, independente do tempo; depende apenas da diferença dos caminhos ópticos dos dois feixes. A soma de sinais sinusoidais da mesma frequência com uma

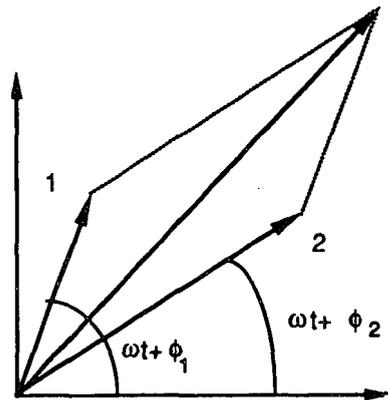
diferença de fase fixa é um exercício de trigonometria extremamente simples (ver caixa).

Soma de Sinais Sinusoidais

Consideremos num dado ponto a sobreposição de dois sinais harmónicos com uma diferença de fase $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

$$\psi = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Note-se que ψ é a componente x da soma de dois vectores de módulos A_1 e A_2 que fazem ângulos $\omega t + \varphi_1$ e $\omega t + \varphi_2$ com o eixo dos xx.



O módulo do vector soma calcula-se facilmente projectando um dos vectores na direcção do outro e na direcção perpendicular.

$$A^2 = (A_1 + A_2 \cos \Delta\varphi)^2 + (A_2 \sin \Delta\varphi)^2$$

Os três vectores rodam com velocidade angular ω uma vez que o ângulo aumenta com ωt . O sinal é um sinal sinusoidal de frequência ω e amplitude A. a intensidade é proporcional a A^2 e daí tira-se facilmente

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi)$$

Não é difícil ver por exemplo que se $\Delta\varphi$ for múltiplo de 2π o campo total tem uma amplitude de oscilação que é a soma de $\epsilon_r(r)$ e $\epsilon_t(r)$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(r,t) &= \epsilon_t(r) \cos(\omega t + \varphi_1) \\ &\quad + \epsilon_r(r) \cos(\omega t + \varphi_1 + \Delta\varphi) \\ &= [\epsilon_t(r) + \epsilon_r(r)] \cos(\omega t + \varphi_1) \quad \Delta\varphi = 2n\pi \quad (3a) \end{aligned}$$

Se pelo contrário $\Delta\varphi$ for múltiplo impar de π

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r},t) &= \varepsilon_i(\mathbf{r}) \cos(\omega t + \varphi_i) + \\ &+ \varepsilon_r(\mathbf{r}) \cos(\omega t + \varphi_r + \Delta\varphi) \\ &= [\varepsilon_i(\mathbf{r}) - \varepsilon_r(\mathbf{r})] \cos(\omega t + \varphi_i) \end{aligned}$$

$$\Delta\varphi = (2n + 1)\pi \quad (3b)$$

a amplitude de oscilação é $\varepsilon(\mathbf{r}) = |\varepsilon_i(\mathbf{r}) - \varepsilon_r(\mathbf{r})|$. Os detectores de radiação são invariavelmente detectores de intensidade isto é dão um sinal proporcional à energia transportada pela onda que é por sua vez proporcional ao quadrado da amplitude $|\varepsilon(\mathbf{r})|^2$. Assim na zona de interferências a intensidade da onda passa a oscilar entre um valor máximo ($\Delta\varphi = 2n\pi$),

$$I_{\text{máx}} = I_r + I_t + 2\sqrt{I_r I_t} \quad (4a)$$

e um valor mínimo ($\Delta\varphi = (2n + 1)\pi$)

$$I_{\text{mín}} = I_r + I_t - 2\sqrt{I_r I_t} \quad (4b)$$

em que I_r e I_t são as intensidades dos feixes sobrepostos. Em geral (ver caixa)

$$I[\Delta\varphi] = I_r + I_t + 2\sqrt{I_r I_t} \cos(\Delta\varphi) \quad (5)$$

É importante notar que as oscilações de intensidade entre $I_{\text{máx}}$ e $I_{\text{mín}}$ ocorrem em distâncias da ordem do comprimento de onda. Esta distribuição espacial de máximos e mínimos, o padrão de interferência, é um sinal inequívoco da sobreposição de ondas.

3. Fotões

Nos dias que correm raro será o leitor que não tenha ouvido dizer que a luz é constituída por «pacotes» de energia discreta, os fotões. Um fotão tem uma energia $\hbar\omega$ em que \hbar é a constante de Planck dividida por 2π e ω a frequência angular da radiação. A evidência clássica da existência de fotões é o efeito fotoeléctrico — emissão de electrões por um metal como resultado de iluminação e está resumida na caixa da página 5. Que os fotões têm de facto comportamento de partículas é

bem demonstrado no efeito de Compton — difusão de radiação por electrões — em que as variações da direcção e frequência da radiação podem ser compreendidas considerando o processo como uma colisão entre duas partículas — fotão e electrão — sujeito às leis de conservação de momento e energia [3]. Esta granularidade da radiação é bem patente nas medições de intensidade de feixes muito atenuados. Essas medições são essencialmente operações de contagem do número de fotões. A grande maioria dos detectores funciona na base do efeito fotoeléctrico. A absorção de um fotão é assinalada pela emissão de um electrão de um cátodo. Esse electrão pode ser acelerado para um outro eléctrodo a um potencial eléctrico elevado relativamente ao cátodo emissor, vindo como resultado causar a emissão de vários electrões do segundo eléctrodo. Este processo pode ser repetido com eléctrodos adicionais (cada um a um potencial superior ao do anterior) dando origem no final a um pulso de corrente macroscopicamente detectável. Um tal dispositivo fotomultiplicador pode pois contar fotões individualmente desde que o seu tempo de recuperação entre descargas seja inferior ao intervalo de tempo médio entre fotões.

Embora todos estes factos nos possam encorajar a pensar na radiação como um conjunto de partículas, os fotões, as experiências de interferência atrás referidas colocam alguns problemas. Suponhamos que na montagem da Fig. 3 retiramos o espelho M. Isso significa que os fotões que por via deste espelho atingiam a zona de sobreposição dos dois feixes deixam de o fazer. Mas, como desaparece o efeito de interferências, nos pontos onde a interferência era destrutiva a intensidade — número de fotões por unidade de tempo — aumenta! Será isto devido a um subtil processo de interacção entre fotões? Ou será que os fotões não são partículas?

É de uma curiosa ironia que o primeiro tratamento quantitativo do efeito fotoeléctrico que um estudante de física encontra no seu

curso é baseado numa representação inteiramente clássica da radiação. Os aspectos experimentais lembrados na caixa desta página derivam inteiramente do carácter quântico do sistema de detecção! Pensemos por exemplo no fotomultiplicador. Como o respectivo disparo é iniciado por emissão de um electrão do cátodo e como não podem ser emitidas fracções de electrão, um tal sistema tem que

Efeito Fotoeléctrico

A evidência que, supostamente, levou Einstein em 1905 a propor que a radiação era constituída por porções discretas de energia $\hbar\omega$ foi a seguinte:

- Qualquer que seja a intensidade de iluminação existe uma frequência limite da radiação ω_L abaixo da qual não há emissão de fotoelectrões. Para $\omega > \omega_L$ a energia cinética dos electrões varia linearmente com ω .
- Mesmo para intensidades muito baixas é possível a emissão de fotoelectrões. Isto é, há electrões emitidos mesmo para tempos de exposição $\Delta\tau$ tão curtos que a energia em média depositada pelo feixe no metal é insuficiente para lhe arrancar um electrão.

O primeiro aspecto foi demonstrado convincentemente por Millikan em 1916 [4] o segundo por Davis e Mandel [5] em 1973.

A dependência na frequência acima da referida compreende-se facilmente se se admitir que a emissão de cada fotoelectrão resulta da absorção de uma quantidade de energia $\hbar\omega$ do feixe. Por outro lado se os tempos de chegada dessas porções discretas de energia forem aleatórias o número desses fotões que atingem o metal num curto intervalo $\Delta\tau$ será variável. Ainda que o número médio seja inferior a um haverá ocasiões em que será igual ou superior podendo dar origem a emissão de fotoelectrões.

dar origem a uma série de impulsos discretos. Considerações como estas levaram alguns físicos a propor em alternativa à teoria quântica da radiação, teorias semiclássicas, em que a radiação é tratada como em física clássica mas os sistemas materiais são quantificados. Assim num decaimento de um átomo entre dois níveis de energias E_f e E_i seria emitido um grupo de ondas clássico de energia total $E_f - E_i$ e com frequência média dada pela condição de Bohr, $\hbar\omega = E_f - E_i$. Estes grupos de onda seriam os fotões. A explicação das interferências torna-se possível pois estes grupos de onda verificam o princípio de sobreposição. Como vamos ver a experiência que vai ser discutida à frente, coloca graves problemas a este tipo de teoria. Os fotões têm um comportamento corpuscular e apesar disso interferem. E as interferências não são devidas a qualquer interacção entre os fotões.

4. Interferências com fotões

A experiência de Grangier, Roger e Aspect [2] utiliza um interferómetro de Mach-Zehnder que é apenas uma versão um pouco mais elaborada da montagem da Fig. 3. A radiação incide primeiro num divisor de

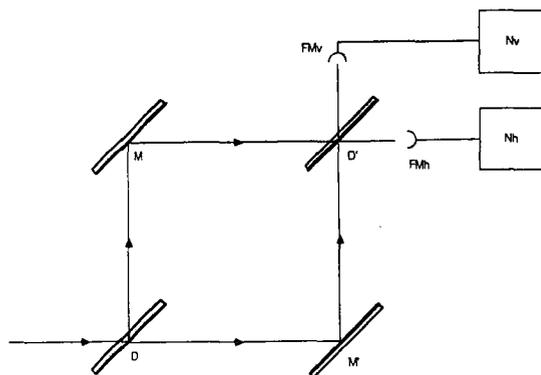


Fig. 4 — Interferómetro de Mach-Zehnder. As intensidades das duas saídas dependem da diferença de fase entre os dois caminhos.

feixe D (ver Fig. 4) colocado a 45°. O feixe incidente é dividido em dois feixes perpendi-

culares de igual intensidade. Estes são reflectidos em dois espelhos M e M' de modo a incidirem num segundo divisor de feixe paralelo ao primeiro, D' . Cada um destes feixes dá origem agora a um feixe transmitido e reflectido. Como se vê na Fig. 4 em cada um dos canais de saída de D' sobrepõem-se o feixe reflectido de uma entrada com o transmitido da outra. Daí que as intensidades nas saídas horizontal e vertical dependem da diferença de fase entre os dois caminhos. Sendo I_h e I_v as intensidades nas entradas teremos nas saídas

$$I'_h = \frac{I_h}{2} + \frac{I_v}{2} + \sqrt{I_h I_v} \cos(\Delta\varphi)_h$$

$$I'_v = \frac{I_h}{2} + \frac{I_v}{2} + \sqrt{I_h I_v} \cos(\Delta\varphi)_v$$

Em que $(\Delta\varphi)_h$ e $(\Delta\varphi)_v$ são as diferenças de fase entre os sinais que se sobrepõe nas saídas h e v . Estas intensidades são medidas pelos fotomultiplicadores, FM_h e FM_v , colocados no foco de lentes convergentes em cada saída. Por conservação de energia temos que ter

$$I'_h + I'_v = I_h + I_v$$

o que significa que $(\Delta\varphi)_h$ e $(\Delta\varphi)_v$ diferem de um múltiplo ímpar de π . Esta diferença de fase é devida a variações de fase introduzidas pelas reflexões. Na figura representa-se uma situação em que os caminhos ópticos dos sinais da saída h são absolutamente idênticos o que implica $(\Delta\varphi)_h = 0$. Neste caso a $(\Delta\varphi)_v = \pi$ (note-se que os percursos ópticos são diferentes, um tem 3 reflexões e o outro apenas uma) e, para $I_h = I_v$, a intensidade é nula.

Um deslocamento paralelo dos espelhos M ou M' (na direcção do feixe que sobre eles incide) varia o respectivo caminho óptico e faz oscilar, em oposição de fase as taxas de contagem de FM_h e FM_v . Na Fig. 5 reproduzem-se os resultados obtidos. No eixo vertical indica-se o número de fótons contados em 15 segundos e no horizontal a diferença de

caminhos entre os dois braços do interferómetro. Esta experiência não passaria de uma experiência clássica de interferências de dois feixes se os autores não tivessem garantido de um modo assaz curioso que no conjunto dos dois feixes só há...um fóton.

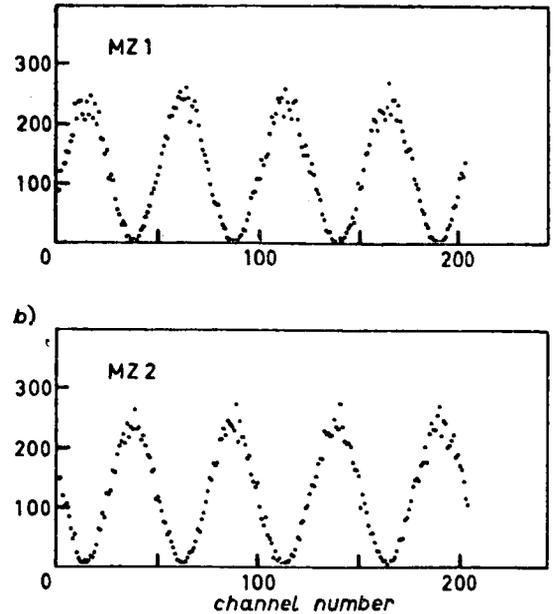


Fig. 5 — Número de fótons detectados em 15 experiências de 1 segundo cada nas duas saídas do interferómetro em função da diferença de caminhos. A unidade corresponde a uma variação de $\lambda/50$. (Reproduzido de ref. [2]).

Um fóton de cada vez

A fonte usada nesta experiência é constituída por átomos ^{40}Ca excitados simultaneamente por dois lasers («pump lasers»). Por razões que tem a ver com a conservação do momento cinético é impossível a transição directa de um estado fundamental para o estado excitado em causa por absorção de um só fóton (*). A excitação faz-se através de um estado intermediário com absorção de dois fótons. Pelas mesmas razões a desexcitação

(*) Ambos os estados excitado e fundamental tem momento cinético nulo. O fóton só pode ter, na direcção de propagação, momento cinético $+\hbar$ ou $-\hbar$

é realizada com a emissão de dois fótons frequentemente em direcções opostas. Como o estado intermediário tem um tempo de vida muito curto, $\tau_s \approx 4,7 \times 10^{-9}$ s, o intervalo de tempo entre a emissão de dois fótons só raramente é superior a $w = 2\tau_s$. Variando a intensidade dos lasers de excitação podemos variar o número de decaimentos (pares de fótons) da fonte por unidade de tempo. Os dados da Fig. 5 foram obtidos numa situação de um decaimento em média num intervalo $10w \approx 94 \times 10^{-9}$ s. Por sua vez os contadores associados a FM_h e FM_v só estão activos durante um intervalo w após a detecção de um fóton da fonte num outro fotomultiplicador de referência FM_g (Fig. 6). Durante este inter-

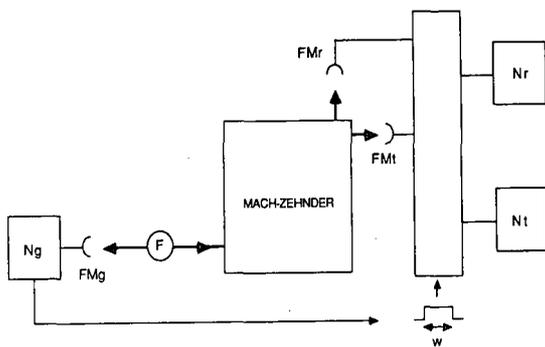


Fig. 6 — A detecção de um fóton em FM_g origina um sinal electrónico que activa os contadores durante um intervalo w pré-estabelecido.

valo é muito mais provável a presença no interferómetro do segundo fóton do mesmo decaimento do que qualquer outro. Por esse processo a contagem só é feita em situações em que, com elevada probabilidade, o campo electromagnético no interferómetro só contém um fóton!

Os resultados da Fig. 5 mostram então que as probabilidades de um fóton isolado ser encontrado numa outra das saídas do interferómetro depende da *posição relativa* dos dois espelhos M e M' . Parece inevitável concluir que de algum modo o fóton tem que se dividir pelos dois caminhos disponíveis no primeiro divisor de feixe. Repare-se que isto é exacta-

mente o que esperaríamos se o fóton fosse representado por um grupo de ondas como foi referido no §3. Antes de discutirmos o modo como os autores mostraram experimentalmente que o fóton de facto não se divide relembremos a frase de Dirac que esta experiência realiza de um modo admirável, «Um fóton só interfere consigo próprio».

5. Características corpusculares e efeitos de anticorrelação na detecção de fótons

Na segunda montagem realizada nesta experiência os autores substituíram os espelhos M e M' por dois fotomultiplicadores FM_r , FM_t em relação aos quais mediram não só as taxas de contagem como também a taxa de coincidências isto é o número de vezes que ambos os fotomultiplicadores dispararam no mesmo intervalo w de activação (Fig. 7).

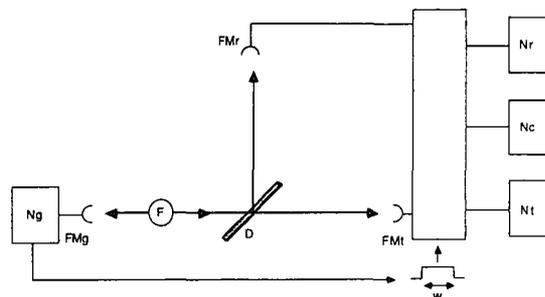


Fig. 7 — Nesta montagem são medidas as taxas individuais N_r , N_t , e a taxa de coincidências N_c , o número de vezes que FM_r e FM_t dispararam ambos no mesmo intervalo de activação.

Suponhamos que efectivamente o fóton (o que quer que ele seja) se divide em duas partes iguais no primeiro divisor de feixe, como aconteceria com um grupo de ondas clássico. As duas partes do fóton chegaram aos contadores ao mesmo tempo. Se os detectores tivessem uma eficiência de 100 %, disparando sempre que um «meio-fóton» os atingisse, então eles disparariam sempre em conjunto. A taxa de coincidências N_c seria simplesmente $N_c = N_r = N_t$. De qualquer modo

a taxa de coincidências seria elevada. Por outro lado se o fóton se comportar como uma partícula e mantiver a sua integridade ele aparecerá num ou no outro detector e não haverá coincidências, a não ser aquelas que sejam originadas pela presença de dois fótons no aparelho. Isso implica dois decaimentos atômicos no intervalo w e portanto essas coincidências desaparecerão à medida que a intensidade da fonte diminui.

Este argumento pode formular-se de um modo quantitativo com relativa facilidade. Na hipótese de o fóton se dividir seja η a probabilidade de um «meio fóton» atingir o detector FM_r (ou FM_t) dado que o outro fóton do mesmo decaimento atômico fez disparar FM_g . Sendo γ_r a probabilidade de FM_r disparar dado que o meio fóton o atinge temos para a taxa de contagem N_r

$$N_r = \gamma_r \eta N_g$$

De modo idêntico

$$N_t = \gamma_t \eta N_g$$

O dispositivo experimental é tal que se «meio fóton» atinge o FM_r a outra metade também atinge FM_t . Logo a taxa de coincidências é

$$N_c = \gamma_r \gamma_t \eta N_g$$

Pois η é a probabilidade de ambas as «porções» de fóton atingirem os respectivos detectores. Definindo o parâmetro de correlação

$$\alpha \equiv \frac{P_c}{P_t P_r}$$

em que

$$P_t = N_t / N_g; \quad P_r = N_r / N_g \quad P_c = N_c / N_g$$

são as probabilidades de cada detector (P_t , P_r) ou de ambos os detectores (P_c) dispararem num intervalo de activação, obtém-se (**)

$$\alpha = \frac{N_c N_g}{N_r N_t} = \frac{1}{\eta} \geq 1$$

Um valor de $\alpha=1$ corresponde a $P_c = P_t P_r$, isto é inexistência de correlação entre as detecções em FM_r e FM_t . Um valor de $\alpha < 1$ indica uma anticorrelação entre as detecções (cada detector tem maior probabilidade de não detectar dado que o outro detectou). Os resultados desta experiência estão reproduzidos na Fig. 8. No eixo horizontal representa-se o número médio de decaimentos atômicos no intervalo de w . Como se vê para um $wN < 1$, α é significativamente inferior à unidade. Cada fóton aparece em FM_r ou FM_t ; quando um dispara o outro não!

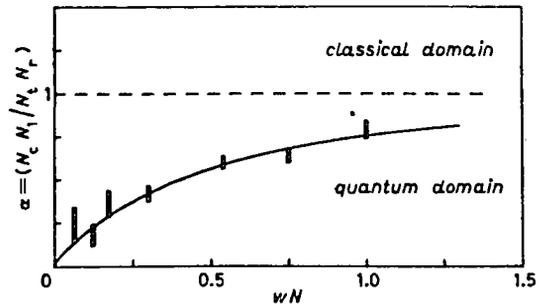


Fig. 8 — O parâmetro de anticorrelação é substancialmente inferior ao limite clássico quando são raras as coincidências devidas à existência de dois decaimentos atômicos no intervalo de activação w . Os pontos experimentais são as barras cujo tamanho corresponde a um desvio padrão. No eixo horizontal representa-se o número médio de decaimentos no intervalo de activação w .

6. Dualidade onda-corpúsculo Complementaridade

Esta é pois a situação experimental. Numa experiência em que uma alternativa entre dois caminhos é «oferecida» a um fóton observamos o efeito de interferência dos dois caminhos. Mas se modificarmos a experiência de modo a poder determinar o trajecto do fóton desco-

(**) Esta desigualdade pode ser obtida num contexto mais geral do que é aqui referido. Mais o fundo da questão permanece o discutido aqui. A anticorrelação — se o fóton aparece num lado não aparece no outro — é uma característica corpuscular.

brimos que ele «escolhe» apenas um dos dois caminhos. Como é que o fóton «sabe», ao interagir com o divisor de feixe se vai encontrar uma ou a outra das situações experimentais? Este é o cerne do carácter paradoxal da dualidade onda-corpúsculo (qualquer partícula, electrão, neutrão..., comporta-se exactamente como o fóton neste contexto).

É possível elaborar este tipo de experiência de modo a tornar ainda mais problemática a «decisão» do fóton. Em experiências realizadas por dois grupos um da Universidade de Munique [6] e outro de Maryland [7] um dos braços do interferómetro é mantido bloqueado (com a consequente possibilidade de determinação do trajecto do fóton) até *depois de o pulso de radiação que contém o fóton ter passado o divisor de feixe*.

Na experiência do grupo da Universidade de Maryland o desbloqueamento é decidido aleatoriamente dependendo da emissão ou não de um fotoelectrão por acção de um outro pulso de radiação. No entanto o padrão de interferências obtido deste modo é perfeitamente idêntico ao que se obtém no modo normal de funcionamento do interferómetro. Por outras palavras a escolha do dispositivo de observação pode ser feita após a interacção do fóton com o divisor de feixe sem que isso em nada afecte o comportamento observado com esse dispositivo. Estas experiências são conhecidas como experiências de escolha retardada e foram popularizadas por John Wheeler da Universidade do Texas.

Não é o objectivo deste artigo discutir em detalhe o modo como a Mecânica Quântica, na sua versão «ortodoxa», ou qualquer das alternativas que lhe tem sido propostas, organiza e conceptualiza estes fenómenos. Mas seria injusto para o leitor com paciência suficiente para chegar até aqui, não lhe deixar algumas pistas que deem uma ideia do modo como esta teoria resolve estas aparentes contradições.

Do ponto de vista da teoria quântica o aspecto crucial é que os dispositivos experimentais que permitem a observação de inter-

ferências e a determinação do trajecto do fóton são mutuamente exclusivos. Isto é, a observação de um destes fenómenos preclui a observação do outro. Se detectarmos o fóton num dos braços do interferómetro esse caminho fica bloqueado e nesse caso, obviamente, não há interferências, não há dois feixes reunidos no segundo divisor de feixe. O leitor poderia pensar que existem maneiras de detectar o fóton sem o absorver; de facto há. Num artigo seguinte referiremos experiências (não com fótons) em que isso acontece. Mas é uma afirmação fundamental da teoria quântica que qualquer alteração do interferómetro que permita determinar o trajecto do fóton será também suficiente para fazer desaparecer o fenómeno de interferência. A mútua exclusividade entre dispositivos que revelam as interferências e determinam o trajecto do fóton verifica-se para qualquer tipo de montagem. Este é um aspecto que distingue de um modo essencial a Física Quântica da Clássica. A ideia que qualquer observação sobre um sistema pode, *em princípio*, ser feita sem qualquer alteração significativa do seu comportamento futuro, está tão entrosada nas concepções clássicas que estas teorias podem ser (e normalmente são) formuladas sem qualquer referência aos processos de observação.

Na Física Quântica isso não é mais possível. As teorias quânticas apenas fornecem previsões para situações de observação concretas e bem definidas. Ninguém o disse melhor que Niels Bohr [1]:

«As regards the specification of conditions for any well defined application of [quantum] formalism it is moreover essential that the *whole experimental arrangement* be taken into account» (sublinhado do próprio Bohr).

Qualquer modificação do dispositivo experimental de observação implica novas condições de aplicação do formalismo, isto é, novas previsões. No caso presente, para o interferómetro na configuração inicial, a Mecânica Quântica prevê as interferências. Mas não faz

qualquer afirmação sobre o trajecto dos fotões entre os dois divisores de feixe. Só é possível obter informação sobre esse aspecto modificado a configuração experimental. Mas nesse caso temos um novo conjunto de previsões, em particular, observações de anticorrelação de detecções simultâneas em caminhos distintos e desaparecimento de interferências. Assim os aspectos ondulatórios (interferências) e corpusculares (anticorrelação) do fóton não podem ser vistos como atributos do fóton em si, são inseparáveis do dispositivo experimental que permite a sua concretização. Ora estes dispositivos são mutuamente exclusivos. Estes dois comportamentos do fóton dizem-se (terminologia de Niels Bohr) complementares. Dando novamente a palavra a Bohr [8]:

«In fact it is only the mutual exclusion of any two experimental procedures, permitting the unambiguous definition of complementary physical quantities, which provides room for new physical laws, the coexistence of which might at first sight appear irreconcilable with the basic principles of science».

A seguinte questão pode ter-se insinuado na mente do leitor atento. E o funcionamento desses dispositivos experimentais não é ele próprio explicável pela Mecânica Quântica? Esta questão poderia conduzir-nos a águas muito profundas. Tão profundas de facto que

ninguém ainda sabe quanto. Uma excelente introdução a este problema pode ser encontrada na ref. [9].

REFERÊNCIAS

- [1] NIELS BOHR — «Atomic Physics and Human Knowledge» p. 32, John Wiley and Sons NY 1958 (reproduzido de «Albert Einstein: Philosopher-Scientist» The Library of Living Philosophers Inc, Evanston Illinois vol. 7, 1949).
- [2] P. GRANGIER, G. ROGER, A. ASPECT — *Europhysics Lett* p. 173 (1986).
- [3] Ver por exemplo — «College Physics-Physical Science Study Committee», Raytheon Education Company 1986.
- [4] R. MILLIKAN — «Nobel lectures in Physics» 1922-1941 Elsevier Publishing Company-Amsterdam 1956.
- [5] MANDEL L., DAVIS — «Coherence and Quantum Optics» pp. 115-118 eds. L. Mandel e E. Wolf, Plenum Press NY, 1973.
- [6] W. SLEICH, H. WALTHER — Actas do Simpósio Internacional «Foundations of Quantum Mechanics in the Light of New Technology» p. 25 ed. Physical Society of Japan 1987.
- [7] C. O. ALLEY, G. JAKUBOWICZ, W. C. WICKES — Ref. [6] p. 36.
- [8] NIELS BOHR — *Phy. Rev.* **48**, 696 (1935) (citação incluída na ref. [1]).
- [9] A. J. LEGGETT — «The Lesson of Quantum Theory» p. 35, eds. J. de Boer, E. Dal, O. Ulfbeck, Elsevier publishers B. V., 1986.

GAZETA DE FISICA

Publicidade

Tiragem actual — 2200

Periodicidade — trimestral

Leitores: professores e estudantes de Física (ensinos secundário e superior).
investigadores, técnicos industriais

Preços por fascículo*:

Fracção de página	1/4	1/2	1/1
Preto e branco	6	10	20
Com cor adicional	7	12	24

* em contos; these costs also apply to foreign advertisers (1 conto = 1000 Esc.)

Assinatura anual: 20 % de desconto

Contactos telefónicos: SPF, Lisboa 773251 (Maria José Couceiro)
Porto 310290-21653 (Prof. J. M. Moreira)

Propagação de feixes Laser

I — Estudos teóricos

M. B. MARQUES (*) e JOSÉ R. SALCEDO

Laboratório de Física, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto
Praça Gomes Teixeira — 4000 PORTO

Neste trabalho é apresentado, com intuítos didácticos, o cálculo das equações de propagação para ondas esféricas-gaussianas, na aproximação de Fresnel. Num segundo artigo, será apresentada a aplicação destas leis, em conjugação com um dispositivo experimental, para a caracterização do feixe emitido por um laser gasoso. Este dispositivo permitirá aferir, experimentalmente, a aplicabilidade das leis de propagação deduzidas neste artigo.

1. Introdução

Ondas electromagnéticas esféricas-gaussianas, isto é, aquelas que são caracterizadas por uma distribuição de fase esférica e por uma distribuição de amplitude (e, por consequência, de intensidade) gaussiana, são modelos matemáticos apropriados para a descrição do tipo de ondas associadas a feixes laser, num vasto conjunto de situações correntes. Proporcionam, assim, uma ferramenta matemática importante no estudo da propagação de feixes laser, de forma apropriada em muitas situações. Feixes laser associados às designadas «cavidades estáveis» [1-5], podem em geral ser representados por ondas esféricas-gaussianas. As distribuições de campo electromagnético associadas a estas cavidades são em geral «bem comportadas», isto é, com variações transversais em fase e amplitude «suaves», numa escala de distâncias comparável ao comprimento de onda. Em geral já tal não sucede com os feixes laser associados às designadas «cavidades não-estáveis». Neste tipo de cavidades, as distribuições de campo electromagnético são caracterizadas por variações bruscas de fase ou de amplitude em planos transversais, pelo que um tratamento analítico mais rigoroso e até numérico é exigido [6, 7].

O objectivo do presente trabalho é estabelecer as leis de propagação de ondas esféricas-gaussianas. Num segundo artigo será apresentado um estudo experimental, em que se aplicam os princípios gerais aqui desenvolvidos.

2. Ondas esféricas-gaussianas: conceitos básicos

Vamos iniciar o estudo revendo alguns princípios básicos sobre ondas com distribuições específicas de fase.

Uma onda electromagnética designa-se, quanto à sua distribuição de fase, pela topologia da superfície que representa o lugar geométrico dos pontos da «frente de onda», isto é, aquela superfície de pontos definida pela condição «fase=constante». Numa onda «esférica» é, assim, aquela em que essa superfície é uma esfera. Conhecida a localização do centro («fonte»), um grau de liberdade é suficiente para determinar univocamente a esfera: o raio R é o parâmetro mais conveniente.

Em corte transversal a distribuição de fase de uma onda deste tipo será:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(x,y) &= \exp[-jk(R^2 + x^2 + y^2)^{1/2}] \approx \\ &\approx \exp\left[-jk\left(R + \frac{x^2 + y^2}{2R} + \dots\right)\right] \approx \\ &\approx \exp(-jkR) \cdot \exp\left[-jk\left(\frac{x^2 + y^2}{2R}\right)\right] \quad (1) \end{aligned}$$

(*) Bolseiro do I.N.I.C.

Assim, sempre que deparamos com uma variação transversal da distribuição de fase, de uma onda electromagnética, do tipo

$$\Phi(x,y) = k \frac{x^2 + y^2}{2R} = \frac{\pi}{R\lambda} (x^2 + y^2) \quad (2)$$

reconhecemos de imediato a sua distribuição esférica de fase, e dizemos que a onda correspondente é uma onda esférica.

Concentremo-nos de seguida na distribuição de amplitude que poderá estar associada a uma onda. Vamos considerar, em particular, uma distribuição gaussiana, com:

$$|\tilde{u}(x,y)| = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\omega^2}\right) \quad (3)$$

$$\text{tal que } \iint |\tilde{u}(x,y)|^2 dx dy = 1$$

Esta normalização da intensidade da onda tem o sentido de fixar o fluxo total de potência num valor unitário, o que é conveniente.

Assim, em geral, poderemos escrever para uma onda esférica-gaussiana (convencionaremos, em tudo o que se segue, que o primeiro adjectivo classifica a distribuição de fase e o segundo a de amplitude):

$$\tilde{u}(x,y) = \underbrace{\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega}}_{\text{norm.}} \underbrace{\exp\left(-j \frac{\pi}{\lambda} \frac{x^2 + y^2}{R}\right)}_{\text{fase esférica}} \cdot \underbrace{\exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\omega^2}\right)}_{\text{amplitude gaussiana}} \quad (4)$$

Podemos simplificar esta expressão combinando os expoentes:

$$\begin{aligned} & -j \frac{\pi}{\lambda} \frac{x^2 + y^2}{R} - \frac{x^2 + y^2}{\omega^2} = \\ & = -j \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{R} - j \frac{\lambda}{\pi\omega^2} \right) (x^2 + y^2) = \\ & = -j \frac{\pi}{\lambda} \frac{x^2 + y^2}{\tilde{q}} \quad (5) \end{aligned}$$

em que introduzimos o parâmetro:

$$\frac{1}{\tilde{q}} \equiv \frac{1}{R} - j \frac{\lambda}{\pi\omega^2} \quad (6)$$

Substituindo em (4), podemos assim escrever para uma onda esférica-gaussiana:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(x,y) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega} \exp\left(-jk \frac{x^2 + y^2}{2\tilde{q}}\right) = \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega} \exp\left(-j \frac{\pi}{\lambda} \frac{x^2 + y^2}{\tilde{q}}\right) \quad (7) \end{aligned}$$

Comparemos esta expressão com a que havíamos escrito, anteriormente, para uma onda esférica-plana:

$$\tilde{u}(x,y) \propto \exp\left(-j \frac{\pi}{\lambda} \frac{x^2 + y^2}{R}\right) \quad (8)$$

Comparando estas duas últimas expressões, verificamos imediatamente que o parâmetro complexo, \tilde{q} [1, 4], pode ser considerado uma generalização directa do raio de curvatura real da frente de onda, como havíamos visto:

\tilde{q} : raio de curvatura complexo da onda esférica-gaussiana.

Este parâmetro é interessante: na sua parte real, contém a totalidade de informação necessária para especificar a distribuição esférica da fase (R), e na sua parte imaginária, a informação necessária à especificação da distribuição gaussiana da amplitude (ω). O comprimento de onda λ surge de forma natural.

Como conclusão, uma onda esférica-gaussiana pode ser representada, na sua forma mais geral, do seguinte modo:

$$\tilde{u}(x,y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega} \exp\left(-j \frac{\pi}{\lambda} \frac{x^2 + y^2}{\tilde{q}}\right) \quad (9)$$

$$\text{em que: } \frac{1}{\tilde{q}} \equiv \frac{1}{R} - j \frac{\lambda}{\pi\omega^2}$$

(\tilde{q} é o raio de curvatura complexo)

3. Propagação de ondas esféricas-gaussianas

3.1. Princípio de Huyghens

Vamos agora estudar a propagação deste tipo de ondas, em meios homogêneos e isotrópicos. Neste estudo, resulta muito conveniente a aplicação do princípio de Huyghens. As premissas necessárias para que tal seja válido, são:

- as variações transversais na frente de onda sejam pequenas, na escala dimensional do comprimento de onda;
- as dimensões características do problema (dimensão dos componentes ópticos, distância de propagação e outras) sejam muito superiores ao comprimento de onda.

Da definição do princípio de Huyghens, (sobreposição vectorial de ondas esféricas emitidas por «fontes elementares» distribuídas uniformemente pela frente de onda [5], resulta de forma simples o seguinte integral que permite calcular a onda propagada a partir de um «estado anterior»:

$$\tilde{u}(x,y) = \frac{j}{\lambda} \iint \tilde{u}_0(r_0) \frac{1 + \cos \alpha}{2} \cdot \frac{\exp(-jk |r - r_0|)}{|r - r_0|} dx_0 dy_0 \quad (10)$$

Podemos representar a situação na forma geométrica indicada na Fig. 1.

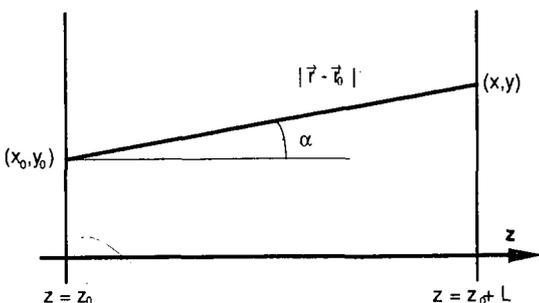


Fig. 1 — Geometria utilizada.

3.2: Aproximação de Fresnel

Assumindo o formalismo de ondas esféricas-gaussianas como um modelo matemático apropriado para a descrição de feixes laser na sua expressão mais simples e corrente, podemos considerar, neste ponto da análise, algumas simplificações:

- i) $\frac{1 + \cos \alpha}{2} \approx 1$, para uma divergência angular pequena
- ii) $|r - r_0| \approx |z - z_0| \equiv L$
- iii) $k |r - r_0| \equiv k [(z - z_0)^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{1/2} \approx k \left[L + \frac{(x - x_0)^2}{2L} + \frac{(y - y_0)^2}{2L} + \dots \right]$ (11)

Esta é a chamada aproximação de Fresnel. É fácil verificar que é válida para casos típicos de propagação de feixes laser.

Se a for a dimensão transversal característica, o majorante do erro cometido na expansão é:

$$\frac{k(x - x_0)^4}{4L^3} \approx \frac{\pi}{2} \frac{a^4}{L^3 \lambda} \quad (12)$$

este erro é desprezável se for muito inferior a $\frac{\pi}{2}$:

$$\frac{a^2}{L\lambda} \ll \left(\frac{L}{a}\right)^2$$

o que é válido para casos típicos em que as dimensões são da ordem de: $a = 1 \text{ mm}$, $L = 1 \text{ m}$, $\lambda = 1 \mu\text{m}$.

Como conclusão, na aproximação de Fresnel, podemos então escrever o integral de Huyghens:

$$\tilde{u}(x,y) = \frac{j \exp(-jkL)}{L\lambda} \iint_{\text{entrada}} \tilde{u}_0(x_0, y_0) \cdot \exp \left[-j \left(\frac{k}{2L} \right) [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] \right] dx_0 dy_0 \quad (13)$$

que representa a convolução entre $\tilde{u}_0(x_0, y_0)$ e um «kernel» gaussiano.

Este integral permite propagar uma onda electromagnética, na aproximação de Fresnel, cuja aplicabilidade à propagação de ondas esféricas-gaussianas, que descrevem feixes laser comuns, foi já demonstrada. Na secção seguinte resolveremos o integral e obteremos as leis de propagação de feixes gaussianos.

4. Leis de propagação

Vamos agora aplicar o integral de Huyghens à propagação de uma onda esférica-gaussiana.

Assumindo uma onda colimada à entrada, sem perda de generalidade:

$$\tilde{u}_0(x_0, y_0) = \frac{\sqrt{2}}{\omega_0 \sqrt{\pi}} \exp \left[\frac{-jk}{2\tilde{q}_0} (x_0^2 + y_0^2) \right] \quad (14)$$

com $\tilde{q}_0 = j \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}$. Logo,

$$\begin{aligned} \tilde{u}(x, y, z) = & j \frac{\sqrt{2}}{\omega_0 \lambda \sqrt{\pi}} \frac{\exp(-jkz)}{z} \cdot \\ & \cdot \iint \exp \left\{ \frac{-jk [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]}{2z} \right\} \cdot \\ & \cdot \exp \left[-jk \frac{(x_0^2 + y_0^2)}{2\tilde{q}_0} \right] dx_0 dy_0 \quad (15) \end{aligned}$$

Desenvolvendo o produto das exponenciais:

$$\begin{aligned} \frac{1}{z} (x-x_0)^2 + \frac{x_0^2}{\tilde{q}_0} &= \frac{x^2}{\tilde{q}_0 + z} + \\ & + \left(\frac{1}{\tilde{q}_0} + \frac{1}{z} \right) (x_0 - \beta x)^2 \quad (16) \end{aligned}$$

com $\beta = \frac{\tilde{q}_0}{\tilde{q}_0 + z}$

Substituindo na equação (15) temos:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(x, y, z) = & j \frac{\sqrt{2} \exp(-jkz)}{z \omega_0 \lambda \sqrt{\pi}} \cdot \\ & \cdot \exp \left(-j \frac{k}{2} \frac{x^2 + y^2}{\tilde{q}_0 + z} \right) \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \iint \exp \left\{ -\frac{jk}{2} \left(\frac{1}{\tilde{q}_0} + \frac{1}{z} \right) \cdot \right. \\ & \left. \cdot [(x_0 - \beta x)^2 + (y_0 - \beta y)^2] \right\} dx_0 dy_0 \quad (17) \end{aligned}$$

Fazendo agora a mudança de variáveis para integração:

$$x_1 = x_0 - \beta x; \quad y_1 = y_0 - \beta y,$$

temos:

$$\begin{aligned} \frac{j}{\omega_0 \lambda z} \iint \exp(\dots) dx_0 dy_0 &= \frac{1}{\omega_0} \frac{1}{1+j} \frac{1}{\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2}} = \\ &= \frac{1}{\omega(z)} \exp [j \Psi(z)] \quad (18) \end{aligned}$$

com

$$\begin{aligned} \omega(z) &= \omega_0 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right)^2 \right]^{1/2} \\ \Psi(z) &= \tan^{-1} \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0} \right) \end{aligned}$$

5. Conclusão

Como conclusão, podemos dizer que, partindo de uma onda plana-gaussiana, cuja descrição é dada por:

$$\tilde{u}_0(x_0, y_0) = \frac{\sqrt{2}}{\omega_0 \sqrt{\pi}} \exp \left[\frac{-jk}{2\tilde{q}_0} (x_0^2 + y_0^2) \right]$$

obtemos, utilizando o princípio de Huygens, uma onda esférica-gaussiana:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(x, y, z) = & \frac{\sqrt{2}}{\omega(z) \sqrt{\pi}} \exp \{ -j [kz - \Psi(z)] \} \cdot \\ & \cdot \exp \left[\frac{-k}{2\tilde{q}(z)} (x^2 + y^2) \right] \quad (19) \end{aligned}$$

com:

$$\begin{aligned} \tilde{q}(z) &= \tilde{q}_0 + z = z + j \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}; \\ \frac{1}{\tilde{q}(z)} &= \frac{1}{R(z)} - j \frac{\lambda}{\pi \omega(z)} = \frac{1}{z + j \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}}; \end{aligned}$$

$$\omega(z) = \omega_0 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right)^2 \right]^{1/2};$$

$$\psi(z) = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right);$$

$$z_0 = \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} \equiv z_R;$$

$$R(z) = z + \frac{1}{z} \left(\frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} \right)^2$$

Os parâmetros mais importantes para a caracterização da onda esférica-gaussiana são: $R(z)$ o raio de curvatura da frente de onda, $\omega(z)$ a distância a partir do eixo para a qual a amplitude decresce para $1/e$ do seu valor máximo, e z_0 a distância de Rayleigh, distância para a qual $\omega(z)$ toma o valor $\sqrt{2} \cdot \omega_0$.

A variação dos parâmetros $\omega(z)$ e $R(z)$ com a distância de propagação está indicada nas Figs. 2 e 3.

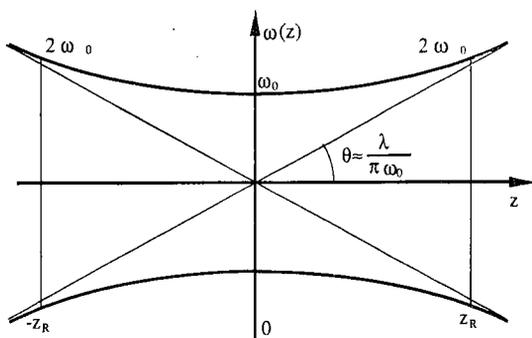


Fig. 2 - Variação do raio da distribuição de amplitude $[\omega(z)]$ com a distância.

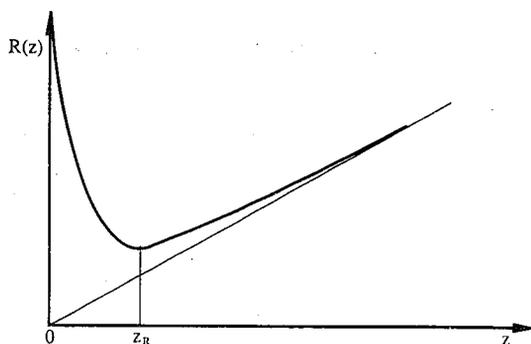


Fig. 3 - Variação do raio de curvatura da distribuição de fase $[R(z)]$ com distância.

BIBLIOGRAFIA

- [1] SIEGMAN, A. E. — «An Introduction to Lasers and Masers», McGraw-Hill, New York, cap. 8, (1971).
- [2] YARIV, A. — «Quantum Electronics», 2nd ed., Wiley, New York, cap. 6, (1975).
- [3] DEMTRÖDER, W. — «Laser Spectroscopy», Springer-Verlag Series in Chemical Physics, 5, cap. 5, (1981).
- [4] SIEGMAN, A. E. — «Lasers», University Science Books, cap. 14 a 17, (1986).
- [5] SALCEDO, J. — «Os Lasers», Revista Colóquio de Ciências, editada pela Fundação Calouste Gulbenkian, n.º 1, Fev. 88.
- [6] BOYD, G. D.; GORDON, J. P. — «Confocal Multimode Resonator for Millimeter Through Optical Wavelength Masers», Bell Sys. Tech. 40, p. 489, (1961).
- [7] FOX, A. G., Ting-YE LI — «Resonant Modes in a Maser Interferometer», Bell Sys. Tech. J., 40, p. 453, (1961).

JANTAR DE HOMENAGEM

Por ocasião do jubileu do Prof. Doutor J. Gomes Ferreira, da Faculdade de Ciências de Lisboa, um grupo de colegas e discípulos promove um jantar de homenagem ao casal Gomes Ferreira no próximo dia 2 de Junho.

Informações e Inscrições:

Departamento de Física da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa,
Edifício C1, Rua Ernesto de Vasconcelos, Campo Grande, 1700 LISBOA
Tel. 7583141, ext. 2161 ou 2162

A introdução à mecânica no ensino secundário (*)

MARÍLIA FERNANDES THOMAZ e NILZA VASCONCELOS

Departamento de Física e de Didáctica e Tecnologia Educativa
Universidade de Aveiro

Uma análise dos resultados de investigação sobre a aprendizagem em Mecânica levanta questões sobre as causas da persistência das ideias intuitivas apresentadas pelos alunos após o ensino formal, e sugere possíveis estratégias para evitar tal facto. No presente artigo desenvolve-se uma abordagem integrada para o ensino da cinemática e da dinâmica, no contexto do ensino secundário, fundamentada numa análise e reflexão sobre dados de investigação educacional nesta área. A abordagem é apresentada como alternativa à indicada nos actuais currícula e manuais escolares utilizados nas escolas.

1. Introdução

A problemática das ideias intuitivas, ou conceitos alternativos como são denominadas por vários investigadores, tem gerado nas duas últimas décadas um interesse cada vez maior entre psicólogos e investigadores em ensino das ciências. Um corpo de investigação rapidamente crescente revela que os alunos vêm para as aulas de ciências com ideias acerca dos conteúdos que vão ser alvo de instrução. Através da sua interacção com o mundo que os rodeia as crianças vão desenvolvendo noções, expectativas, sistemas explicativos ou descritivos que, em muitos casos, estão em contraste com as concepções científicas que se espera que os alunos aprendam. Essas ideias têm sido identificadas em alunos de diferentes idades e em diferentes conteúdos programáticos, e tem-se verificado que são altamente resistentes a mudança. Tem também sido demonstrado que essas ideias intuitivas ou conceitos alternativos podem, em certos casos, dificultar a aquisição de conceitos científicos.

Ao professor de ciências, consciente da existência dessas ideias e das suas implicações no processo de ensino/aprendizagem, põe-se então o problema de conseguir que um aluno que usa um certo conceito alternativo para interpretar um certo fenómeno passe a usar um conceito cientificamente aceite na interpretação quer desse fenómeno particular quer de outros em que o conceito esteja envolvido.

Dos resultados de investigação realizados nesta área surgem três ideias principais que são hoje de particular importância para o ensino das ciências, e em particular para o ensino da Física. A primeira diz respeito ao conhecimento que uma pessoa foi construindo através da sua interacção com o mundo. É com base nesse conhecimento que já desenvolveu que o aluno interpreta aquilo que o professor está a dizer. A segunda ideia incide sobre o facto de um indivíduo se esforçar por dar sentido ao seu mundo natural. Embora numa aula muitos alunos pareçam entender, por exemplo, que um corpo que não é actuado por forças continua sempre com a mesma velocidade, na sua experiência do dia a dia constata que isso não faz sentido, que não está de acordo com essa mesma experiência. Finalmente a terceira ideia revela que, embora partindo da mesma informação, indivíduos diferentes constroem conceitos diferentes.

Hoje em dia já existe muita evidência que corrobora estas três ideias. No entanto mais importante do que saber como é que as pessoas utilizam o seu conhecimento para interpretar o mundo, será saber como actuar de modo a ajudá-las a desenvolver as suas ideias na direcção das cientificamente aceites.

(*) Deste trabalho foi feita uma comunicação em forma de cartaz à 5.ª Conferência Nacional de Física, Física 88, realizada em Aveiro de 26 a 29 de Setembro de 1988.

Esta questão é semelhante à questão central que se põe aos filósofos contemporâneos da Ciência — compreender como mudam os conceitos quando confrontados com novas ideias ou novas informações. O processo envolvido na aprendizagem em ciências é claramente semelhante. Em ambos os casos existe uma interação entre o conhecimento existente e as ideias novas. O problema é portanto o de uma *mudança conceptual*. Tal como no processo do desenvolvimento científico, o qual se dá à custa da confrontação duma variedade de ideias em conflito, assim também o desenvolvimento conceptual do aluno se dará quando este tiver oportunidade para confrontar as suas ideias com as ideias dos outros, nomeadamente com as dos seus colegas. Tudo isto tem grandes implicações no ensino/aprendizagem de Física nomeadamente na sequência dos conteúdos que se pretende que os alunos aprendam, bem como na metodologia utilizada na sua abordagem. Nesta linha de pensamento apresentam-se nas secções seguintes alguns resultados de investigação sobre aprendizagem em Mecânica, sua análise e reflexão à luz da abordagem clássica, desenvolvendo-se em seguida uma abordagem integrada do ensino da cinemática e da dinâmica numa tentativa de evitar os problemas revelados pela investigação nesta área.

2. Resultados de investigação e implicações educacionais

Numerosos trabalhos de investigação [1-5] têm mostrado que grande número de alunos, mesmo após vários anos de ensino formal, continuam a fazer interpretações não newtonianas dos movimentos dos corpos, revelando possuir ideias semelhantes às dos alunos antes do ensino formal. Dentre as noções intuitivas em Mecânica frequentemente identificadas em trabalhos de investigação e comuns a populações de alunos com diferente formação científica em Física, três se apresentam com maior incidência, nomeadamente:

a) se um corpo se move, há uma força na direcção e sentido do movimento, i.é., o movimento implica a existência de uma força

na mesma direcção e sentido daquele (força que é muitas vezes considerada como uma «força interna»);

b) movimento uniforme requer uma força constante;

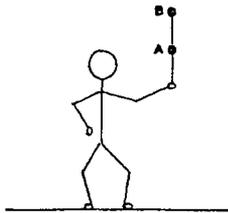
c) se um corpo está parado, não há forças a actuar sobre ele.

A origem destas ideias está numa certa identificação, feita pelos alunos, do conceito de força com o de velocidade. Note-se que a própria linguagem comum reforça esta ideia. (É vulgar ouvir-se a frase «aquele carro vai com muita força» significando que vai com muita velocidade). Este facto origina dificuldades de aprendizagem em Mecânica como a seguir se ilustram com alguns exemplos.

i) *Dificuldades na identificação de uma força contrária ao movimento (por exemplo: força de atrito, força gravítica, etc.).*

Os quadros I e II apresentam a percentagem de respostas alternativas dadas a dois itens dum questionário sobre o conceito de força, aplicado a alunos ingleses antes do ensino formal de Mecânica (Vasconcelos, 1987) e a alunos portugueses do 1.º ano da universidade

QUADRO I—Percentagens de respostas alternativas dadas à situação Q_1



	$Q_{1,1}$	$Q_{1,2}$		$Q_{1,3}$
	↑	↑	F.nula	↓
Alunos ingleses (14 anos, antes do ensino formal em Mecânica) N = 125	88%	40%	46%	78%
Alunos portugueses (1º ano da universidade, ciências) N = 103	90%	12%	79%	91%

em cursos de ciências (Thomaz, 1983). Uma descrição detalhada destas questões é apresentada no apêndice 1.

QUADRO II—Percentagens de respostas alternativas dadas à situação Q_2



	Q _{1.1}	Q _{1.2}		Q _{1.3}
	→	→	F.nula	↘
Alunos ingleses (14 anos, antes do ensino formal em Mecânica) N = 125	84%	50%	30%	70%
Alunos portugueses (1º ano da universidade, ciências) N = 103	78%	53%	12%	54%

A leitura dos quadros revela a ineficácia do ensino formal no desenvolvimento do conceito de força. Para 90 % dos alunos após o ensino formal a força tem que ter a direcção do movimento (a explicação mais comum para Q_{1.1} é — «a força é para cima porque essa é a direcção do movimento»).

Relativamente à questão Q_{1.2}, 79 % considera que o corpo está parado, velocidade zero na sua posição de altura máxima, donde, para esses alunos, a força que actua nele é nula. No entanto em relação à mesma questão na situação Q_{2.2} a percentagem de alunos que considera a força nula é muito menor do que a dos que consideram a força na direcção do movimento (53 %). Também o facto de 91 % dos alunos indicarem que, no movimento de queda, na questão Q_{1.3}, a força tem o sentido de cima para baixo não revela necessariamente que a identifiquem com a força da gravidade. O significado desta resposta fica melhor esclarecido com a resposta à mesma questão relativamente à situação Q_{2.3}, em que 54 % dos alunos indica a força com a direcção e o sentido do movimento, reforçando a identificação da força com a velocidade.

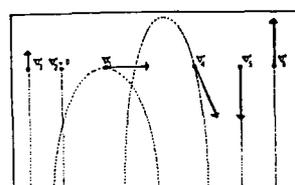
ii) *Dificuldades na identificação do movimento uniforme.*

Diversas investigações [3, 6] têm demonstrado que alunos de vários níveis etários e com diferente formação em Física têm a ideia de que para que um objecto se mova com velocidade constante tem que actuar sobre ele uma força com a mesma direcção e sentido de velocidade.

iii) *Dificuldades na associação da força com a aceleração do movimento.*

O quadro III apresenta os resultados das respostas a uma questão apresentada a alunos franceses do último ano do ensino secundário de cursos de ciências [1] e a alunos do 4.º ano da licenciatura em ensino de Física e Química [7]. Uma descrição desta questão é apresentada no apêndice 2.

QUADRO III—Percentagens de respostas dadas à situação Q_3



As forças são diferentes	
Alunos franceses (último ano do ensino secundário, ciências) N = 29	55%
Alunos portugueses (4º ano da licenciatura em Física e Química) N = 33	45%

Como se vê da leitura do quadro, após cerca de 9 anos de ensino formal de Física, ainda 45 % dos alunos identifica a força com a velocidade, sendo a explicação mais comum — «as forças são diferentes porque $F = ma$, mas

a está relacionada com v . Como v é diferente a terá que ser diferente e portanto F também é diferente».

iv) *Dificuldades na identificação da causa do movimento circular.*

Numa situação apresentada a alunos universitários franceses (Viennot, 1977), em que se pedia aos alunos que representassem a força resultante que actua numa massa « m » presa por um fio e animada dum movimento circular uniforme, um número considerável de alunos desenhou o diagrama representado na Fig. 1 revelando, mais uma vez, a identificação da força com a velocidade.

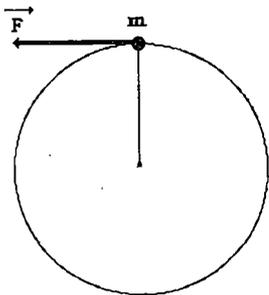


Fig. 1

v) *Dificuldades na distinção entre equilíbrio e repouso.*

Para não tornar muito extenso este artigo com a apresentação de mais exemplos basta reparar na resposta dada à questão Q_{1.2} em que 79 % dos alunos consideraram que na posição de altura máxima a força é nula, sendo a explicação mais comum «a pedra está parada quando atinge a altura máxima, logo a força é nula», revelando a não distinção entre repouso e equilíbrio.

3. **Abordagem clássica e ideias intuitivas em Mecânica**

Nos currícula e manuais escolares actuais os tópicos de cinemática e dinâmica são abordados separadamente, iniciando-se o estudo da Mecânica por uma análise matemática do

movimento centrada apenas nos seus aspectos cinemáticos, ignorando as ideias intuitivas que os alunos poderão possuir acerca do movimento. Por exemplo, a introdução do conceito de aceleração é feita sem qualquer referência à existência de qualquer interacção, não havendo nenhuma preocupação em chamar a atenção para a/s causa/s da variação da velocidade. Uma análise de manuais escolares usualmente utilizados nas nossas escolas revela a não existência de situações em que, por exemplo, a identificação implícita que muitos alunos fazem entre velocidade e força seja posta em conflito.

A ênfase que nos currícula actuais se faz no estudo do movimento independentemente da sua causa, não permite uma mudança conceptual do aluno podendo até em algumas situações reforçá-la. Um exemplo desta situação está representado na Fig. 2. O esquema é vulgarmente representado no quadro da sala de aula ou em manuais escolares.

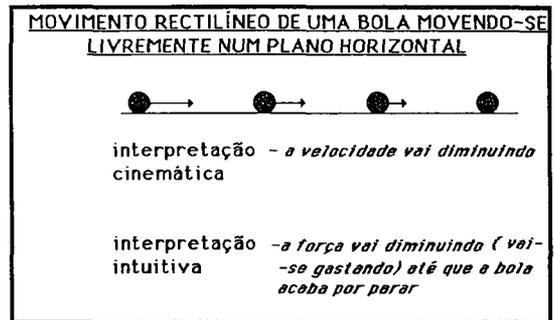


Fig. 2

Este tipo de abordagem está em franca oposição com um modelo construtivista para o ensino das ciências que vem sendo perfilhado por um grupo cada vez maior de educadores em Ciência. Neste modelo uma convicção básica é a de que o aluno é um indivíduo activo e determinado, que está continuamente a construir e a reconstruir os seus conceitos pessoais, por ele usados na interpretação dos fenómenos que o rodeia. Outra ideia fundamental deste modelo é a de que as mentes das crianças, dos jovens e adultos não se encontram vazias quando formalmente confrontadas pela primeira

vez com um dado conceito científico. Pelo contrário devido à sua interacção com o mundo construíram já uma «teoria» implícita através da qual explicam e interpretam aquilo que os cerca.

4. Proposta alternativa

Baseada na identificação das dificuldades encontradas nos alunos após o ensino formal em Mecânica e perfilhando uma abordagem construtivista para o ensino das ciências elaborou-se uma proposta para o ensino de introdução à Mecânica no contexto do ensino secundário que se descreve em seguida.

4.1. Princípios orientadores subjacentes à elaboração da proposta

Os princípios orientadores para a elaboração da proposta incidem principalmente sobre dois aspectos: i) *conteúdos e sua sequência* e ii) *metodologia para a abordagem dos conteúdos*.

i) *Conteúdos e sua sequência.*

Fundamentada nos resultados de investigação sobre dificuldades encontradas na aprendizagem de conceitos de Mecânica tais como velocidade, aceleração e força, propõe-se uma abordagem integrada da cinemática e da dinâmica numa tentativa de ajudar os alunos a relacionarem sempre o movimento com a causa que o produz. Pensa-se que uma abordagem deste tipo poderá resolver o problema da identificação de velocidade com força, bem como diluir o aspecto quase puramente matemático com que, pelos alunos, é vista a cinemática da partícula material.

ii) *Metodologia para a abordagem dos conteúdos.*

Numa perspectiva construtivista a metodologia sugerida faz ênfase na construção do

conhecimento feita pelo próprio aluno, actuando o professor como agente facilitador dessa construção. Partindo das ideias que o aluno já possui, o professor deverá criar situações que permitam aos alunos não só consciencializar as suas próprias ideias mas também entrar em conflito com elas, se for caso disso. Deste modo o próprio aluno terá necessidade de modificar essas ideias e, a pouco e pouco, irá desenvolvendo o seu conhecimento na direcção do conhecimento científico.

4.2. Conteúdos e metodologia para a sua apresentação

Apresentar-se-ão de seguida os conteúdos e alguns aspectos metodológicos para a sua abordagem relativa apenas aos conceitos que se consideram introdutórios para uma abordagem do movimento e ao início do estudo do movimento numa partícula.

5. Conceitos introdutórios e suas relações

5.1. Grandezas físicas e suas medições, Dimensões e unidades, Sistemas de dimensões e sistemas de unidades, Homogeneidade dimensional

Ajudar os alunos a identificar grandezas físicas através da possibilidade da sua medição.

Levar os alunos a concluir sobre o que se entende por medição e criar oportunidades para que eles possam efectuar medidas de grandezas tais como medição de comprimentos (por exemplo, utilizando a craveira), volumes de líquidos, de sólidos regulares e irregulares, densidades, etc..

Consciencializar os alunos da necessidade de apresentar os resultados com a indicação dos erros de que vêm afectados.

Apresentar casos de grandezas fundamentais (massa, espaço e tempo) e de grandezas derivadas (volume, superfície, massa volúmica).

Introduzir o sistema de dimensões de base MLT e ajudar os alunos a escrever as equações de dimensão de algumas grandezas (as até então conhecidas).

Ajudar os alunos a caracterizar o Sistema Internacional e mencionar a existência de outros sistemas de unidades nomeadamente o c. g. s.. Levar os alunos a concluir o princípio da homogeneidade dimensional.

5.2. Relatividade do movimento

Apresentação de situações em que seja evidenciada a relatividade do movimento com a consequente noção de repouso ou movimento em relação a um determinado referencial. Introdução da noção de referencial definido por um sistema de eixos triortogonais e respectivos vectores unitários. Referência ao sistema de coordenadas polares no plano. Exemplos de movimentos rectilíneos, curvilíneos, de translação e de rotação. Nesta altura interessa apresentar apenas os aspectos qualitativos dos movimentos.

5.3. Partícula material

Ajudar os alunos a concluir das vantagens de utilização do conceito abstracto de partícula ou ponto material com exemplos concretos.

5.4. Posição de uma partícula material

Apresentar situações em que se evidencie a necessidade de definir a posição da partícula material e a sua relatividade. Introdução da noção de vector de posição e a sua representação em coordenadas cartesianas no plano e no espaço e em coordenadas polares no plano.

5.5. Trajectória de uma partícula material

Levar os alunos a definir por si próprios a trajectória duma partícula evidenciando a necessidade de identificar a linha definida pela sucessivas posições da partícula em relação a um dado referencial. Levar os alunos a dar exemplos de trajectórias rectilíneas e curvilíneas.

5.6. Deslocamento e espaço percorrido

Apresentando situações concretas ajudar os alunos a concluir da variação do vector de posição duma partícula em movimento. Introdução da noção de deslocamento. Com exemplos concretos levar os alunos a estabelecer a diferença entre deslocamento e espaço percorrido. Apresentar exemplos de movimentos rectilíneos e curvilíneos. Usar sempre a notação vectorial mesmo no movimento rectilíneo.

Ajudar os alunos a estabelecer as unidades em que é expresso o deslocamento.

5.7. Noção de velocidade. Velocidade média e instantânea

Ajudar os alunos a identificar a noção de velocidade que já possuem com a variação no tempo do deslocamento da partícula. Introduzir a noção de velocidade média e de velocidade instantânea. Breve referência à noção de rapidez. Levar os alunos a estabelecer as unidades destas grandezas no sistema S.I..

5.8. Noção de momento linear

Apresentar situações em que seja evidenciada a necessidade da existência duma grandeza física que, melhor do que a velocidade caracterize o estado dinâmico duma partícula (como exemplo de uma situação destas pode levar-se para a aula duas latas idênticas suspensas do mesmo suporte por dois fios idênticos estando uma cheia de areia e outra vazia. O professor pede aos alunos para preverem o que acontecerá a cada uma das latas quando lhes forem aplicadas pancadas iguais. Os alunos deverão então ter oportunidade para testar as suas hipóteses e daí tirar conclusões). Através de exemplos concretos ajudar os alunos a identificar o momento linear com essa grandeza e introduzir o seu nome. Levar os alunos a estabelecer as suas unidades no S.I..

5.9. Noção de força. Força como taxa de variação do momento linear no tempo

Relacionando com a noção de força estudada em anos anteriores ajudar os alunos a

concluir através de exemplos concretos que a variação no tempo do momento linear duma partícula é o resultado duma interacção com outra/s partícula/s e que essa interacção é representada por uma força.

Ajudar os alunos a identificar a direcção e sentido duma força. Através dum movimento curvilíneo geral ajudar os alunos a concluir sobre a direcção e sentido da força. Isso ajudará os alunos, que identifiquem força com velocidade a entrar em conflito com as suas próprias ideias. Através de vários exemplos ajudar os alunos a concluir da necessidade da existência duma força no sentido do centro de curvatura da trajectória para que haja movimento curvilíneo.

Referência aos quatro tipos fundamentais de interacção na natureza. Identificar fenómenos para cada uma dessas interacções. Particularizar o caso das interacções gravíticas e electrostáticas. A propósito da interacção gravitacional, com exploração da experiência de Cavendish, quantificar a lei da atracção universal. Relembrar a noção de peso estudada em anos anteriores e ajudar os alunos a concluir que ela é o resultado da interacção Terra-corpo.

Ajudar os alunos a interpretar o significado físico de massa gravitacional.

Como resultado da interacção gravitacional entre duas partículas ajudar o aluno a tirar conclusões quanto à variação do momento linear das duas partículas que interactuam (aspecto que será tratado com mais detalhe na dinâmica dos sistemas de partículas).

A propósito de interacção electrostática fazer a analogia com a interacção gravitacional, relembrando o tipo de interacções entre cargas; ajudar os alunos a enunciar a lei de Coulomb.

5.10. Noção de campo

Partindo da discussão da interacção gravítica conduzir os alunos à noção de campo gravitacional. Relembrando outras interacções já estudadas, nomeadamente a electrostática, conduzir os alunos à noção de campo eléctrico e generalizar a noção de campo.

5.11. Noção de aceleração. Lei de Newton do movimento

Considerando a massa constante, chamando a atenção para a gama de fenómenos em que isso pode ser considerado válido, relacionar a variação do momento linear no tempo (força que actua na partícula) com a variação da velocidade da partícula. Introdução de aceleração como a variação da velocidade no tempo.

Apresentação de exemplos em que os alunos possam identificar variações só da sua direcção e de ambas simultaneamente. Considerar apenas aspectos qualitativos. Ajudar os alunos a relacionar a existência duma aceleração com a existência duma interacção.

Ajudar os alunos a interpretar o significado físico de massa de inércia.

Fazer referência à evolução histórica do conceito de movimento e seu estudo (Aristóteles, Galileu e Newton) e enunciar a lei de Newton como traduzindo dados experimentais quantitativos. Fazer referência às condições em que as experiências foram feitas e as suas inerentes limitações (fazer referência a movimentos de corpos com velocidades próximas da luz).

Introduzir a noção de aceleração média e aceleração instantânea. Ajudar os alunos a estabelecer a equação de dimensões de aceleração e da força num sistema de base MLT e as suas unidades no S.I..

5.12. Impulso de uma força. Variação do momento linear

Ajudar os alunos a concluir da necessidade duma grandeza que traduza o efeito da actuação de uma força numa partícula durante um certo intervalo de tempo. Introdução da noção de impulso. Com exemplos concretos (através de experiências realizadas ou pensadas) ajudar os alunos a concluir que o impulso de uma força que actua num certo intervalo de tempo é igual à variação do momento linear da partícula no mesmo intervalo de tempo.

Levar os alunos a escrever a equação de dimensão do impulso e deduzir as suas unida-

des no sistema S.I. e a verificar a homogeneidade dimensional da relação $F\Delta t = mv$.

6. Estudo do movimento duma partícula

6.1. Movimento de uma partícula livre (m. r. u.)

Ajudar os alunos a concluir que se o momento linear duma partícula não varia é porque não há qualquer interacção ou a resultante das interacções é nula. Introdução da noção de partícula livre. Apresentação de experiências em que possa ser ilustrado o comportamento duma partícula livre. Descrição da experiência de Galileu ajudando os alunos a tirar conclusões.

Depois dos alunos terem concluído da não variação da velocidade introduzir o nome de movimento rectilíneo uniforme. Levar os alunos a enunciar a lei da inércia.

Estudo do movimento rectilíneo uniforme baseado sempre na variação do vector de posição. Utilização do «ticker-timer» ou apresentação de fitas obtidas com o mesmo.

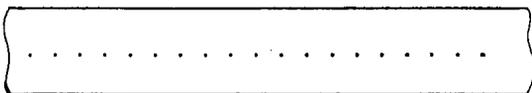


Fig. 3

Medição de módulos de velocidade a partir das fitas sabendo que o intervalo de tempo entre as marcas é de 0,01 s.

A partir de dados obtidos experimentalmente ou através de fitas marcadas ajudar os alunos a interpretar a representação gráfica da posição do móvel em função do tempo. Levar os alunos a concluir que a variação da posição corresponde ao espaço percorrido e que a área compreendida entre a recta $v = c^{te}$ e o eixo do tempo num certo intervalo de tempo representa a variação da posição nesse intervalo de tempo. O uso do computador poderá ajudar o estudo deste movimento. Análise e discussão de situações concretas (por exemplo, o que é necessário para que um automóvel se desloque com velocidade constante?). Referência ao atrito.

6.2. Movimento de uma partícula sem velocidade inicial actuada por uma força constante (m. u. a. sem v_0)

Ajudar os alunos, através de exemplos concretos (experiências realizadas ou pensadas), a concluir que a acção duma força constante vai provocar na partícula uma variação da sua velocidade e portanto uma aceleração.

Com a utilização do «ticker-timer», do computador ou de fitas marcadas criar oportunidades em que os alunos possam representar graficamente a posição da partícula em função do tempo.

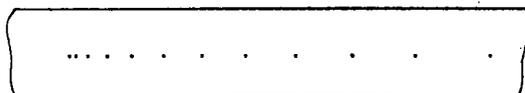


Fig. 4

Por analogia com o m. r. u. levar os alunos a concluir que a variação do espaço percorrido pela partícula num intervalo de tempo t é igual à área compreendida entre a recta $v(t)$ e o eixo do tempo no mesmo intervalo de tempo.

Ajudar os alunos a concluir que pela acção duma força constante uma partícula que estava inicialmente em repouso adquire uma aceleração constante e uma velocidade cujo módulo varia linearmente no tempo e cuja direcção e sentido são, neste caso particular, coincidentes com a direcção e sentido da força.

Como aplicação duma força constante actuando sobre uma partícula sem velocidade inicial, fazer o estudo da queda livre.

Fazer a representação gráfica da variação da força no tempo e relacionar essa variação com o impulso da força, no mesmo intervalo de tempo.

6.3. Movimento de uma partícula com velocidade inicial actuada por uma força constante com a mesma direcção e sentido da velocidade inicial (m. u. a. com v_0)

Partindo das previsões dos alunos sobre o que acontecerá a uma partícula que se desloca num dado sentido com um movimento recti-

líneo uniforme e que passa a ser actuada por uma força com a mesma direcção e sentido, ajudá-lo a chegar à equação do movimento e da velocidade através de exemplos concretos (por exemplo, usando fitas marcadas).

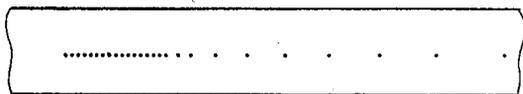


Fig. 5

Ajudar os alunos a construir os gráficos da aceleração, da velocidade e da posição da partícula em função do tempo e levá-los a interpretá-los fazendo sempre referência à força que está a actuar.

Partindo dos gráficos ajudar os alunos a concluir a relação entre as áreas debaixo das curvas com as variações da velocidade e da posição.

Como aplicação tratar o caso em que a origem do tempo não coincide com a origem dos espaços. O movimento pode ser estudado com a ajuda dum computador.

6.4. Movimento duma partícula com velocidade inicial actuada por uma força constante com a mesma direcção mas sentido oposto ao da velocidade inicial (m. u. r.)

Partindo das previsões dos alunos sobre o que acontecerá a uma partícula que, encontrando-se em movimento retilíneo uniforme, passa a ser actuada por uma força constante com a mesma direcção mas sentido oposto ao da velocidade inicial e de exemplos desta situação dados pelos alunos, levá-los a chegar às equações do movimento uniformemente retardado.

Com exemplos concretos (por exemplo, com o uso de fitas marcadas) obter dados para a representação gráfica das variações da posição e da velocidade de partículas em função do tempo.

No gráfico da posição em função do tempo ajudar o aluno a interpretar o significado físico do sentido da concavidade da curva.

Do gráfico da velocidade em função do tempo, por analogia com o que foi feito nos casos anteriores, ajudar os alunos a concluir que a área compreendida entre a recta $v(t)$ e o eixo do tempo representa a variação da posição da partícula no intervalo de tempo.

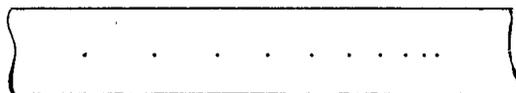


Fig. 6

Ajudar os alunos a concluir que a partir do instante $t = v_0/a$ o movimento da partícula passa a ser um m. u. a. sem velocidade inicial tendo agora a força o mesmo sentido que a velocidade.

Como aplicação duma força com o sentido oposto ao da velocidade inicial fazer o estudo do movimento ascensional dum corpo.

6.5. Movimento duma partícula com velocidade inicial actuada por uma força: (i) constante em módulo e (ii) constante em módulo e em direcção, fazendo esta um determinado ângulo com a velocidade

Ajudar os alunos a concluir, através de exemplos concretos, que, para que a trajectória duma partícula seja curvilínea, é necessário que ela seja actuada por uma força com direcção diferente da direcção da velocidade inicial.

Através da decomposição da força nas componentes tangencial e normal ajudar os alunos a identificar o seu sentido físico identificando a componente tangencial como a responsável pela variação do módulo da velocidade (fazer o paralelismo com o movimento retilíneo uniformemente acelerado ou retardado) e a componente normal como a responsável pela variação da direcção da velocidade.

Ajudar os alunos a concluir que uma força constantemente perpendicular à velocidade não altera o seu módulo mas apenas a sua direcção.

Como aplicação desta última situação estudar o movimento circular uniforme chamando sempre a atenção para a força responsável pelo movimento.

Como aplicação duma força constante em direcção e em módulo fazer o estudo do movimento dum projectil.

6.6. Movimento duma partícula actuada por uma força variável no tempo (m, v)

Como síntese do que foi tratado nas secções anteriores levar o aluno a concluir o tipo de trajectória duma partícula actuada por uma força variável no tempo chamando a atenção para as componentes tangencial e normal da força e consequentemente para as da aceleração. Levar os alunos a interpretar o significado físico dessas componentes.

6.7. Movimento duma partícula actuada por várias forças (i) sucessivamente e (ii) simultaneamente

Através de exercícios de aplicação ajudar os alunos a analisar diferentes situações contemplando os casos de actuação sucessiva de diferentes forças que produzem os diferentes movimentos e actuação simultânea de forças (por exemplo, o movimento no plano inclinado, o movimento do pêndulo, etc.).

7. Nota final

A continuação deste trabalho necessita a aplicação da proposta em situações de sala de aula. A análise dos resultados permitirá proceder aos ajustes necessários para maior eficiência na aprendizagem da Mecânica.

As autoras expressam aqui a sua disponibilidade e o maior interesse no acompanhamento de colegas que queiram implementar a proposta, bem como agradecem todas as críticas, sugestões e apresentação de resultados das experiências realizadas.

APÊNDICE 1

Neste apêndice apresentam-se dois itens dum questionário sobre o conceito de força aplicado a alunos ingleses antes do ensino formal e a alunos portugueses do 1.º ano da universidade em cursos de ciências.

Atira-se uma pedra ao ar, para cima. Ela deixa a mão da pessoa, passa na posição A , sobe até B e volta para baixo através de A .

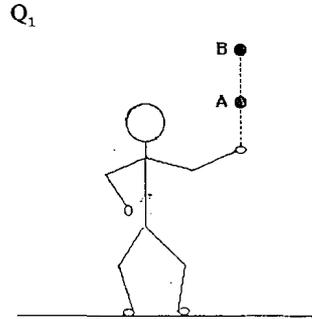


Fig. a

As três alíneas seguintes referem-se a essa situação.

Q_{1.1} — As setas nas figuras pretendem representar o *sentido da força* que actua sobre a pedra.

Qual das figuras pensa que melhor representa a força que actua na pedra na posição A , quando ela se desloca para cima?

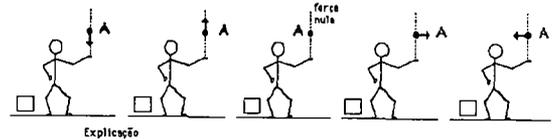


Fig. b

Q_{1.2} — Agora que figura pensa que melhor representa a força que actua na pedra quando ela atinge o ponto B (altura máxima)?

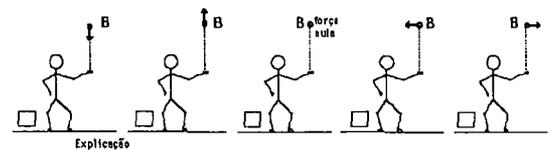


Fig. c

Q_{1.3} — E agora que figura pensa que melhor representa a força que actua na pedra quando ela passa no ponto A ao deslocar-se para baixo?

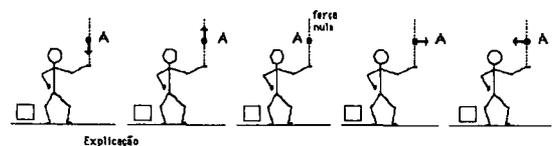


Fig. d

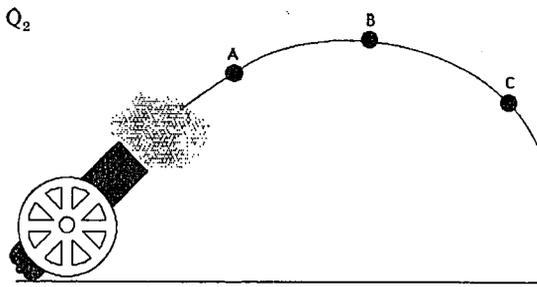


Fig. e

É disparada uma bala dum canhão. Os pontos *A*, *B* e *C* são três posições diferentes de trajectória da bala.

As três alíneas seguintes referem-se a esta situação.

Q_{2.1}— As setas nas figuras pretendem representar o sentido da força que actua na bala.

Qual figura pensas que melhor representa a força na bala quando ela passa no ponto *A*?

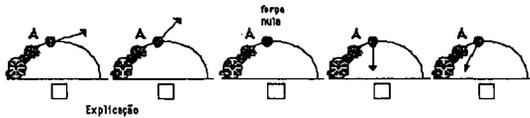


Fig. f

Q_{2.2}— Agora que figura pensas que melhor representa a força que actua na bala quando esta passa no ponto *B* (o ponto mais alto da trajectória)?

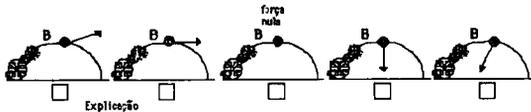


Fig. g

Q_{2.3}— E agora que figura pensas que melhor representa a força na bala quando ela passa no ponto *C*?

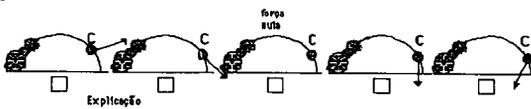


Fig. h

APÊNDICE 2

Neste apêndice apresenta-se um dos itens dum questionário aplicado a alunos franceses após o ensino formal.

Q₃— Um jogador joga com seis bolas idênticas.

No instante *t*, as seis bolas estão no ar à mesma altura, nas trajectórias indicadas a ponteados na figura abaixo. Nela estão também representados os vectores velocidade das seis bolas nesse instante *t*.

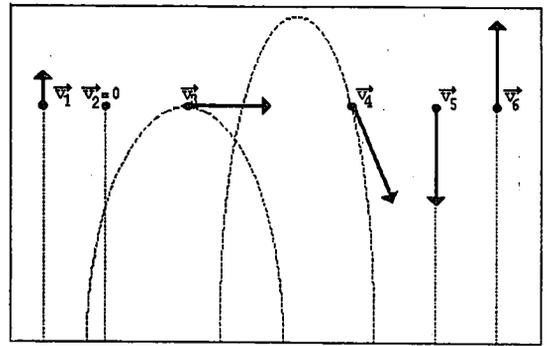


Fig. i

As forças exercidas sobre as bolas, nesse instante são

... iguais para as seis?	
... diferentes para cada uma das seis?	
... iguais para algumas (quais)?	
... diferentes para outras (quais)?	

Fig. j

Justifica a tua resposta. (Considera-se desprezável a existência de ar).

REFERÊNCIAS

- [1] VIENNOT, L. — «Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire, Thèse de Doctorat d'Etat, Université Paris VII (1977).
- [2] TROWBRIDGE, D. e MCDERMOTT, L. C. — «Investigation of student understanding of the concept of velocity in one dimension», *American Journal of Physics*, **49** (3), 242-253 (1980).
- [3] THOMAZ, M. F. — «Inquérito sobre a compreensão do conceito de força», 3.^a Conferência Nacional de Física, Coimbra, Março 1982 (1982).
- [4] VASCONCELOS, N. — «Motion and Forces: a view of students' ideas in relation to physics teaching», Ph. D. Thesis, University of London (1987).
- [5] ALTÉS, A. S. e MERCÉ, M. M. — «The scientific method used in physics», *International Journal of Science Education*, **10** (1), 111-120 (1988).
- [6] WATTS, D. M. e ZYLBERSZTAJN, A. — «A survey of some children's ideas about force», *Physics Education*, **16**, 360-365 (1981).
- [7] VASCONCELOS, N. e LOUREIRO, J. — «Conceitos alternativos em Física: sua implicação na formação de professores», *Acta do 1.º Encontro Nacional de Didácticas e Metodologia de Ensino, Universidade de Aveiro*, 104-123 (1988).

Actividades em Electrostática (*)

NORBERTO FERREIRA (**)

L.D.P.E.S. Université Paris VII, Paris, France

Todos os docentes de Física tentam sempre realizar na aula experiências de electrostática. Contudo, devido à humidade ambiente, nove em cada dez experiências falham. O interesse das experiências aqui propostas é triplo:

— São realizáveis com um grau elevado de humidade (por outro lado, é necessário que o ar não esteja demasiadamente seco).

— Os materiais utilizados são baratos e fáceis de encontrar: o próprio aluno poderá efectuar na aula ou em casa as experiências aqui descritas.

— Efectuar uma demonstração o menos sofisticada possível de algumas leis e conceitos electrostáticos.

I. Lista dos materiais

— Palhinhas de refrescos de plástico (suficientemente rígidas para que não se rompam quando friccionadas—palhinhas dobráveis são ideais).

— Plasticina para os suportes ou pequenos gobelets de plástico com um pouco de gesso.

— «Attaches» (com 4 cm de comprimento).

— Papel de vários tipos: lenços de papel ou papel higiénico (para friccionar as palhinhas). Papel de cigarro para construir os electroscópios. Papel de alumínio para todos os condutores.

— Cola em «bâton» e fita-cola.

— Fio de nylon (por exemplo, retirado de uma meia de senhora).

— Cartolina ou cartão para os suportes dos condutores e os electroscópios (por ex., da que vem no interior das embalagens de camisas ou na costas dos blocos de papel).

— Clips, tesouras, agrafes...

II. Descrição das montagens

1. Pêndulo electrostático

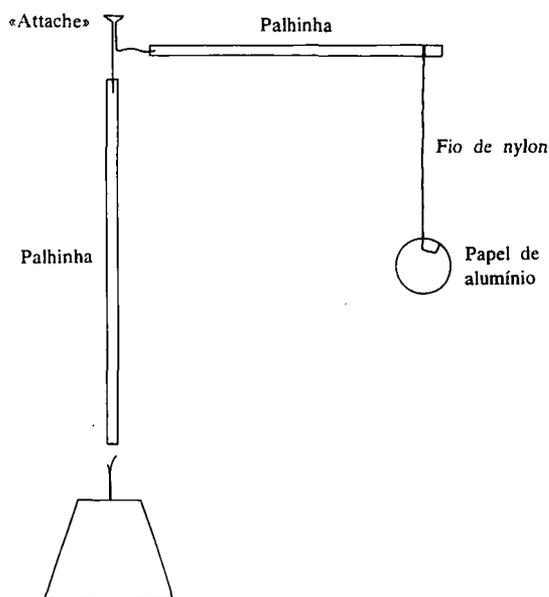


Fig. 1

Construção do pêndulo

Cortar um bocado de alumínio (Fig. 1a). Colocar um fio de nylon (30 cm) sobre o alumínio, pôr cola na parte saliente (Fig. 1b) e dobrar. Cortar o resto do fio (Fig. 1c).

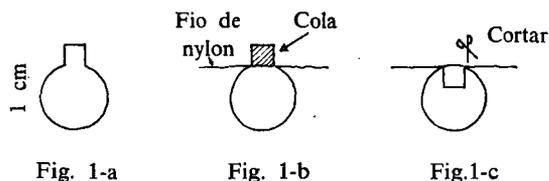


Fig. 1-a

Fig. 1-b

Fig.1-c

(*) I Encontro Regional do Ensino da Física, SPF, Fevereiro 1988, Lisboa.

(**) Endereço actual: Instituto de Física USP, C.P. 20516, 01498 São Paulo, Brasil.

Construção dos suportes

Primeiro modo:

Um gobelet tem plástico no fundo do qual está fixado um «attache», ele próprio fixado em gesso (Fig. 1d).

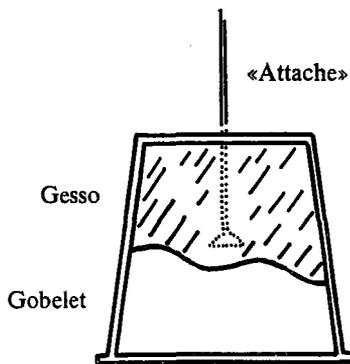


Fig. 1-d

Segundo modo:

Plasticina na qual está enterrada uma palhinha (Fig. 1e).

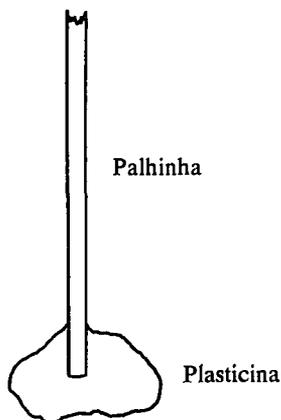


Fig. 1-e

2. Pêndulo «Vector»

Os suportes como para o pêndulo precedente.

O vector é constituído por uma seta em papel (Fig. 2a).

Põe-se cola numa parte da seta (a parte assinalada na Fig. 2b).

Coloca-se na parte com cola um pedaço de palhinha e o fio de nylon (Fig. 2c).

Observações

O pedaço de palhinha tem duas funções:

— Servir de contra-peso de modo que a seta fique horizontal (colocar inicialmente um

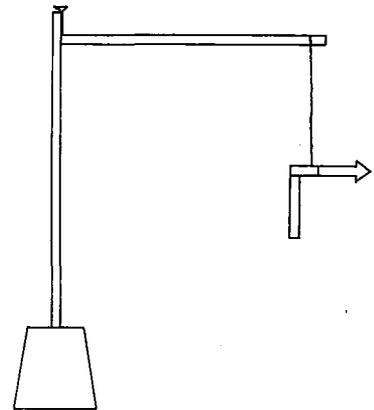


Fig. 2

bocado de palhinha suficientemente comprido e cortá-lo, pedaço a pedaço, até que a seta fique horizontal).

— Permitir carregar a palhinha por influência.

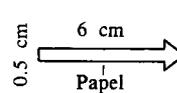


Fig. 2-a

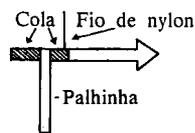


Fig. 2-b



Fig. 2-c

3. Superfícies condutoras

Superfícies condutoras planas

Podem ser construídos três tipos de placas planas, baseadas no mesmo princípio.

— placas de cartolina ou cartão (Fig. 3).

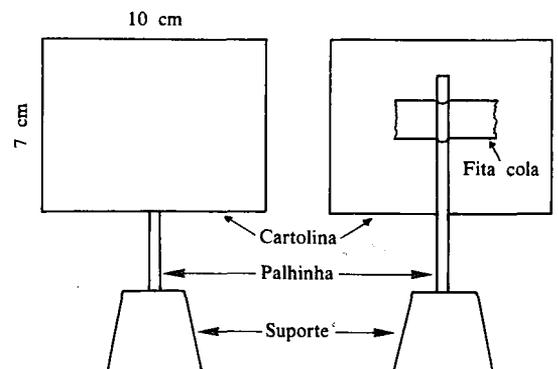


Fig. 3

– placas de cartolina ou cartão cobertas só de um lado de papel de alumínio (Fig. 3a).

– placas de alumínio (obtidas, por exemplo, de embalagens de produtos congelados, de caixas metálicas,...)

Cilindros

As mesmas técnicas, cf. Fig. 3b.

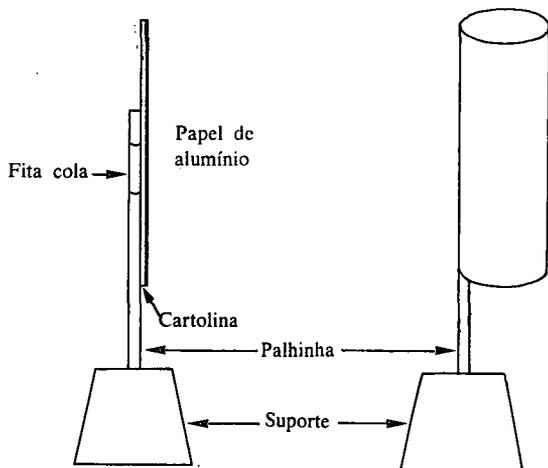


Fig. 3-a

Fig. 3-b

4. Electroscópio «clássico»

Cobrir de papel de alumínio um pedaço de cartão (basta de um só lado). Cortar um rectângulo de cerca de 2 mm × 8 cm e um disco de 4 cm de diâmetro.

Construção das folhas e respectivo suporte

Dar a um fio eléctrico de cobre fino a forma indicada na Fig. 4a. Fixar este fio sobre

o lado aluminizado do rectângulo, ou com fita-cola ou atravessando a placa e colando com fita-cola atrás.

Cortar uma pequena banda de papel de alumínio (dimensão 2 mm × 8 cm) e colá-la sobre o fio (Fig. 4c).

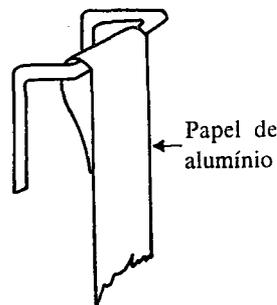


Fig. 4-c

Colar, com fita-cola, uma palhinha sobre a parte não aluminizada do rectângulo.

Construção da parte superior (prato)

Colocar na horizontal uma das pernas de um «attache».

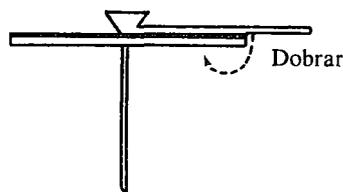


Fig. 4-d

Passar a perna vertical através do disco (Fig. 4d). Dobrar as duas pernas como indica a Fig. 4e.

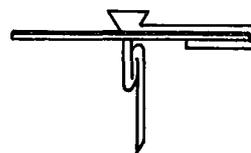


Fig. 4-e

Montagem

Juntar os diferentes elementos, base, placa rectangular e disco (prato) (Fig. 4).

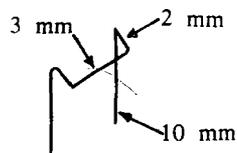


Fig. 4-a

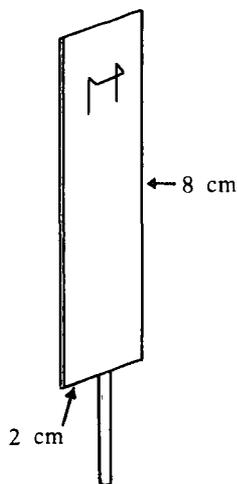


Fig. 4-b

5. Electroscópio em cartão

Este electroscópio difere do precedente por:

— O rectângulo e o topo (prato) são em cartão (e não em alumínio).

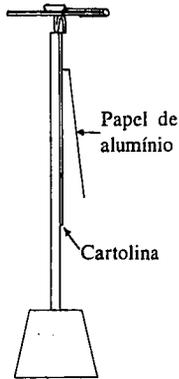


Fig. 4

— A folha é em papel de cigarro (1 mm de largura e 6 cm de comprimento) e está colada simplesmente ao rectângulo.

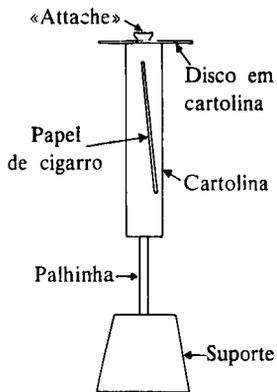


Fig. 5

6. O poder das pontas

Construir um electroscópio em cartão com a forma indicada na Fig. 6, bem como duas folhas de papel de cigarro (em vez de uma única), e ausência de prato.

7. Pára-raios

Construir como indicado na Fig. 7.

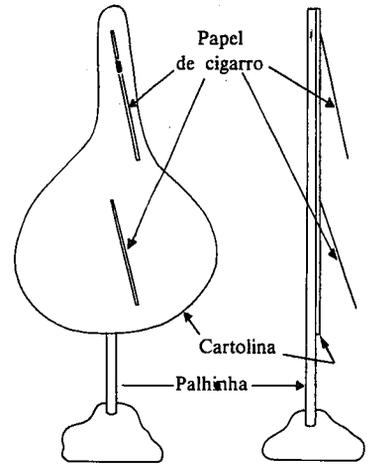


Fig. 6

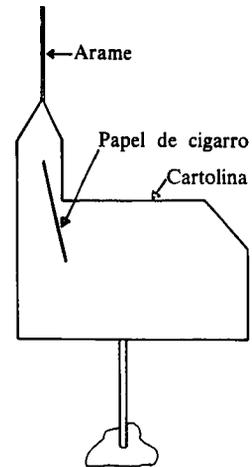


Fig. 7

8. Gaiola de Faraday

Colar com fita-cola uma folha de papel branco rectangular (com dimensões 7 cm ×

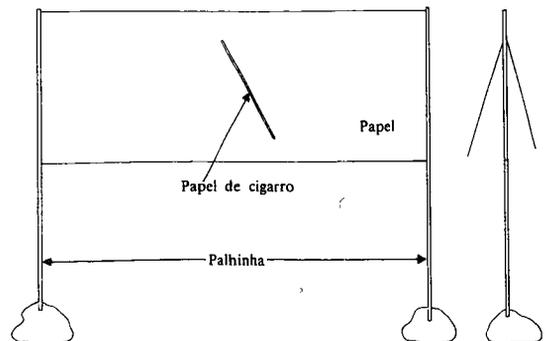


Fig. 8

×20 cm), prendê-la com fita-cola a duas palhinhas e colar de cada lado do rectângulo uma folha de papel de cigarro (dimensões 1 mm×7 cm) (Fig. 8).

9. Corrente no papel

Construir dois electoscópios em cartão, sem prato e com placas circulares (diâmetro 6 cm) (Fig. 9).

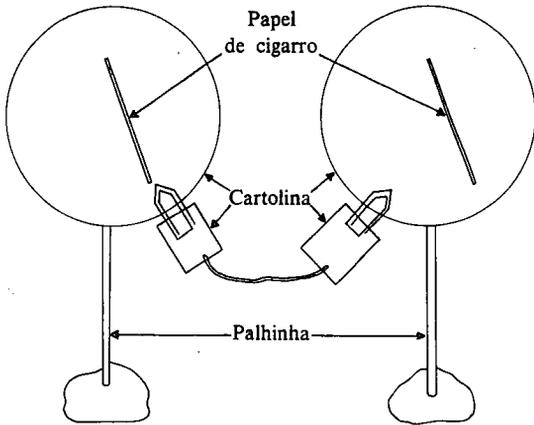


Fig. 9

Arranjar «condutores» diferentes: cartão, papel de cigarro, papel branco, etc., (Fig. 9a).

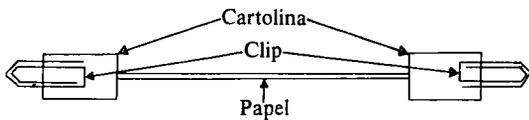


Fig. 9-a

III. Descrição das actividades

Todas as actividades aqui propostas necessitam da existência de corpos carregados. Aqui, o gerador é uma *palhinha vulgar de plástico* que se fricciona com papel (lenço de papel ou papel higiénico).

Atenção!

É preciso, para carregar bem a palhinha, colocar o papel em torno desta e movê-lo rapidamente, de alto a baixo, ao mesmo tempo

que se *achata* a palhinha. Repetir a operação várias vezes até que esteja bem carregada. A palhinha estará bem carregada quando, ao encostá-la a uma parede ou um móvel, ela se segura sozinha.

É indispensável utilizar palhinhas suficientemente rígidas de modo que não se rasguem quando são friccionadas: uma palhinha dobrável (com uma parte em «harmónio») é muito conveniente.

1. Pêndulo: carga e descarga

Construir o pêndulo electrostático (1).

Electrização por contacto

Aproximar a palhinha do papel de alumínio; este é atraído, toca a palhinha e é repellido.

O pêndulo está então carregado por contacto (carga com o mesmo sinal da da palhinha).

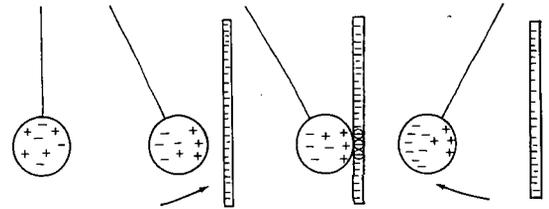


Fig. 10

Descarga por ligação à terra

Tocar o pêndulo com a mão. O pêndulo descarrega-se. Após ter retirado a mão, se se

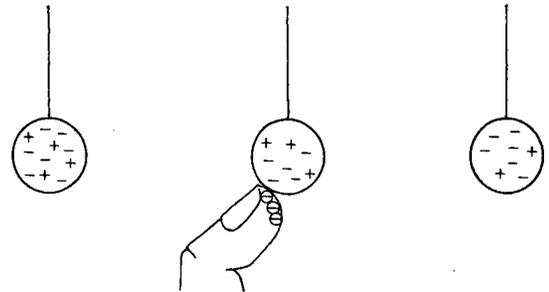


Fig. 11

aproxima de novo a palhinha carregada, o pêndulo é de novo atraído.

Oscilações do pêndulo entre a palhinha e a mão

Colocar o pêndulo não carregado entre a mão e a palhinha carregada. O pêndulo oscila tocando sucessivamente a mão, a palhinha...

Explicação

O pêndulo não carregado é atraído pela palhinha, toca-a, carrega-se, toca na mão, fica neutro e é de novo atraído pela palhinha. Ao fim de algum tempo, a carga da palhinha é insuficiente e o pêndulo fica colado à palhinha.

2. Superfícies condutoras: eletrização por contacto e por influência

Construir duas superfícies planas (2) com papel de alumínio.

Eletrização de uma superfície por contacto

Passar a palhinha carregada contra o bordo da superfície plana (placa), rodando simulta-

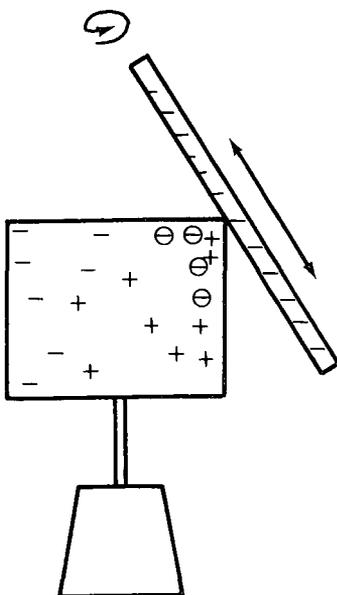


Fig. 12

neamente a palhinha em torno do seu eixo de simetria.

Verificação

Aproximar esta superfície plana de um pêndulo carregado. O pêndulo é repelido. A placa e o pêndulo possuem cargas com o mesmo sinal.

Eletrização de uma superfície por influência

Aproximar a palhinha carregada de um bordo da placa.

Tocar o outro bordo da placa com a mão, mantendo simultaneamente a palhinha próxima da placa.

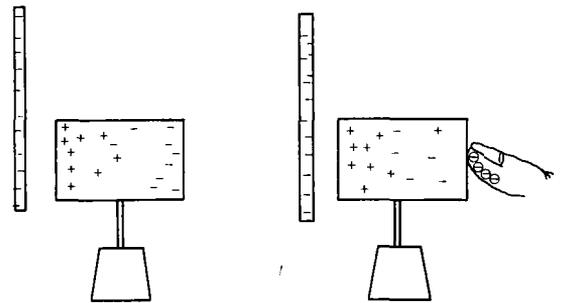


Fig. 13

Retirar a mão.

Em seguida, retirar a palhinha.

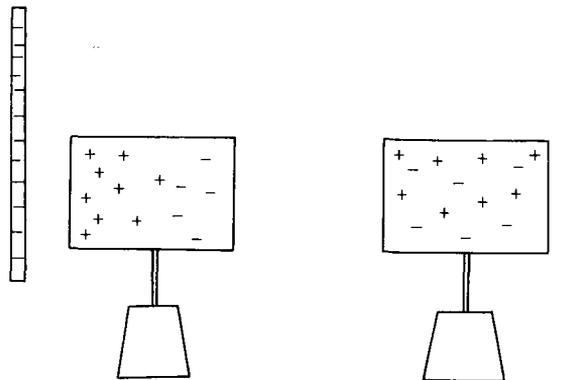


Fig. 14

Eletrização simultânea de duas placas

As duas placas são colocadas em contacto paralelamente (tocando-se as duas partes aluminizadas). A palhinha carregada é aproximada de uma das placas. Esperar um pouco

e depois retirar a placa mais afastada da palhinha. Retirar por fim a palhinha.

Verificação

Pode-se verificar que as cargas das duas placas são de sinal oposto aproximando-se um pêndulo carregado de uma das placas e depois da outra o pêndulo é atraído por uma e repellido pela outra.

Explicação

Quando as duas placas estão em contacto, formam um condutor único. Quando a palhinha está próxima da placa, existe influência e deslocamento das cargas no interior da placa, ficando as cargas + de um lado e as cargas - do outro (ver a Fig. 15). Quando se afastam as placas, isolam-se as cargas positivas e negativas.

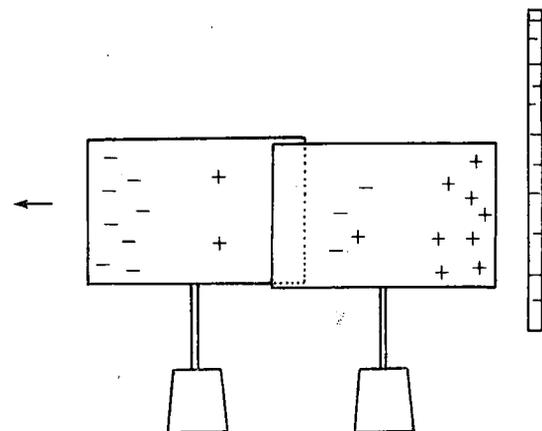


Fig. 15

3. Electroscópio

Construir o electroscópio clássico (4).

Electrização por contacto

Friccionar a palhinha carregada contra o prato do electroscópio: a folha levanta-se.

Electrização por influência

Aproximar a palhinha carregada do prato do electroscópio. Tocar no prato com a mão.

Retirar a mão e depois retirar a palhinha: a folha permanece afastada do suporte.

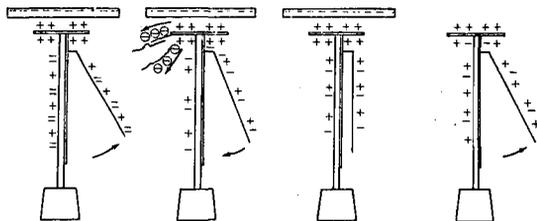


Fig. 16

Verificação

Se se aproxima a palhinha carregada da folha do electroscópio eletrizado:

- por contacto, a folha aproxima-se do suporte;
- por influência, a folha levanta-se.

N.B. - Verifica-se a situação inversa se se aproxima a palhinha carregada do prato do electroscópio e não da folha.

Testar condutores e isolantes

Electrizar um electroscópio por contacto ou influência. Tocar o prato do electroscópio com diferentes materiais (fio de ferro, papel de cigarro, papel branco, madeira, palhinha, borracha, ...). De acordo com o material utilizado, a folha permanece imóvel ou aproxima-se mais ou menos rapidamente do suporte. Esta experiência indica que se pode construir, por vezes, um electroscópio sensível com cartão ou papel de cigarro (ver Fig. 5).

Descarga do electroscópio com uma chama

Aproximar uma chama da folha do electroscópio eletrizado. A folha aproxima-se do suporte, o que demonstra que o electroscópio se descarregou, descarga essa devida à ionização do ar.

4. Direcção do campo eléctrico

Construir o pêndulo «vector» (2). Electrizar a seta por contacto com a palhinha. Colocar a seta:

— junto de uma palhinha electrizada ou de duas palhinhas electrizadas (isto ilustra o carácter vectorial do campo);

— junto de uma placa condutora (3a) electrizada por influência (pode visualizar-se os efeitos das extremidades);

— entre duas placas condutoras carregadas com cargas de sinal oposto (este sistema constitui um condensador plano). Verifica-se que o campo entre as duas placas é menos perturbado do que o de uma só placa: os efeitos das extremidades são menos importantes;

— junto de um cilindro carregado por influência (um campo radial);

— em torno de dois cilindros carregados com cargas de sinal oposto (direcção e sentido do campo criado por um dipolo).

5. Poder das pontas

Construir o electroscópio (6), electrizá-lo por contacto de lado a fim de evitar que a folha se venha colar à palhinha. A folha de cima está mais levantada do que a de baixo visto que a densidade de carga é mais elevada em cima do que em baixo.

6. Gaiola de Faraday

Construir a gaiola de Faraday (9). Electrizar o papel por contacto: as duas folhas levantam-se. Aproximar uma das palhinhas da outra, formando um cilindro: a folha interna baixa, a externa levanta-se um pouco mais.

7. Corrente no papel

Construir os dois electroscópios de cartão (9) e ligá-los utilizando diferentes materiais. O electroscópio da esquerda é electrizado por contacto: a folha levanta-se. Segundo a natureza do material que assegura a ligação entre os dois electroscópios, a folha do electroscópio da direita levanta-se mais ou menos rapidamente. Em particular, se a ligação é feita com papel de cigarro, a folha do electroscópio da direita levanta-se muito lentamente.

Traduzido do francês por F. PARENTE

1. Delegação Regional de Lisboa

Olimpíadas de Física 89

A etapa regional destas Olimpíadas terá lugar no dia 27 de Maio no Edifício C1 da Faculdade de Ciências de Lisboa. O número de escolas que manifestaram já intenção de aderir a esta iniciativa ultrapassa as 4 dezenas.

Colóquios de Primavera

Vai realizar-se nos meses de Maio e Junho uma série de colóquios dedicados às áreas menos conhecidas de investigação e ensino da Física nas Universidades de Lisboa.

Os Colóquios, cujos títulos e datas serão anunciados oportunamente, têm lugar às 3.^{as}-feiras, pelas 18 horas, na sede da SPF (Av. da República, 37-4.º Lisboa, Tel. 773251).

2. Delegação Regional de Coimbra

Ações em Escolas

Esta Delegação tem continuado a promover e a apoiar a realização de acções em Escolas do Ensino Secundário. No corrente ano tiveram lugar as seguintes:

— «Origens do Universo», pelo Prof. Doutor Carlos Fiolhais, na Escola Secundária N.º 1 de Ovar, em 1/2/89.

— «Origens do Universo», pelo Prof. Doutor Carlos Fiolhais, na Escola Secundária de Figueiró dos Vinhos, em 22/2/89.

— «Leis de Newton», pelo Prof. Doutor João Pinheiro Providência, na Escola Secundária Bernardino Machado, Figueira da Foz, em 1/2/89.

Neste momento está em estudo o apoio a dar às seguintes iniciativas:

— «A Semana da Cor», na Escola Secundária Adolfo Portela, Águeda.

— «A Semana da Física», na Escola Secundária da Marinha Grande.

Apraz-nos registar a disponibilidade manifestada por vários professores do Departamento de Física da Universidade de Coimbra para realizar acções de carácter científico e pedagógico nas Escolas da Região Centro, correspondendo a uma solicitação nesse sentido desta Delegação. Podemos, para já, mencionar as seguintes:

Acções para alunos dos anos terminais

Pelo Prof. Doutor Luís Alte da Veiga—alguns aspectos sobre os seguintes temas:

- «Campos».
- «Leis Fundamentais da Mecânica».
- «Hidrostática e Hidrodinâmica».

Pela Prof.^a Doutora Maria Margarida Ramalho:

- «A Física e o Desporto».

Pela Prof.^a Doutora Maria José B. Almeida:

- «Condutores, Semicondutores, Supercondutores».
- «Olhos e Óculos—Mecanismo Físico da Visão».

Pela Prof.^a Doutora Maria Helena Caldeira:

- «Mecânica Quântica—o que é?».
- «Natureza da Luz».

Pelo Prof. Doutor Manuel Fiolhais:

- «Partículas Elementares».
- «Origem do Universo».

Pelo Prof. Doutor Francisco Cardoso:

- «Computadores no Laboratório: modernas tendências e novas oportunidades».

Acções para docentes do Ensino Secundário

Pela Prof.^a Doutora Maria da Conceição Ruivo:

- «Elementos da Teoria da Relatividade Restrita».

O Prof. Doutor Adriano Pedroso de Lima, propõe-se colaborar na dinamização dos Laboratórios de Física existentes nas Escolas Secundárias. Esta iniciativa encontra-se presentemente em estudo e esperamos em breve poder anunciar os moldes em que se irá concretizar.

3. Delegação Regional do Porto

Olimpíadas Nacionais de Física (1988)

As Olimpíadas Nacionais de Física realizaram-se nos dias 25 e 26 de Novembro de 1988 no Laboratório de Física da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, tendo sido vencedoras as seguintes equipas:

9.º ano (ex-aequo)

—*Escola Sec. Eça de Queiroz—Póvoa de Varzim*

Ana Catarina Sampaio
Paulo Jorge dos Santos Rodrigues
Gabriela Dantas de Barros

—*Escola Sec. da Quinta das Flores—Coimbra*

Isabel Margarida Reis Costa
João Manuel Rendeiro Cardoso
Dário Manuel da Silva Fonseca

11.º ano

—*Escola Sec. Alves Martins—Viseu*

Carla Marina de Oliveira Botelho
Cristina Maria Correia Pereira
José António Maciel Natário

No próximo número da Gazeta serão publicados os textos destas provas nacionais.

Óptica e Lasers

Trata-se de um Curso de Formação dirigido a professores do Ensino Secundário.

Dado o interesse manifestado pela organização do anterior curso, vai esta Direcção Regional repetir a iniciativa. Oportunamente será enviada uma circular a todas as Escolas da Zona, a fim de recolher inscrições dos interessados.

4. Relatórios de Actividades - 1988

4.1. Divisão Técnica de Educação

Dando continuação ao programa de cursos de reciclagem iniciado em 1986, organizaram-se as seguintes acções de formação:

Uso do computador no Ensino da Física

Local — Escola Secundária Carolina Michaëlis no Porto.

Data — 16/06/88.

— Professores Orientadores — Carlos Fiolhais e Pedro Vieira Alberto (F.C.T.U.C.).

Participantes — 19 Professores, dos Carvalhos, Matosinhos e Porto.

Ensino da Mecânica no Ensino Secundário

Local — Escola Secundária Augusto Gomes.

Data — 28/06/88.

Professores Orientadores — Marília Fernandes Thomaz e Nilza Vasconcelos (D.F.U.A.).

Participantes — 18 Professores, dos Carvalhos, Matosinhos e Porto.

Local — Universidade de Trás-os-Montes — C.I.F.O.P.

Data — 29/06/88

Professores Orientadores — Marília Fernandes Thomaz e Nilza Vasconcelos (D.F.U.A.).

Participantes — 26 Professores, de Chaves, Boticas, Vila Pouca de Aguiar, Vila Real, Sabrosa e Régua.

Mecânica dos Sistemas Discretos de Partículas e dos Corpos Rígidos

Local — Escola Secundária de Bocage em Setúbal.

Data — 19, 20 e 21/9.

Professores Orientadores — Fernando Parente (F.C.L.), Luís Silva (E.S.D.J.C.).

Participantes — 13 Professores da Região de Setúbal.

Tratamento Experimental da Cinemática e da Dinâmica

Local — Escola Secundária do Cerco — CERCO.

Data — 6 e 7/12.

Professores Orientadores — Luís Alte da Veiga e José António Paixão (F.C.T.U.C.).

Participantes — 35 Professores, do Porto, Maia, Carvalhos e Matosinhos.

Uso do Computador no Ensino da Física

Local — Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.

Data — 6/01/89.

Professores Orientadores — Carlos Fiolhais e Pedro Alberto (F.C.T.U.C.).

Participantes — 72 Professores, de Lisboa, Almada e Setúbal.

Estão organizadas, para serem realizadas brevemente as seguintes acções:

Ideias Intuitivas em Física

Local — Escola Secundária de Esgueira em Aveiro.

Data — 23/01/89.

Professora Orientadora — Marília Fernandes Thomaz (D.F.U.A.).

Participantes — 16 Professores de Aveiro.

Uso do Computador no Ensino da Física

Local — Escola Secundária Avelar Brotero em Coimbra

Data — 20/02/89.

Professores Orientadores — Carlos Fiolhais e Pedro Alberto (F.C.T.U.C.).

Participantes — 19 Professores da Região de Coimbra.

Teoria da Relatividade Restrita

Local — Escola Secundária Emídio Navarro em Viseu.

Data — 14/02/89.

Prof.^a Orientadora — Estela Pereira (D.F.U.A.).

Participantes — 39 Professores, de Viseu, Carregal do Sal, Mangualde e Sátão.

Tratamento Experimental da Cinemática e da Dinâmica

Local — Escola Secundária n.º 1 de Beja.

Data — 17 e 18/02/89.

Professores Orientadores — Luís Alte da Veiga e José António Paixão (F.C.T.U.C.).

Participantes — 21 Professores da Região de Beja.

Trabalho e Energia

Local — Escola Secundária n.º 1 de Aveiro.

Data — 1, 2 e 3/03/89.

Professores Orientadores — José Marat Mendes (F.C.T.U.N.) e Jorge Valadares (U.A.).

O Conceito de Energia em Diferentes Domínios

Local — Escola Secundária Jaime Moniz no Funchal.

Data — 3 e 4/07/89.

Professoras Orientadoras — Maria da Conceição Ruivo e Maria Helena Caldeira Martins (F.C.T.U.C.).

Participantes — 21 Professores da Madeira.

Conceitos de Mecânica Quântica no Ensino Secundário

Local — Escola Secundária Jaime Moniz no Funchal.

Data — 5 e 6/07/89.

Professora Orientadora — Maria Helena Caldeira Martins (F.C.T.U.C.).

Participantes — 21 Professores da Madeira.

A Divisão Técnica da Educação colaborou com a Universidade de Évora na realização, nesta cidade, dos seguintes cursos:

— «Origens e Evolução do Universo»: sob a orientação do Prof. António Costa (I.S.T.).

— «Trabalho e Energia» orientado pelos Professores Jorge Valadares (U.A.) e Marat Mendes (F.C.T.U.N.L.).

— «Hidrostática e Hidrodinâmica» orientada pelo Prof. Janeiro Borges (F.C.T.U.N.L.).

Colaborou na organização da acção para professores, subordinada ao tema «Como motivar os alunos do 8.º e 9.º anos para o estudo da Física e Química», realizada em Viseu na Escola C+S de Figueiró, no dia 18/01/88.

Essa acção foi dinamizada pela Prof.ª Dr.ª M. Natália Cruz do Departamento de Educação da Fac. de Ciências da Univ. de Lisboa. Também participou na VI Semana das Ciências da Educação a Escola Secundária Mouzinho da Silveira com uma palestra sobre relatividade restrita, proferida pelo Dr. Jorge Valadares.

A Divisão Técnica de Educação tem respondido a consultas de colegas de Escolas de todo o país que pretendem esclarecimentos sobre os mais variados assuntos, desde a realização das acções de formação coordenadas pela Divisão até à simbologia e terminologia actualmente recomendada pelas entidades internacionais que superintendem à normalização. A D.T.E. também participou na aquisição, por parte da S.P.F., da norma ISO 31, norma internacional sobre símbolos e nomes para grandezas físicas, terminologia, recomendações gerais sobre números e factores de conversão.

Estabeleceram-se contactos com as Secções Culturais das Embaixadas de, Física e ou de Física/Química do ensino pré-universitário, para possibilitar a consulta dos mesmos pelos sócios.

Também foram feitos contactos com a Sociedade Brasileira de Física a fim de se estabelecerem relações de colaboração.

A D.T.E. mandou realizar um inquérito sobre opções curriculares junto dos professores

do 4.º grupo presentes no 1.º Encontro Regional sobre o ensino da Física. O resultado desse inquérito foi enviado para publicação na Gazeta de Física.

A D.T.E. foi convidada a participar no congresso da A.I.F. (Associazione per l'Insegnamento della Física), que teve lugar em Nápoles de 26 a 29 de Outubro.

Foram concedidos pelo Almirante Chefe do Estado Maior da Armada a esta Divisão facilidades para a realização de programas e cursos de índole didáctico-científica no Planetário Gulbenkian.

Durante o ano de 1988 foram concedidas à Divisão Técnica de Educação os seguintes subsídios:

— Da Fundação Calouste Gulbenkian 250 000\$00 — 1.ª parte do subsídio.

— Da Comissão para a Reforma do Sistema Educativo 200 000\$00.

— Da Fundação Luso Americana para o Desenvolvimento da Cultura 250 000\$00.

— Da J.N.I.C.T. 200 000\$00.

Aproveita-se a oportunidade da publicação deste relatório para, uma vez mais agradecermos às entidades acabadas de referir, os subsídios que nos concederam, sem os quais não nos teria sido possível levar a efeito todas as acções atrás discriminadas.

Em Julho de 1988 e em cumprimento do Art.º 49 dos Estatutos da S.P.F., foi nomeado para continuar como coordenador da Divisão Técnica de Educação, por mais 3 anos, o Professor Jorge António Valadares, o qual indicou para vogais os Professores Luís Lemos Alves e Guilherme Louro de Almeida.

A Dr.ª Helena Leão, da anterior equipa responsável, aceitou continuar a colaborar intimamente nas actividades da Divisão Técnica de Educação, o que tem vindo a acontecer.

4.2. Delegação Regional do Porto

Resumo de Actividades

A actividade desenvolvida por esta Delegação, insere-se na mesma linha do ano anterior;

onde se procurou obter útil e eficaz participação da Sociedade na promoção, divulgação e ensino da Física. Assim, realizaram-se algumas palestras, encontros de formação e Olimpíadas de Física que a seguir se mencionam.

Na parte administrativa, ficou estabelecido o programa de gestão da Sociedade, aproveitando a informatização dos ficheiros feita anteriormente, o que a partir de agora possibilita a emissão imediata de recibos, saldo de cada sócio e o relatório de contas relativo a qualquer período de tempo.

A emissão do cartão de sócio, prevista em Setembro de 88, foi adiada para o início de 89 afim de constar a actualização das quotas. Assim, todos os sócios que satisfizerem o pagamento de quotas em débito (incluindo 1989), receberão o cartão pelo correio.

A falta de colaboração regular nos serviços de secretaria foi bastante sentida durante o ano de 1988. Esperamos contudo ultrapassar brevemente este problema, para o qual contamos com o apoio do Secretariado da Direcção Nacional, para que desta maneira fique estabelecida uma estrutura dos serviços administrativos sólida e estável que não dependa tanto do esforço individual dos membros da direcção regional.

Palestras e Encontros de Formação

29 de Janeiro

—«*Apresentação da Linguagem LOGO*», pelo Prof. Doutor Rogério Nunes, no anfiteatro de Física (Fac. Ciências).

2 a 3 de Março

—Encontro sobre «*A Física Quântica e a Matéria*», no Anfiteatro do Parcauto, Fac. Eng. U. P., com a participação de 35 Professores do Ensino Secundário. Temas versados:

—A Física Clássica e o Átomo, pela Doutora M. Augusta Santos.

—Dualidade Onda Corpúsculo, pelo Doutor J. Lopes dos Santos.

—Relações de Incerteza, pelo Doutor J. Lopes dos Santos.

—Métodos de Difracção na Determinação de Estruturas, pela Doutora Maria do Céu Marques.

—Ligação Química, Sólidos e Bandas de Energia, pelo Doutor José M. Moreira e Lic.º Vítor Amaral.

—Demonstrações Laboratoriais, pelos Lic.º J. Luís Santos e Doutor J. Lopes dos Santos.

9 de Março

—«*Mistérios Quânticos*», pelo Doutor J. Lopes dos Santos, na Escola Sec. Rodrigues de Freitas.

13 de Abril

—«*Uso de Microcomputadores no Ensino*», pelo Prof. J. Dépierreux, no Anf. de Física.

13 de Maio

—«*Momentum and Pseudo momentum of Light and Sound*», pelo Prof. Sir Rudolf Peierls, no Anf. de Física.

8 de Junho

—«*Mistérios Quânticos*», pelo Doutor J. Lopes dos Santos, na Escola Sec. de Paredes.

11 a 13 de Outubro

—Encontro sobre «*A Electrónica no Ensino Secundário*», pelo Prof. Manuel de Barros, no Laboratório de Electrónica (Fac. Ciências).

12 de Outubro

—«*O Universo Primitivo — Teoria de Kaluza-Klein*», pelo Doutor Paulo Gali de Macedo, no Anf. de Física.

16 de Novembro

—«*Electrónica — uma abordagem muito elementar*», pelo Prof. Manuel Barros, na Esc. Sec. António Nobre.

31 de Novembro

—«*Mistérios Quânticos*», pelo Doutor J. Lopes dos Santos, na Escola Sec. Almeida Garrett.

Olimpíadas de Física. Provas Regionais e Nacionais

Continuando a tradição da realização das Olimpíadas de Física iniciadas em 1985, esta Delegação organizou em 1988, para além da etapa regional, a etapa nacional (por incumbência da Direcção Nacional) relativa ao

apuramento final das equipas vencedoras nas 3 regiões do país.

Mais uma vez registamos com plena satisfação o interesse com que os Estudantes mais jovens (do 9.º e 11.º anos) e as respectivas Escolas corresponderam a esta iniciativa da SPF.

Relatório de Contas

No ano de 87 esta delegação beneficiou de uma receita importante (cerca de 515 contos) proveniente do resultado financeiro da Física 86. Só foi possível este ano manter um nível semelhante de despesas, graças aos subsídios recebidos de diversas entidades, das quais não poderemos deixar de salientar:

- Reitoria da Universidade do Porto;
- JNICT;
- Governo Civil do Porto;
- Corticeira Amorim;
- Laboratório de Física da Universidade do Porto.

Outras entidades contribuíram também para a realização das Olimpíadas de Física (ver notícia na Gazeta de Física, Vol. 11, Fasc. 2). A Direcção gostaria de renovar os seus agradecimentos a estas entidades.

As despesas mais importantes foram as relativas à compra de uma fotocopiadora, ainda não totalmente paga, e às Olimpíadas Regionais e Nacionais. Para estas últimas a delegação recebeu uma verba de 200 contos do Secretariado Nacional (subsídio da Fundação Gulbenkian).

O volume líquido de quotas recebidas em 1988 aumentou em cerca de 9% relativamente a 1987 (321.9 contos em 88 contra 294.6 em 87). Inscreveram-se 51 novos sócios em 88 o que significa um aumento de 12%. A informatização dos ficheiros da sociedade permitiu-nos calcular o montante total de quotas em atraso no final de 88, no valor de 420 700\$00.

4.3. Delegação Regional de Coimbra

No 2.º ano do mandato — de que foi incumbida em Janeiro de 1987 — a direcção

da Delegação Regional de Coimbra da Sociedade Portuguesa de Física manteve a preocupação de promover actividades de interesse para os seus associados. Merecem especial referência as seguintes:

Actividades realizadas em Escolas

Foram realizadas as seguintes acções destinadas a alunos e professores do Ensino Secundário:

— «Energia», acção destinada a alunos do 9.º ano, coordenada pelo Prof. Doutor Carlos Fiolhais, na Escola Secundária Rafael Bordalo Pinheiro, Caldas da Rainha, em 20/1/88.

— «O Homem e o Universo», palestra integrada no «Dia da Física», coordenada pelo Prof. Doutor Carlos Fiolhais, na Escola Secundária de Pombal, em 1/2/88.

— «Física Divertida», palestra destinada preferencialmente a alunos, coordenada pelo Prof. Doutor Carlos Fiolhais, na Escola Secundária de Anadia, em 24/2/88.

— «Física Divertida», pelo Prof. Doutor Carlos Fiolhais, na Escola Secundária da Marinha Grande, em 15/5/88.

— «Estrutura da Matéria à Luz da Mecânica Quântica», pela Prof.^a Doutora Maria Helena Caldeira, na Escola Secundária da Marinha Grande, em 19/5/88.

— «Natureza da Luz», pelo Prof. Doutor Carlos Fiolhais, na Escola Secundária Afonso Lopes Vieira de Leiria, em 26/5/88.

— «Física das Partículas Elementares», pelo Prof. Doutor Manuel Fiolhais, na Escola Secundária St.^a Maria do Olival de Tomar, em 25/6/88.

Para algumas destas acções foi obtida a comparticipação financeira das respectivas Escolas.

A Divisão Técnica de Educação da SPF — no cumprimento dos objectivos para que está vocacionada — organizou um conjunto de «Acções de formação para professores do Ensino Secundário», amplamente divulgado. Pode dizer-se que as acções patrocinadas pela Delegação tiveram um carácter complementar das da Divisão.

Olimpíadas Regionais de Física—88

Tiveram lugar no Departamento de Física da FCTUC, no dia 15 de Abril, as provas

regionais das Olimpíadas de Física—88, com o seguinte programa:

- 10h00—Recepção às equipas participantes
- 10h30—Provas teórico-experimentais
- 12h30—Almoço
- 14h30—Visita ao Museu da Ciência e da Técnica
- 16h00—Provas facultativas
- 17h30—Lanche e distribuição de prémios

O crescente interesse de alunos e professores do Ensino Secundário por esta iniciativa foi evidenciado pela participação de um total de 35 equipas (20 do 9.º ano e 15 do 11.º ano).

Conferência Nacional de Física—88

A VI Conferência Nacional de Física, cuja organização foi da responsabilidade desta Delegação, realizou-se em Aveiro de 26 a 29 de Setembro de 1988.

Contou com cerca de 600 participantes, 23 conferências plenárias e cerca de duas centenas e meia de comunicações, apresentadas sob a forma de «posters».

O sucesso que constituiu a «Física-88», como o Secretário Geral da SPF afirmou no discurso de encerramento (vide Gazeta de Física, **11** (3), pág. 111), deve-se em grande parte ao trabalho e empenhamento da Comissão Organizadora Local, a quem é devida uma palavra de louvor.

Organização Interna da Delegação

Está praticamente concluída a informatização do Ficheiro de Sócios.

A emissão de um «Cartão de Sócio», aspiração da Delegação, tem vindo a ser protelada pois se pretende que haja uma uniformização com as outras Delegações.

Apraz-nos registar o aumento do número de novos sócios, contando a Delegação, neste momento, com 539 sócios inscritos.

EJP - European Journal of Physics

O EJP é uma revista editada pela Sociedade Europeia de Física destinada ao tratamento científico e original de questões não especializadas de Física e do seu ensino. Publica 4 números por ano num total de cerca de 320 páginas.

Vide Gaz. Fís., 11, 79 (1988)

Quotas da SPF

Prezado sócio: se ainda não pagou as suas quotas para o ano de 1989, agradecemos que o faça o mais rapidamente possível junto da respectiva Delegação.

Assegurará desta forma melhores condições para o planeamento e expansão das actividades da Sociedade, bem como a recepção regular da Gazeta de Física.

*Quotas: não estudantes ... 2000 Escudos
estudantes 750 Escudos*

Errata (*Gaz. Física, vol. 11, 1988*)

- Pág. 144, Tabela I, coluna esquerda: Onde se lê *Lepitões*, deve ler-se *Leptões*.
- Pág. 144, coluna esquerda, linha 16: Onde se lê *deixa de ter massa*, deve ler-se *adquire massa*.
- Pág. 149, linha 37 e seguintes: Onde se lê D. Schramm e G. Steigman — «Particle Accelerators Test Cosmological Theory», *Nature*, **314**, 4 Abril (1985), deve ler-se:
D. Schramm e G. Steigman — «Particle Accelerators Test Cosmological Theory», *Scientific American*, Junho (1988).
M. Green — «Unification of Forces and Particles in Superstring Theories», *Nature*, **314**, 4 Abril (1985).

metrologia...fundamental, industrial, legal

Já pensou numa carreira profissional como metrologista?

O Ministério da Indústria e Energia ,
através do Instituto Português da Qualidade,
com o apoio da Comissão das Comunidades Europeias,
está actualmente envolvido na criação de
uma rede nacional de laboratórios metrológicos.
A rede integrará o Laboratório Central de Metrologia,
sediado no Porto (Viso), com uma extensão sul (Pragal, Plano Integrado de Almada).
Comportará, ainda, cinco Laboratórios Regionais
(Coimbra , Évora , Faro, Lisboa, Porto).
O investimento total, superior a 6 milhões de contos,
será executado entre 1989 e 1993.
O Instituto Português da Qualidade
está a iniciar uma campanha de formação de Metrologistas
para a rede nacional de laboratórios metrológicos.
Estamos, também, interessados em docentes do Ensino Secundário.
Se a hipótese lhe interessa contacte, para informação adicional,
o Engenheiro António Cruz, Director dos Serviços de Metrologia.

Instituto Português da ualidade

Rua Professor Reinaldo dos Santos, lote 1378
1500 Lisboa
Tel: 78 61 58 / 59
Telefax 78 19 80



VOL. 12 • FASC. 1 • JANEIRO 1989

SUMÁRIO

As duas caras de um fóton. A experiência de Grangier, Roger e Aspect	1
<i>J. M. B. Lopes dos Santos</i>	
Propagação de feixes Laser. I - Estudos teóricos	11
<i>M. B. Marques e José R. Salcedo</i>	
A introdução à mecânica no ensino secundário	16
<i>Marília Fernandes Thomaz e Nilza Vasconcelos</i>	
Actividades em Electrostática	27
<i>Norberto Ferreira</i>	
Noticiário da Sociedade Portuguesa de Física	34