

Big Bang e inflacção (I)

A. L. L. VIDEIRA (*)

Centro de Física da Matéria Condensada
Av. Prof. Gama Pinto, 2 — 1699 Lisboa Codex

«Não é o Universo, a própria lei da matéria — vivificante e degradativa ao mesmo tempo — que coage, força, delimita o sonho humano? (...) O Mundo, de resto, tem mais importância como sonho do que como realidade».

Aquilino Ribeiro

1. Introdução

A Teoria da Relatividade Geral (TRG), como representação geométrica da gravitação, permite a formulação de um modelo cosmológico simples, que tem contado com grande aceitação e até mesmo grande favoritismo, devidos, por um lado, à sua naturalidade e simplicidade formal, e, por outro, ao facto de estar em excelente acordo com as principais observações no domínio cosmológico.

Entretanto, apesar do enorme sucesso desse modelo de um Big Bang quente na descrição da evolução dinâmica do nosso Universo, ele encerra em seu bojo graves dificuldades intrínsecas, a solução das quais conduziu à formulação, a partir do final da década de setenta, dos chamados modelos de expansão inflacionária.

No que se segue, desenvolveremos uma exposição (necessariamente despretenciosa) do Big Bang (Parte I) e de um dos modelos inflacionários — possivelmente o mais simples de todos — denominado de inflação caótica (Parte II).

2. O Universo em Espansão: um Quadro a fugir de nós ⁽¹⁾

É voz consensual que são poucas as descobertas realmente fundamentais para o estudo da Cosmologia. A primeira — e indubitavelmente a mais importante de todas — é a da

expansão universal proposta pelo astrónomo americano Edwin Powell Hubble em 1929 [1]. A segunda, também de efeito decisivo, é a radiação de fundo de três graus Kelvin, descoberta por Arno Penzias e Robert Wilson em 1965 [2, 3] — e que havia sido prevista anos antes por George Gamow [4, 5] e seus colaboradores [6, 7]. A terceira seria a que diz respeito aos dados referentes aos conteúdos de hidrogéneo e hélio primordiais [2, 8, 9].

Existem ainda, contudo, pelo menos mais três observações que, parecendo à primeira vista supinamente triviais, apontam todas, de facto, para um cenário radicalmente diferente daquele que era aceite sem contestação séria até à terceira década deste século ⁽²⁾.

Para uma dessas observações, basta-nos olhar para fora da janela e esperar que o Sol se ponha. O céu irá tornando-se mais e mais escuro, até que, em condições ideais, milhares de estrelas passarão a ser visíveis a olho nú: é noite. E agora parece que cabe imediatamente perguntar o que poderá haver de extraordinário, de surpreendente, de contraditório, nesse acontecimento tão corriqueiro. Com efeito, devido à rotação da Terra em torno do seu eixo, a ocorrência periódica da sucessão dia-noite-dia... é simplesmente inevitável. Ou será que não?

(*) Em licença do Departamento de Física da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. A Comissão Redactorial respeitou integralmente a grafia do autor, mesmo quando ela se afastava da que é corrente em Portugal.

(1) O leitor que desejar aprofundar os temas esquematizados a seguir poderá aproveitar, entre inúmeras outras, as referências 19, 20, 21, 22 e 23.

(2) Einstein chegou ao ponto, como referiremos adiante, de alterar as equações de campo da Teoria da Relatividade Geral, de modo a que elas concordassem com o modelo cósmico «oficial».

Em 1826, o astrónomo alemão Heinrich Olbers [10] (e já antes dele o astrónomo suíço Jean Phillippe Cheseaux) notara que essa sucessão aparentemente inexorável de claro-escuro-claro... envolve, sob certas hipóteses, uma contradição inevitável: o chamado Paradoxo de Olbers. De facto, num Universo infinitamente grande (especialmente infinito) — como se supunha — no qual não haja deslocação relativa da matéria em larga escala (distribuição estática) e esta se encontre distribuída uniformemente, em qualquer ponto, a quantidade de radiação electromagnética recebida, por unidade de tempo seria infinita, ou seja, nenhum ponto de um tal Universo poderia, jamais, estar «no escuro». Desse modo, o facto da noite suceder ao dia significa (admitindo que a distribuição de galáxias neste nosso canto do Universo seja típica de qualquer outra região), ou bem que o Universo seja extraordinariamente pequeno (teria que ser muito mais pequeno do que é indicado pela observação), ou bem que a matéria se encontre em expansão. Excluindo, por demasiadamente pequeno, a primeira destas possibilidades, resta a hipótese da expansão, a qual aponta, então, inequivocamente, para estágios em que o jovem Universo seria muito menor e muito mais denso do que hoje.

Outra observação no mesmo sentido de uma evolução temporal universal diz respeito à situação de equilíbrio termodinâmico: ao medirmos a temperatura do espaço interestelar, encontramos um valor poucos graus acima do zero absoluto ($\sim 3\text{K}$), enquanto que a temperatura de uma estrela como o nosso Sol, por exemplo, atinge dezenas de milhões de graus ($\sim 20 \times 10^6 \text{K}$), ou seja, o cosmos encontra-se num estado de não-equilíbrio termodinâmico. Isto, por sua vez, significa que o nosso Universo não pode ser infinitamente antigo, já que, nesse caso, haveria transcorrido tempo suficiente para que se houvesse estabelecido o equilíbrio térmico.

Uma outra observação ainda, de fundamental relevância em Cosmologia e aquela que revela que, em escalas da ordem das centenas de milhões de parsecs ⁽³⁾, o Universo é homogéneo e isotrópico e que as maiores inomoge-

neidades, com dimensões típicas da ordem das dezenas de milhões de parsecs são os aglomerados galácticos ($\sim 10^7 \text{pc}$), seguidos pelas galáxias ($\sim 10^6 \text{pc}$), pelos aglomerados globulares estelares ($\sim 10^2 \text{pc}$) e pelas estrelas (alguns segundos-luz, como o Sol, ou até alguns dias-luz, como as gigantes vermelhas).

Trabalhando com um telescópio de 2,5 m na Califórnia, Edwin Hubble anunciou em 1929 um resultado das suas observações o qual provou constituir uma das descobertas mais importantes e relevantes de todos os tempos em Astronomia. Medindo o desvio espectral de galáxias, ele anunciou que esses sistemas se afastam da nossa Galáxia a velocidades proporcionais às suas distâncias de nós. Como a homogeneidade e a isotropia universais indicam que o nosso ponto de observação nada tem de especial — constituindo esse facto o chamado Princípio Cosmológico Copernicano — essa «fuga» galáctica admite uma única explicação: o nosso Universo é um sistema em expansão (de acordo com a lei de Hubble), o que, por sua vez, indica que, no passado, todo o seu conteúdo de energia-matéria esteve concentrado em regiões com dimensões muito inferiores e densidades muito superiores aos valores actuais.

Somos, assim, levados a considerar um estado de altíssimas densidade, temperatura e pressão; o qual como veremos adiante, foi opaco até um certo estágio, isto é, toda a radiação produzida até uma certa época não podia escapar, estava presa na «bola de fogo» (isto é, no plasma) primordial. Essa situação manteve-se até a temperatura do plasma cair o suficiente com a expansão para que pudesse ocorrer a captura de electrões por protões, formando hidrogénio neutro, o que diminuía de muito as possibilidades de espalhamento de fotões, que passaram, desde então, a propagar-se livremente. A radiação cósmica de fundo, na faixa das microondas, com temperatura de antena de 3K, altamente isotrópica (vinda de todas as direcções com a mesma distribuição) e com espectro de corpo negro, descoberta

⁽³⁾ Um parsec = $1\text{pc} = 3,0856 \times 10^{18} \text{cm} = 3,26$ anos-luz. Um ano-luz = $0,946 \times 10^{18} \text{cm}$.

acidentalmente ⁽⁴⁾ por Penzias e Wilson em 1965 [3] é como que o eco, a presença, o testemunho, a memória, desse desacoplamento entre a matéria e a radiação e que ocorreu quando o nosso mundo era centenas de milhões de vezes mais denso do que hoje, e milhares de vezes mais quente e mais pequeno.

Recuando ainda mais no tempo (de facto, como veremos, recuando *muito mais*), iremos atingir estágios em que o Universo — a densidades extremamente elevadas (já que todo ele estava concentrado em regiões muito menores do que as de hoje) — fervia a milhares de milhões de graus. Isso ensejava reacções nucleares, as quais, calculadas em pormenor, mostram que o resultado das mesmas deveria ser ~ 75% de hidrogénio, ~ 25% de hélio e praticamente mais nada ⁽⁵⁾. Esses resultados foram extraordinariamente convenientes, já que a teoria da nucleossíntese em estrelas (em novas e supernovas) não dava conta dessas quantidades de hidrogénio e de hélio, nem do motivo porque a sua distribuição fosse tão uniforme [11].

3. O Modelo Padrão

Os dados observacionais essenciais acima referidos — a expansão universal, a radiação cósmica de microondas e a nucleossíntese primordial do hidrogénio e do hélio — sobre os quais se deve fundamentar qualquer construção teórica que pretenda reproduzir a história do Universo, apontam, justamente, para um quadro espaço-temporal em contínua evolução. Quer dizer: qualquer construção teórica que pretenda atender ao qualificativo de *cosmológica*, isto é, que pretenda contar a história do Universo no seu todo, deverá ser capaz de fornecer uma descrição que evolua a partir de um estado altamente condensado e quente, o qual, ao expandir-se, vá-se rarefazendo e resfriando.

Das quatro interacções fundamentais conhecidas, somente duas, a electromagnética e a gravitacional, são capazes de influenciar a evolução cósmica global. Todavia, como a observação indica que o Universo seja electricamente neutro, o campo electromagnético não pode

desempenhar um papel preponderante, cabendo, então, ao mais fraco dos quatro campos, o gravitacional, o papel de único responsável pela fábrica global do nosso mundo.

A equação do campo gravítico da Geometrodinâmica (mais conhecida por TRG) formulada por Einstein em fins de Novembro de 1915 ($c = 1$ em todas as equações do presente trabalho),

$$R_{\mu\nu} - 1/2 g_{\mu\nu} R = 8 \pi G T_{\mu\nu}; \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3, \quad (1)$$

relaciona, no lado esquerdo, as propriedades puramente geométricas de um dado espaço-tempo com o conteúdo de matéria-energia desse espaço-tempo, no lado direito. Nessa moldura Einsteiniana, a gravitação é representada pelo tensor métrico $g_{\mu\nu}$ (e pelas suas derivadas primeiras e segundas) de uma geometria (pseudo-) Riemanniana quadridimensional. Assim, é natural procurar no quadro dessa Geometrodinâmica uma representação do cosmos e, com efeito, o próprio Einstein, já em 1917 apresentou uma solução cosmológica da sua equação do campo gravítico [12]. Com um grave defeito, porém, que o levou a ele, Einstein, anos mais tarde, a referir-se-lhe como o erro mais grave de toda a sua vida. O criador da representação geométrica da gravitação arrogou-se o direito de introduzir uma alteração *ad hoc* na sua equação de campo. Vejamos o que se passou.

Einstein logo percebeu que as únicas soluções cosmológicas estáveis da sua equação de campo são aquelas que fornecem um espaço-tempo em expansão (ou em contracção), coisa

⁽⁴⁾ O interessante é que Penzias e Wilson, que ganharam o Prémio Nobel de Física pela sua descoberta, fizeram-na inteiramente por acaso (a sua antena de microondas nos Laboratórios da Bell Telephone Company em Nova Jersey tinha fins bem mais pragmáticos) e precisaram da ajuda de alguns físicos da Universidade de Princeton, nomeadamente R. H. Dicke e P. J. E. Peebles para perceberem o que haviam encontrado.

⁽⁵⁾ Uma parte em um milhão para todo o resto, inclusive os materiais de que nós somos feitos.

que, para ele, como para quase toda a gente naquela época, parecia perfeitamente absurda: o Universo — acreditavam todos — deveria ter sido sempre como é hoje e deveria continuar a sê-lo para todo o sempre. O que Einstein fez foi então impôr uma solução que satisfizesse esse estado de coisas, introduzindo à mão, por assim dizer, um chamado termo cosmológico, Λ , suficientemente pequeno, que, contrabalançando os efeitos gravíticos da matéria, permitisse as almeçadas soluções:

$$R_{\mu\nu} - 1/2 g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (2)$$

Nós aqui, no presente tratamento, investigaremos que tipo de mundo, que tipo de Universo, nos é dado pela Geometrodinâmica de Einstein, sem contudo considerar esse termo cosmológico.

No chamado *modelo-padrão* do Universo, o tensor $T_{\mu\nu}$ da Eq. (1) representa um fluido perfeito, necessariamente em expansão ou em contracção (já que as soluções estacionárias de (1) sem termo Λ não são estáveis), caracterizado por uma quadrivelocidade u_μ , uma densidade de massa-energia ρ e uma pressão P (a pressão cinética das galáxias, as quais são aqui tratadas como partículas de um gás perfeito):

$$T_{\mu\nu} = (\rho + P) u_\mu u_\nu + g_{\mu\nu} P \quad (3)$$

Aqui, $g_{\mu\nu}$ é o tensor métrico da quadri-geometria, na qual, não se podendo introduzir um único tempo, definem-se hiper-superfícies tridimensionais, tipo espaço. Devido à hipótese de homogeneidade, estas são tri-superfícies de homogeneidade, o que quer dizer que a sua curvatura é a mesma em todos os seus pontos, assim como ρ e P . Por outro lado, a hipótese de isotropia (que, aliás, implica na homogeneidade) faz com que as linhas de universo do fluido perfeito sejam ortogonais às tri-superfícies, podendo-se então definir um *tempo cósmico*, ortogonal a essas superfícies tipo-espaço e observadores comóveis com o fluido, para os quais a componente puramente tem-

poral de $T_{\mu\nu}$ é a densidade, $T_{00} = \rho$, a componente puramente espacial é a pressão, $T_{ij} = P$, $T_{0j} = T_{j0} = 0$, ou seja, o observador comóvel não vê fluxo de energia e T_{ij} ($i \neq j$) = 0; ou seja, esse observador não vê tensões de cisalhamento.

A geometria deste modelo padrão é, então, descrita pela chamada métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker [13-17]:

$$ds^2 = -dt^2 + R^2(t) \gamma_{ij}(x^k) dx^i dx^j \quad (4)$$

onde $\gamma_{ij}(x^k)$ é o tensor métrico das tri-superfícies ($i, j, k = 1, 2, 3$) e a função $R(t)$ do tempo cósmico t é o *parâmetro de escala* ou *factor de expansão*.

Apesar de estarmos interessados em investigar que tipo de mundo nos é dado pela Geometrodinâmica de Einstein sem o termo cosmológico (Eq. 1), queremos mencionar uma solução da Eq. (2) para o caso particular (e pouco realista) de um Universo sem conteúdo de matéria-energia ($T_{\mu\nu} = 0$). Essa solução, encontrada por de Sitter [18] tem a forma:

$$ds^2 = -dt^2 + e^{2at} (dx^2 + dy^2 + dz^2); \quad a = (\Lambda/3)^{1/2} \quad (5)$$

que representa um espaço-tempo tipo Minkowski, cuja parte espacial expande-se exponencialmente. Soluções cosmológicas mais realistas ($T_{\mu\nu} \neq 0$, mas também com a característica de se expandirem exponencialmente, serão investigadas na Parte II, quando forem tratados os modelos ditos inflacionários.

4. A Expansão de Hubble

A lei proposta por Hubble em 1929 [1] e que leva o seu nome estabelece, como já dissemos, uma relação linear entre a velocidade, v , de recessão das galáxias e as distâncias r , a essas galáxias:

$$v(t) = H(t) \cdot r(t) \quad (6)$$

onde o *parâmetro de Hubble*, $H(t)$, é definido como:

$$H(t) \equiv \dot{R}(t)/R(t) \quad (7)$$

cujo valor actual:

$$\begin{aligned} H_0 &= (75 \pm 25) \text{ km.s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1} \quad (8a) \\ &= (13 \times 10^9 \text{ ano})^{-1} = (1,2 \times 10^{28} \text{ cm})^{-1} \end{aligned}$$

é a chamada *constante de Hubble*, que também pode ser escrita adimensionalmente como:

$$h_0 \equiv H_0/100 \text{ km.s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1} \quad (8b)$$

O inverso da constante de Hubble, $H_0^{-1} \equiv t_H$, é chamado *tempo de Hubble* e fornece o tempo para as galáxias atingirem a sua separação actual (partindo de compactificação infinita), desde que elas tivessem sempre mantido as suas velocidades actuais.

A expansão universal de Hubble pode ser visualizada em termos de um argumento Newtoniano simples, bastando para isso considerar uma certa distribuição de massa à distância r_0 de um observador situado no centro de uma esfera homogénea e isotrópica. Expandindo-se todos os comprimentos por um factor de escala $R(t)$, passa-se de r_0 para r , de acordo com $r(t) = R(t)r_0$, de maneira que a velocidade v de expansão da esfera (e, portanto, da massa) é $v(t) = \dot{r}(t) = \dot{R}(t)r_0 = (\dot{R}/R)r(t) \equiv H(t) \cdot r(t)$.

As distâncias de objectos astronómicos pertencentes à Galáxia, ou mesmo ao aglomerado local de galáxias, são medidas em anos-luz ou em parsecs. Contudo, para objectos mais longínquos do que esses, é muito mais conveniente referir a distância em termos daquilo que, efectivamente se observa e se mede, relativamente a esses objectos, a saber, que as linhas espectrais emitidas por eles encontram-se invariavelmente desviadas para o vermelho ⁽⁶⁾.

A única explicação satisfatória para esse desvio espectral cosmológico para o vermelho é a expansão de Hubble. Com efeito, devido a essa expansão, todos os comprimentos (desde que não sejam afectados por outras forças

naturais) variam no tempo, como acabamos de ver, de acordo com $r(t) \sim R(t)$. Assim, em particular, o comprimento de onda λ da radiação electromagnética também satisfaz $\lambda \sim R$, de maneira que a energia dessa radiação diminui, avermelhece, ao efectuar trabalho contra a expansão do Universo: $E \sim \lambda^{-1} \sim R^{-1}$. Logo, $\lambda_0/R(t_0) = \lambda_e/R(t_e) = \text{cte}$, ou:

$$\lambda_0/\lambda_e = R(t_0)/R(t_e) \quad (9)$$

onde λ_0 é o comprimento de onda recebido em t_0 por um observador deslocando-se com velocidade v relativamente a uma dada fonte emissora (ao longo da linha de visada); λ_e é o comprimento de onda emitido em t_e ; $R(t_0)$ e $R(t_e)$ são os factores de escala nos instantes t_0 e t_e , respectivamente.

Definindo o *desvio espectral relativo*, z , por:

$$z \equiv \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} \quad (10)$$

tem-se:

$$1 + z = \frac{R(t_0)}{R(t_e)} \quad (11)$$

o qual representa um desvio para o vermelho (azul), desde que $z > 0$ (< 0). Quanto mais longe estiver a fonte emissora de radiação electromagnética, maior será o tempo transcorrido desde a emissão (t_e) até a observação (t_0) e como R aumenta com t (Universo em expansão), vê-se, por (11), que z aumenta com a distância da fonte emissora. Até à data (Janeiro de 1988), o objecto mais distante observado é o quasar QOO51-279, com $z = 4,43$.

5. O Big Bang

As equações de campo de Einstein, Eq. (1), aplicadas ao modelo padrão que acabamos de ver, de um Universo homogéneo e isotrópico,

⁽⁶⁾ Que não é o caso de alguns objectos próximos, como a galáxia espiral Andrómeda (gémea da nossa), pertencente ao Grupo Local de galáxias e que apresenta um desvio espectral para o azul (o que significa que ela se está aproximando de nós).

forneem a evolução temporal do factor de escala $R(t)$, em função do tempo cósmico t :

$$\dot{R}^2/R^2 = -k/R^2 + (8\pi G/3)\rho \quad (12)$$

$$2 \ddot{R}/R = -\dot{R}^2/R^2 - k/R^2 - 8\pi P \quad (13)$$

onde k é o *parâmetro de curvatura espacial*, que pode assumir os valores $k = +1, 0, -1$, correspondentes a um Universo fechado, plano, ou aberto, respectivamente (⁷). Note-se, contudo, que, derivado (12) e usando a lei da conservação da energia:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{4\pi}{3} \rho R^3 \right) = -P \frac{d}{dt} \left(\frac{4\pi}{3} R^3 \right) \quad (14)$$

obtem-se (13). De (14):

$$\dot{\rho} + 3(\rho + P) \frac{\dot{R}}{R} = 0 \quad (15)$$

e, para resolver esta última é necessário uma equação de estado $\rho(P, T)$ para o meio em expansão. Nas fases iniciais de Universo, o plasma (radiação e partículas) é extremamente relativista, de modo que as partículas têm velocidade da ordem de c , o que torna desprezíveis as energias de repouso com respeito às energias cinéticas. Ou seja, as partículas desse plasma podem ser consideradas como de massa nula, podendo-se, então, utilizar a equação de estado de um gás de radiação em equilíbrio térmico:

$$P = \rho/3 \quad (16)$$

Levando (16) em (15) e integrando, obtém-se:

$$\rho = AR^{-4}, \quad A = \text{cte.} \quad (17)$$

Substituindo (17) em (12) e integrando para pequenos valores de t (e com $t=0$ para $R=0$):

$$R(t) = Bt^{1/2}, \quad \dot{R}(t) = \frac{B}{2} t^{-1/2}, \quad H = \frac{1}{2t},$$

$$B^2 = \left(\frac{3}{32\pi GA} \right)^{1/2} \quad (18)$$

$$\rho(t) = \frac{32\pi G}{3} t^{-2} \quad (19)$$

Logo, para $t=0$ e $R=0$, tem-se $\rho = \infty$ e $\dot{R} = \infty$, ou seja, tem-se uma singularidade na origem espaço-temporal: o Big Bang. Além disso, como, para um gás de radiação em equilíbrio térmico (espectro de Planck), $\rho \sim T^4$, tem-se que, na origem, a temperatura é infinita, $T = \infty$, isto é, tem-se um Big Bang quente.

Por outro lado, para a matéria não-relativista, a equação de estado é $P \sim T$ e como, para galáxias, $v \sim 10^{-3}c$, tem-se que a pressão cinética dessas galáxias é $P \sim \rho v^2 \ll \rho c^2$, o que permite pôr $P \sim 0$ na Eq. (15):

$$\dot{\rho}/\rho = -3 \dot{R}/R$$

Ou seja, para a matéria, em vez de (17), tem-se:

$$\rho_{\text{mat}} \sim R^{-3} \quad (20)$$

Portanto, com a expansão de R , ρ_{rad} decresce mais rapidamente do que ρ_{mat} , o que significa que, a partir de um certo estágio na evolução cósmica, ter-se-á $\rho_{\text{rad}} < \rho_{\text{mat}}$, que é, justamente, o que se observa hoje.

A partir de um certo período, a radiação e a matéria se desacoplam (quase que por completo e para sempre). Devido à expansão, $\rho_{\text{rad}} \sim R^{-4}$ e, devido ao equilíbrio térmico, $\rho_{\text{rad}} \sim T_{\text{rad}}^4$, o que quer dizer que, para a radiação (desacoplada), vale $T_{\text{rad}} R = \text{const.}$, ou seja:

$$T/T_0 = R_0/R = 1 + z \quad (21)$$

onde a última igualdade provém de (11) e o índice zero indica valores actuais. Daqui decorre que o desvio espectral vai aumentando para infinito, à medida que nos aproximamos do Big Bang. Também desta relação e do que vimos anteriormente (§4), concluímos que, quanto maior for o desvio espectral z de um dado objecto astronómico, mais distante ele se encontra, no espaço e no tempo. Assim, por exemplo, a radiação do Q0051-279, acima

(⁷) No caso de um Universo fechado, $k = +1$; o parâmetro de escala $R(t)$ pode ser considerado como o «raio» desse Universo.

referido, traz-nos notícias de um Universo cerca de dez vezes mais jovem do que ele é actualmente.

Como o efeito da gravitação é o de desacelerar a expansão cósmica, é conveniente definir um *parâmetro de desaceleração*, $q(t)$,

$$q \equiv -\ddot{R}R/\dot{R}^2 \quad (22)$$

Da Eq. (13), com $P = 0$ e da lei de Hubble $R = HR$ decorre:

$$H^2(2q - 1) = k/R^2 \quad (23)$$

Por outro lado, de (12) e de (23), vem:

$$2q = \frac{8\pi G}{3H^2} \rho = \frac{\rho}{\rho_c} \Omega \quad (24)$$

onde ρ_c é chamada *densidade crítica*:

$$\rho_c \equiv 3H^2/8\pi G \quad (25)$$

$\rho_c \cong (10^8 H^2/50) \text{ g.s}^2. \text{ cm}^{-3}$ e $H_0 = 75 \text{ km.s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} = 0,75 \times 10^7 \text{ cm.s}^{-1} \cdot (3 \times 10^{24} \text{ cm})^{-1}$, $H^2 \cong 0,5 \times 10^{-35} \text{ s}^{-2}$; de modo que vem $\rho_c = 10^{-29} \text{ g.cm}^{-3} = 10^{-29} h_0^2 \text{ g.cm}^{-3}$.

De (23) e (24) decorrem as três seguintes possibilidades:

- (i) $\Omega_0 > 1 \leftrightarrow \rho_c = \rho_0 \leftrightarrow k = 0 \leftrightarrow$ *recontracção*:
Universo 'fechado';
- (ii) $\Omega_0 = 1 \leftrightarrow \rho_0 = \rho_c \leftrightarrow k = 0 \leftrightarrow$ *expansão*
para sempre:
Universo 'plano';
- (iii) $\Omega_0 < 1 \leftrightarrow \rho_0 < \rho_c \leftrightarrow k < 0 \leftrightarrow$ *expansão*
para sempre:
Universo 'aberto'.

As observações indicam que o valor actual do parâmetro Ω está compreendido no intervalo $0 \lesssim \Omega \lesssim 1$, sendo que os dados mais recentes parecem (tentativamente) apontar para um valor próximo do crítico, $\Omega_0 = 1$, o que significaria que o Universo seria muito pouco curvo, ou quase plano. De facto, desde o

período da nucleosíntese (quando, por meio da fusão de protões e neutrões, formou-se o hélio-4 primordial), que cessou quando o Universo tinha cerca de $t \sim 10^8$ s de idade, até hoje ($t_0 \sim 10^{10}$ s), transcorreram 15 ordens de grandeza. Como qualquer desvio de um Universo exactamente plano ($k = 0$, $q_0 = 1/2$, $\rho_0 = 1$) cresce linearmente com o tempo, qualquer curvatura, por menor que ela fosse inicialmente, forneceria hoje um desvio da «chatice» por um factor $\geq 10^{15}$. Ora, como a observação actual indica que $\Omega_0 \geq 0,1$, isto é, indica que, hoje em dia, o Universo é aproximadamente plano, no período da nucleosíntese, ele deverá ter sido plano com uma precisão de uma parte em 10^{15} (o que faria com que só agora se houvesse atingido uma curvatura passível de ser medida). Em outras palavras: isto leva a poder supor-se que o Universo observável seja plano. Esta «chatice» poderia ser explicada — como veremos na Parte II — em termos de uma expansão inflacionária, a qual prevê um crescimento exponencial num intervalo de tempo bastante diminuto ⁽⁸⁾.

É interessante, pois, analisar a evolução do Universo dentro do modelo padrão para o caso plano. Fazendo na equação de Friedmann Eq. (12) $k = 0$ e substituindo $\rho = \rho_0(R_0^3/R^3)$, fica-se com:

$$\dot{R}^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_0 R_0^3 \frac{1}{R} \quad (26)$$

Por (23): $q_0 = 1/2$, de modo que, por (24): $\rho_0 = 3H_0^2/8\pi G$, que, levado em (26) e integrando-se, fornece:

$$R/R_0 = (t/t_0)^{2/3} \quad (27)$$

onde:

$$t_0 \equiv \frac{2}{3} H_0^{-1} \quad (28)$$

é a idade do Universo.

⁽⁸⁾ Assim como o inflar de um balão desenruga a sua superfície, tornando-a menos curva.

REFERÊNCIAS

- [1] HUBBLE, E. P. — *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.*, **15**, 169 (1929).
- [2] PEEBLES, P. J. E. — *Astrophys. J.*, **146**, 542 (1966).
- [3] PENZIAS, A. A. e WILSON, R. W. — *Astrophys. J.*, **142**, 419 (1965).
- [4] GAMOW, G. — *Phys. Rev.*, **70**, 572 (1946).
- [5] GAMOW, G. — «The Creation of the Universe», Viking Press, New York, 1952.
- [6] ALPHER, R., BETHE, H. e GAMOW, G. — *Phys. Rev.*, **73**, 803 (1948).
- [7] ALPHER, R. e HERMAN, R. — *Nature*, **162**, 774 (1948).
- [8] WAGONER, R. V., FOWLER, W. A. e HOYLE, F. — *Astrophys. J.*, **148**, 3 (1967).
- [9] HOYLE, F. e TAYLER, R. J. — *Nature*, **203**, 1108 (1964).
- [10] OLBERS, H. W. M. — *Bode Jahrbuch*, **110** (1826).
- [11] PAGEL, B. — *Phil. Trans. R. Soc.*, **A307**, 19 (1982).
- [12] EINSTEIN, A. — *Preuss. Akad. Wiss. Berlin, Sitzungsberichte* (reimpresso em inglês em 23).
- [13] FRIEDMANN, A. — *Z. Phys.*, **10**, 377 (1922).
- [14] LEMAITRE, G. — *Ann. Soc. Sci. Bruxelles*, **A47**, 49 (1927).
- [15] ROBERTSON, H. P. — *Astrophys. J.*, **82**, 248 (1935).
- [16] ROBERTSON, H. P. — *Astrophys. J.*, **83**, 187 (1936).
- [17] WALKER, A. G. — *Proc. London Math.*, **42**, 90 (1936).
- [18] DE SITTER, W. — *Proc. Kon. Ned. Akad. Wet.*, **20**, 229 (1917).
- [19] MISNER, C. W., THORNE, K. S. e WHEELER, J. A. — «Gravitation», W. H. Freeman, San Francisco, 1973.
- [20] PEEBLES, P. J. E. — «Physical Cosmology», Princeton University Press, Princeton, (1975).
- [21] PEEBLES, P. J. E. — «The Large-scale Structure of the Universe», Princeton University Press, Princeton, 1980.
- [22] WEINBERG, S. — «Gravitation and Cosmology», Wiley, New York, 1972.
- [23] LORENTZ, H. A., EINSTEIN, A.; MINKOWSKI, H. e WEYL, H. — «The Principle of Relativity: A Collection of Original Memoirs», Dover, New York, 1952.

Quotas da SPF

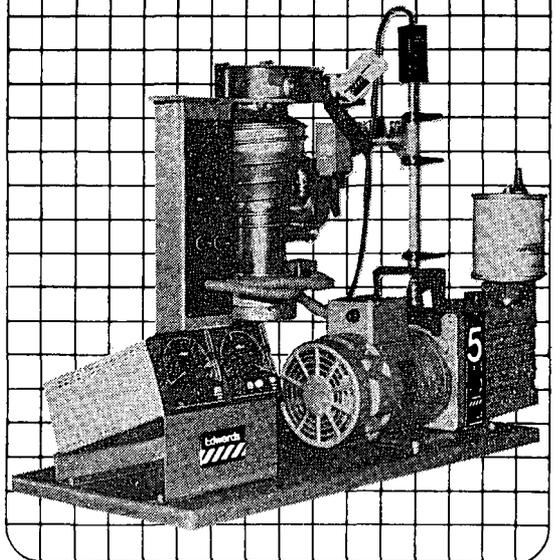
Prezado sócio: se ainda não pagou as suas quotas para o ano de 1988, agradecemos que o faça o mais rapidamente possível junto da respectiva Delegação.

Assegurará desta forma melhores condições para o planeamento e expansão das actividades da Sociedade, bem como a recepção regular da *Gazeta de Física*.

Quotas: não estudantes ... 1200 Escudos
estudantes 600 Escudos

Edwards

VACUUM



EQUIPAMENTOS DE VACUO

MENDES DE ALMEIDA, LDA.

Avenida 24 de Julho, 52 — A/G L12.

Tel. 601219 — TELEX — 13559 ALMEDA