

# A Teoria da Relatividade no Ensino Secundário

## I — A Relatividade Restrita

FERNANDO CABRITA

Escola Secundária de Mafra

ANTÓNIO ARMANDO DA COSTA

Centro de Electrodinâmica - Instituto Superior Técnico

*O desenvolvimento da Teoria da Relatividade e sua verificação prática implicam algumas alterações aos conceitos tradicionais da Física e a necessidade de os seus princípios serem ensinados aos alunos do Ensino Secundário. O presente artigo desenvolve uma proposta programática no âmbito da Relatividade Restrita.*

### 1. Introdução

O desenvolvimento da Física neste século está indissolavelmente ligado à Teoria da Relatividade (TR). Esta contribuiu para uma compreensão mais profunda de conceitos físicos tradicionais e plasmou toda a prática de investigação em Física. Estes factos transcendiram os próprios limites da Física e da Ciência Matemática que a suporta, para ter variadas implicações culturais e filosóficas. Decorridos 82 anos as bases da Teoria da Relatividade Restrita (TRR) já são hoje tema de divulgação no âmbito de uma mediana cultura geral e a Teoria da Relatividade Geral (TRG) ao dar novos significados aos conceitos de Espaço, Tempo e Movimento, ao fundir a Cosmogonia na Cosmologia, ao atribuir a esta última um estatuto científico e um novo significado aos conceitos de Origens e Evolução do Universo, iniciou uma autêntica revolução científico-filosófica de contornos ainda não totalmente definidos.

Hoje, e por via destas considerações, não é mais admissível que os fundamentos desta Teoria continuem estranhos à generalidade dos jovens, e que o Ensino Secundário (ES) continue a ignorá-la. A Escola, o único centro de formação, mas não mais a única fonte de informação, é um referencial de cultura e deve fornecer aos alunos as bases essenciais de compreensão crítica da formação recebida e da informação que os envolve. Assim a Escola

tem de incentivar e orientar o interesse natural dos alunos das idades correspondentes ao ES pelas importantes descobertas científicas contemporâneas, e.g. a TR, e tem de ser capaz de responder às perguntas que eles naturalmente formulam, não se podendo permitir que procurem respostas fora do seu quadro, pelo perigo óbvio de serem falsas ou de conteúdo científico duvidoso, deformando em vez de formarem. É por isso necessário que a Escola, através do seu ensino veiculado por formadores competentes, tenha capacidade de satisfazer completa, eficaz e cabalmente os destinatários, sempre que possível. As únicas limitações admissíveis serão obviamente, não só o nível etário dos alunos, de que decorre uma cuidada selecção dos conteúdos e o grau de complexidade do tratamento associado, mas também os limites actuais da produção do conhecimento, que não permite dar respostas categóricas e definitivas a todas as questões colocadas.

Para que o ES possa cumprir estes objectivos, a TR deverá ser integrada num leque programático a constituir que reforme os actuais currícula. Sugere-se o leque programático desenvolvido em Cabrita & da Costa (1987b). Porém esta urgência não pode fazer esquecer as debilidades da formação dos actuais professores de Física do ES em TR, a necessitarem de acções de reciclagem. Estas debilidades são, aliás, consequência da pouca importância que tem sido dada à formação em TR

e Astronomia, a nível da Universidade, um erro que urge corrigir. Apesar disso, e atendendo a que a TR tem dois níveis, a TRR poderá ser imediatamente incorporada em tais programas. No que respeita à TRG, embora seja um objectivo a sua introdução, ela deverá ser adiada para uma altura em que os professores estejam em condições de a poderem ministrar, não só através dessas acções de reciclagem para os que já estão no sistema de Ensino, mas também pela introdução obrigatória destes temas nos curricula de formação inicial dos professores. O início e duração de todas estas acções de formação, dependerão obviamente da vontade de implementar estes curricula no ES no mais curto prazo.

Ao pretender ensinar TR, coloca-se imediatamente a questão de saber qual o melhor método. Sabe-se que a TR veio pôr em causa concepções baseadas no senso comum, que ao longo dos últimos séculos se identificou com o pensamento galileano, o qual esteve na origem da Física Clássica. Contudo a filosofia galileana é a mais directamente acessível aos alunos, e por via disso o ensino destas matérias deverá partir desses conceitos através da sua ligação a factos concretos. Proceder-se-á ao teste de coerência da sua interrelação, primeiro no caso dos referenciais não acelerados (TRR), generalizando-se depois a qualquer referencial (TRG). Esta coerência global é destruída porque os conceitos fundamentais e intuitivos entram em contradição entre si, e ainda com os dados da experiência. A procura duma nova coerência global implica uma rotura epistemológica, da qual surge primeiro a TRR e depois a TRG, facto esse que é propiciador duma reflexão sobre os fundamentos da Física, e que deverá acompanhar toda a exposição. Isto significa que será sempre privilegiado o rigor de conceitos e a sua visualização por meios gráficos e/ou geométricos intuitivos.

O ensino dos temas de TR foram testados de forma diversa. A apresentação do tema «A TRR» no âmbito de uma acção extracurricular no ES (Cabrita, 1986), permitiu: testar o interesse dos alunos pelo tema; avaliar a importância da sua divulgação para uma maior compreensão dos fundamentos da Ciência;

comprovar a viabilidade de ajustar sem perda de rigor estes conteúdos aos alunos do ES. Propiciou ainda viva reflexão sobre a inserção do tema nos programas do ES e verificou o interesse de acções de formação sobre temas de TR, TRR e TRG, para professores. A apresentação do tema «As Origens e a Evolução do Universo» (por AA da C) com o mesmo âmbito permitiu ainda: provar que é possível abordar temas de TRG ao nível dos alunos do ES; testar o elevado grau de interesse por estes temas.

## 2. O Curriculum de Relatividade Restrita

Este artigo tratará do conjunto de temas que constituem a base de formação indispensável em TRR, a incluir nos curricula do ES, procurando uma ordenação adequada destas questões, a que aqui é proposta. Um próximo artigo tratará das questões de TRG.

### 2.1. Referenciais de Inércia

O primeiro conceito a apresentar será o de referencial de inércia (RI). Em articulação com este conceito, apresentar-se-ão as fórmulas de transformação de Galileu entre dois referenciais,  $S(x, y, z, t)$  e  $S'(x', y', z', t')$ , aonde as coordenadas de espaço são cartesianas e  $S'$  se move em relação a  $S$  com velocidade  $v = v\hat{x}$ , e que obviamente traduzem a ideia de tempo absoluto, ou seja, que o tempo flui da mesma maneira em todos os RI:

$$\begin{aligned} x' &= x - vt & y' &= y \\ t' &= t & z' &= z \end{aligned} \quad (1)$$

e

$$\begin{aligned} x &= x' + vt' & y &= y' \\ t &= t' & z &= z' \end{aligned} \quad (2)$$

Das transformações de Galileu resulta que se um móvel, em  $S'$ , tem uma velocidade  $u'$ , então em  $S$  tem uma velocidade

$$u = u' + v \quad (3)$$

As fórmulas de transformação de Galileu dão substância ao seu princípio de Relativi-

dade que postula a invariância das leis da Mecânica em todos os RI (relatividade de Galileu). Entretanto os alunos serão convidados a meditar sobre a inexistência de razão lógico-matemática do ponto de vista do princípio de relatividade para que as fórmulas de transformação tenham de ser (1) e (2) e que traduzem a interpretação corrente deste princípio, e não as mais gerais e simétricas do tipo

$$\begin{aligned} x &= g_1(v)(x' + vt') & y &= y' \\ t &= g_2(v)(t' + h(v)x') & z &= z' \end{aligned} \quad (4)$$

a não ser um postulado adicional, o do tempo absoluto (Levy-Leblond, 1979). Nestas fórmulas  $h(v)$ ,  $g_1(v)$  e  $g_2(v)$  serão funções da velocidade introduzidas com generalidade, mantendo a linearidade das relações. Os alunos poderão verificar que neste caso a composição de velocidade seria

$$u = \frac{g_1(v)}{g_2(v)} \cdot \frac{u' + v}{1 + h(v)u'} \quad (5)$$

concluindo que na transformação de Galileu

$$\begin{aligned} g_1(v) &= g_2(v) = 1 \\ h(v) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

e que deste modo as transformações de Galileu parecem ser um caso particular de transformações mais gerais, desde que o tempo passe a relativo: Aqui será referido que as fórmulas de transformação de Lorentz e de composição de velocidades em TRR são do tipo (5), e assim as fórmulas homólogas de Galileu são, de facto, um caso particular do caso geral.

Finalmente, observar-se-á que de acordo com (2) o espaço percorrido por um móvel em  $S'$  é menor que em  $S$  (espaço relativo), devendo ser discutida a eventual generalização do princípio da relatividade de Galileu a todas as leis da Física.

## 2.2. A Noção de Trajectória

Estabelecidas as transformações de Galileu, o passo seguinte será uma reflexão sobre o conceito de trajectória.

O exemplo encontra-se esboçado na Fig. 1. Dela se deverá concluir que a trajectória descrita por um corpo depende do sistema de referência em que estiver a ser observado.

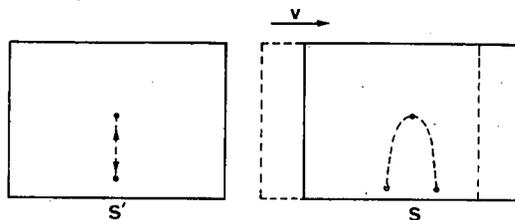


Fig. 1 — Trajectória em  $S$  e  $S'$ . Esta figura mostra uma bola a ser lançada dentro de uma carruagem tal como é vista por um observador solidário com a carruagem (referencial  $S'$ ) ou solidário com a linha (referencial  $S$ ). Daqui se deverá concluir que a trajectória depende do referencial em que está a ser observada.

## 2.3. Simultaneidade de Acontecimentos

Neste ponto apresentar-se-á a noção de que dois acontecimentos são simultâneos quando se realizam no mesmo instante de tempo. Rejeitar-se-á a ideia de que dois acontecimentos são simultâneos quando um observador os vê simultaneamente, pois que esta segunda noção de simultaneidade está associada à ideia de velocidade infinita de propagação da luz. Deverá ser assinalado ser esta a primeira grande diferença entre as duas Físicas, pois que em Física Galileana os dois conceitos de simultaneidade, o verdadeiro e o falso, se confundem um com o outro, o mesmo não sucedendo em Física Relativista.

Este é o momento apropriado para questionar se dois acontecimentos simultâneos em  $S'$  o serão em  $S$ . Tal só sucederá se a medição do tempo fôr a mesma em  $S$  e  $S'$ , isto é, se a representação de dois acontecimentos em sucessão for a mesma para cada um deles no espaço e no tempo independentemente do referencial (ver, p. ex. Cabrita, 1986). Para isso imaginemos a seguinte experiência:

a) Tomemos uma carruagem de comprimento  $L$  (referencial  $S'$ ) deslocando-se com velocidade  $v$  em relação à linha (referencial  $S$ ).

Um viajante parte duma extremidade e percorre  $L$  no intervalo de tempo

$$\Delta t = L/u \quad (7)$$

sendo  $u$  a sua velocidade em  $S'$ . No referencial  $S$  será, de acordo com a Mecânica Galileana,

$$\Delta t' = (L + v \Delta t') / (u + v) \quad (8)$$

e  $\Delta t = \Delta t'$ .

*b)* O passo seguinte será substituir o viajante por uma frente de onda. Verifica-se que só se for possível fazer a composição de velocidades para a velocidade da luz, será possível ter representação dos acontecimentos no espaço e no tempo comuns aos dois referenciais.

De acordo com o exposto concluir-se-á que:

*a)* Só haverá invariância da medida do tempo que decorre entre dois acontecimentos em sucessão, se a luz verificar a interpretação corrente do princípio da relatividade de Galileu e, portanto, a composição de velocidades a ele associada, isto é, o tempo absoluto e invariância da velocidade da luz no vácuo são conceitos incompatíveis;

*b)* A simultaneidade de acontecimentos em todos os referenciais, bem como a fórmula de composição de velocidades depende da conclusão anterior.

*c)* A experiência atrás descrita tem de ser totalmente reformulada, caso o tempo não seja absoluto.

#### 2.4. Os Postulados de Einstein

Neste momento os alunos serão confrontados com as seguintes três ideias-chaves:

*a)* A noção de invariância das leis da Física em todos os RI;

*b)* A constância da velocidade da luz no vácuo em todos os RI;

*c)* As transformações de Galileu.

Einstein tomou as duas primeiras como válidas e prescindiu da terceira. A condição *a)* era vital para que as leis do electromagnetismo tivessem a mesma forma e o mesmo conteúdo físico em todos os RI e isto só era consistente

se a condição *b)* se verificasse, o que implicava abandonar a condição *c)*, visto que as Equações de Maxwell só mantêm a sua invariância se as condições *a)* e *b)* se verificarem, substituindo as transformações de Galileu pelas de Lorentz, que serão vistas a seguir. Este tratamento foi legitimado pela experiência, pois que se verificou a invariância da velocidade da luz no vácuo, como também se verá no ponto seguinte.

Ao tomar *a)* e *b)* como os postulados da nova Física, Einstein deu um novo significado ao conceito de invariância, bem mais rico que o anterior. A invariância da velocidade da luz no vácuo, estabelecida de forma incontroversa, alterou a interpretação corrente do Princípio da Relatividade de Galileu. A reformulação dessa interpretação, e generalização deste Princípio a todas as leis da Física, é uma das mais brilhantes contribuições de Einstein para a Física Moderna em particular e o pensamento contemporâneo em geral. Contrariamente ao que se pensava no princípio deste século, devido à sobreposição do postulado do tempo absoluto com o princípio de Relatividade de Galileu, os dois postulados de Einstein formam um todo harmonioso, desde que estejamos preparados para aceitar a introdução de novas propriedades no espaço e no tempo. Estas propriedades alteram a lei de composição das velocidades, e as próprias características da propagação da luz. Os alunos deverão aceitar e verificar como esta fenomenologia se manifesta, como contrapartida para a invariância da velocidade da luz no vácuo.

Deverá ainda ser assinalado, como se verá a seguir, que o conceito correcto não é o da invariância das leis da Física, mas sim o da covariância das mesmas leis.

#### 2.5. A Invariância da Velocidade da Luz no Vácuo

Neste ponto apresentar-se-ão os dois pontos de vista sobre a propagação da luz a partir de uma fonte em movimento, tal como são observados no referencial  $S$  e  $S'$  (solidário com a fonte), constantes da Fig. 2. Quais dos dois quadros são verdadeiros? A resposta será: ambos. Isto implica a invariância da velocidade da luz no vácuo.

Os alunos analisarão factos que suportem esta invariância. Sugerem-se a elaboração resultante das observações astronómicas de Sitter

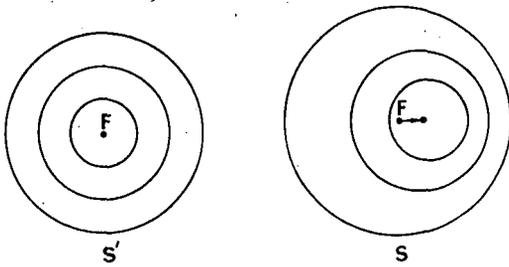


Fig. 2 — Ondas de Luz em S e S'. Esta figura mostra o comportamento aparentemente contraditório das ondas de luz para dois observadores, um no referencial solidário com a fonte (S') e outro no referencial da observação (S). Ambas as descrições são verdadeiras. Daqui se conclui que a velocidade da luz tem de ser invariante e que algumas das outras suas propriedades não o serão.

sobre estrelas duplas exposto no Apêndice I (Fig. 3) e Einstein (1952), e a observação da desintegração de mesões em fotões que se deslocam no referencial do observador com velocidade  $c$  e não  $c +$  velocidade de deslo-

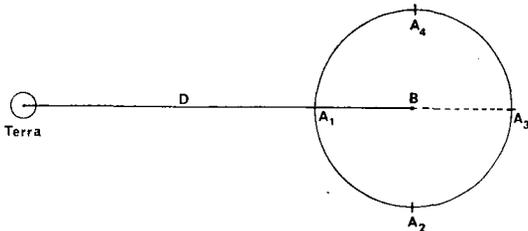


Fig. 3 — Verificação da constância da velocidade da Luz. A luz enviada pela estrela A em A1, A2, A3 e A4 surge por esta ordem e não sobreposta (ver Ap. I).

cação dos mesões. A primeira demonstração sugerida permitirá exibir uma interessante propriedade da TR: a de que a fenomenologia associada a longas distâncias só tem tratamento adequado no seu quadro.

## 2.6. A Dilatação do Tempo e a Contração do Espaço

A dilatação do tempo será mostrada a partir do comportamento do relógio de Feynman (Apêndice II e Fig. 4), no seu referencial

próprio (S') e no referencial S. Esta dilatação introduz o *factor de Lorentz* cujo significado físico deve ser referido. Se  $v \ll c$  então os intervalos de tempo são iguais em ambos os referenciais e estamos na Física de Galileu. A dilatação do tempo foi verificada a partir do aumento do tempo médio de vida do mesão na atmosfera, proveniente de raios cósmicos, antes da sua desintegração.

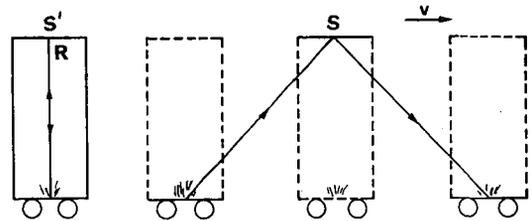


Fig. 4 — O Relógio de Feynmann. A figura exhibe as peculiaridades de contagem do tempo, desde que se admita a constância da velocidade da luz no vácuo, podendo a partir daí exibir-se a dilatação do tempo, pois que o espaço percorrido pela luz no referencial em movimento é maior do que no referencial próprio.

A contração do espaço deverá ser apresentada de acordo com a experiência conceptual das três naves referida no Apêndice III. Porém esta experiência é meramente qualitativa e por si só não permite tirar conclusões quantitativas acerca do relacionamento entre os comprimentos em S e S'.

## 2.7. Transformações de Lorentz e suas consequências

É este o momento de estabelecer as transformações de Lorentz bem como extrair delas todas as consequências de ordem física.

### Cartas de Transformação

O estabelecimento das transformações de Lorentz deverá ser feito na perspectiva exposta por Abreu Faro (1977), conjugando-a com os raciocínios de ordem física contidos em Epstein (1983). Deverão ser referenciados os seguintes pontos «ab-initio»:

a) A TRR substitui o carácter invariante de um dado intervalo de tempo pela invariância

de um intervalo espaço-temporal, isto é, a representação de dois acontecimentos em sucessão no espaço e no tempo, separadamente, foi substituída pela representação num contínuo espaço-temporal, independentemente do referencial que o descreve;

b) A homogeneidade e isotropia do espaço-tempo implicam:

b.1) Relações do tipo

$$\begin{aligned} x' &= Ax + Bt \\ t' &= Cx + Dt \end{aligned} \quad (9)$$

semelhantes a (4);

b.2) Que os resultados obtidos com a ajuda dum sistema de coordenadas particular num RI é independente das coordenadas, isto é, no quadro de transformações globais de coordenadas (abrangendo todo o espaço-tempo) as leis da Física têm a mesma forma e conteúdo — covariância das leis da Física em todos os RI;

b.3) Que existe uma velocidade invariante de propagação de informação, que a experiência mostrou ser a velocidade da luz;

c) Neste contínuo os corpos comportam-se como se se deslocassem à velocidade da luz;

d) Da alínea anterior resultam duas situações limites:

d.1) O corpo está em repouso, ou seja, permanecem constantes os valores das suas coordenadas espaciais. Dois acontecimentos separados por um intervalo  $dt$  medido num referencial solidário com o corpo distam no espaço-tempo  $cdt$ ;

d.2) O corpo desloca-se no espaço à velocidade da luz (obrigatoriamente um fóton). Então não há variação do tempo próprio do fóton, ou seja é nula a variação da dimensão tempo no universo espaço-temporal.

e) As situações intermédias implicam:

e.1) Uma velocidade na dimensão espacial inferior à velocidade da luz;

e.2) Uma variação na dimensão temporal (tempo próprio) inferior à variação do tempo medido no referencial em repouso.

A articulação rigorosa destas ideias encontra-se exposta em Abreu Faro (1979a), que mostra como a noção de tempo tem a ver

com o processo de transmissão de informação, associado à velocidade dos referenciais. A partir daí é possível estabelecer as transformações de Lorentz. Estas ideias encontram-se sintetizadas na Fig. 5, que mostra um tipo de cartas de transformação.

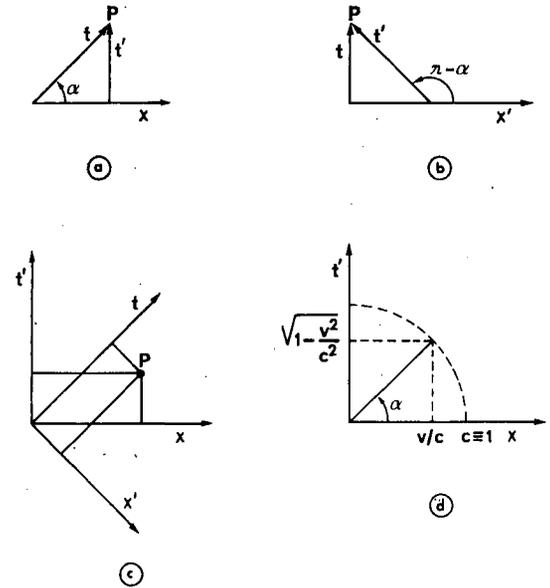


Fig. 5 — Cartas de transformação em TRR entre dois referenciais  $S(x, t)$  e  $S'(x', t')$ . A figura (a) mostra uma fonte luminosa que se desloca no sentido positivo do eixo dos  $xx$ . No instante  $t=t'=0$  envia uma onda luminosa que ao fim do tempo  $t$  em  $S$  e  $t'$  em  $S'$  se encontra no mesmo ponto do contínuo espaço-tempo. Isto define o ângulo  $\alpha$  entre os eixos  $t$  e  $x$ . A reciprocidade de situações, isto é, o referencial  $S$  a deslocar-se com velocidade  $-v$  em relação a  $S'$ , permite construir a figura (b). Daqui é possível desenhar (c) que permite definir as fórmulas de transformação e (d) que permite exibir a fórmula de contracção do tempo próprio por cada segundo de tempo no referencial  $S$ , e que permite fazer a homologia com a ideia de que no Universo quadridimensional tudo se passa como se os corpos se deslocassem com a velocidade da luz.

Das transformações de Lorentz resulta o conceito de dessincronização relativa  $v/c^2$  (Abreu Faro, 1977a), de importância capital em longas distâncias. É ainda interessante na perspectiva de Epstein (1983) mostrar o significado da contracção do espaço (Fig. 6), bem como da visualização em termos das cartas de

transformação da experiência das três naves vista em 2.5.

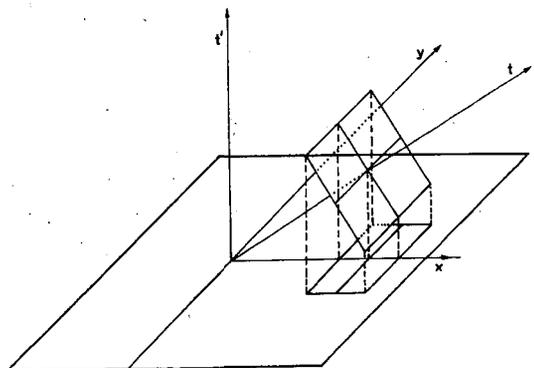


Fig. 6 — Contração do Espaço. A carta de transformação bidimensional permite mostrar de forma incontestável o fenômeno de contração do espaço.

### Aberração da Luz e efeito Doppler

As cartas de transformação na sua forma mais simples permitem explicar a aberração da luz e efeito Doppler. A apresentação destes fenômenos e respectiva caracterização servirá para mostrar a riqueza de conceitos resultantes dos postulados de Einstein. Será referido que estes dois efeitos constituem a contrapartida para a invariância da velocidade da luz, isto é, para que esta tenha lugar algumas das propriedades da luz têm de ser alteradas numa mudança de referencial.

Nas aulas deve-se convidar os alunos a fazer construções semelhantes à Fig. 4 para a aberração da luz (Fig. 7). O efeito Doppler deve ser referido, mas é excessivamente complexo mostrá-lo nas cartas de que dispomos.

### A Lei de Composição de Velocidades

A lei de composição das velocidades será apresentada aos alunos como consequência das transformações de Lorentz. Através de  $v = c \cdot \tanh \theta$  mostrar-se-á que existe uma grandeza, a rapidez ( $\theta$ ), que é de facto aditiva (Levy-Leblond, 1979). Se  $v \ll c$  então  $v = c\theta$  e daí a composição das velocidades de Galileu para baixas velocidades. Deverá ainda mostrar-se o que se passa quando  $u' = c$ .

### O espaço de Minkowski

Nesta altura mostrar-se-á através da transformação de Lorentz, que existe uma grandeza  $ds$  tal que

$$ds^2 = c^2 dt'^2 - dx'^2 = c^2 dt^2 - dx^2 \quad (10)$$

e que é o *intervalo* de dois acontecimentos. Mais geralmente, e porque  $dy' = dy$  e  $dz' = dz$ ,

$$\begin{aligned} ds^2 &= c^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2 = \\ &= c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \end{aligned} \quad (11)$$

A apresentação da grandeza *intervalo* permitirá exibir a homologia com o conceito de distância em coordenadas cartesianas e mostrar assim que o contínuo espaço-temporal tem características métricas pelo que é um verdadeiro espaço quadridimensional, o espaço de Minkowski, que pelas suas características é normalmente considerado um espaço semi-euclidiano (a forma de calcular  $ds$  constitui o teorema de Pitágoras generalizado ao espaço-tempo).

Deverá ainda ser feita a classificação dos intervalos em *género-espaço*, *tempo e luz*, e relacionar com o princípio da causalidade, e relacionado com este deverá ser apresentada a noção de cone de luz.

### A quadrivelocidade

Definido o contínuo espaço-tempo, verifica-se que a grandeza velocidade só tem três componentes. Ora a covariância das leis da Física implica que tenha de existir uma quadrivelocidade para garantir a mesma escrita formal. Agora trata-se da derivada em relação ao tempo próprio  $d\delta = ds/c$  (Taylor & Wheeler, 1977) das coordenadas do contínuo espaço-tempo. Como  $ds/d\delta = c$  é fácil verificar que o módulo da quadrivelocidade vale  $c$ .

### 2.8. A Relação entre Massa e Energia

A relação entre massa e energia e o estabelecimento da expressão  $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ , onde  $m_0$  é a massa em repouso, deve ser feito

na perspectiva de Taylor & Wheeler (1977) para combinar o princípio da conservação de energia e momento linear com as transformações de Lorentz, fazendo apelo ao conceito de quadri-velocidade. Ao mesmo tempo mostrar-se-á como os conceitos de momento linear e energia formam, o primeiro as componentes espaciais e o segundo a componente temporal do vector energia-impulsão.

A partir de  $E=mc^2$  será apresentada a fórmula da energia cinética relativista, mostrando ainda como ela se reduz à expressão não relativista para  $v \ll c$ .

Os efeitos energéticos serão ainda explorados em termos da Física Nuclear e dos fenómenos de fissão e fusão nucleares.

### 3. Conclusões

As bases programáticas da TRR permitem dar aos alunos uma formação científica efectiva pelo rigor de conceitos e pela sua articulação com aquilo a que se convencionou chamar a a crise da Física dos princípios do século XX. Ao porem em causa a interpretação corrente do princípio da Relatividade de Galileu, os

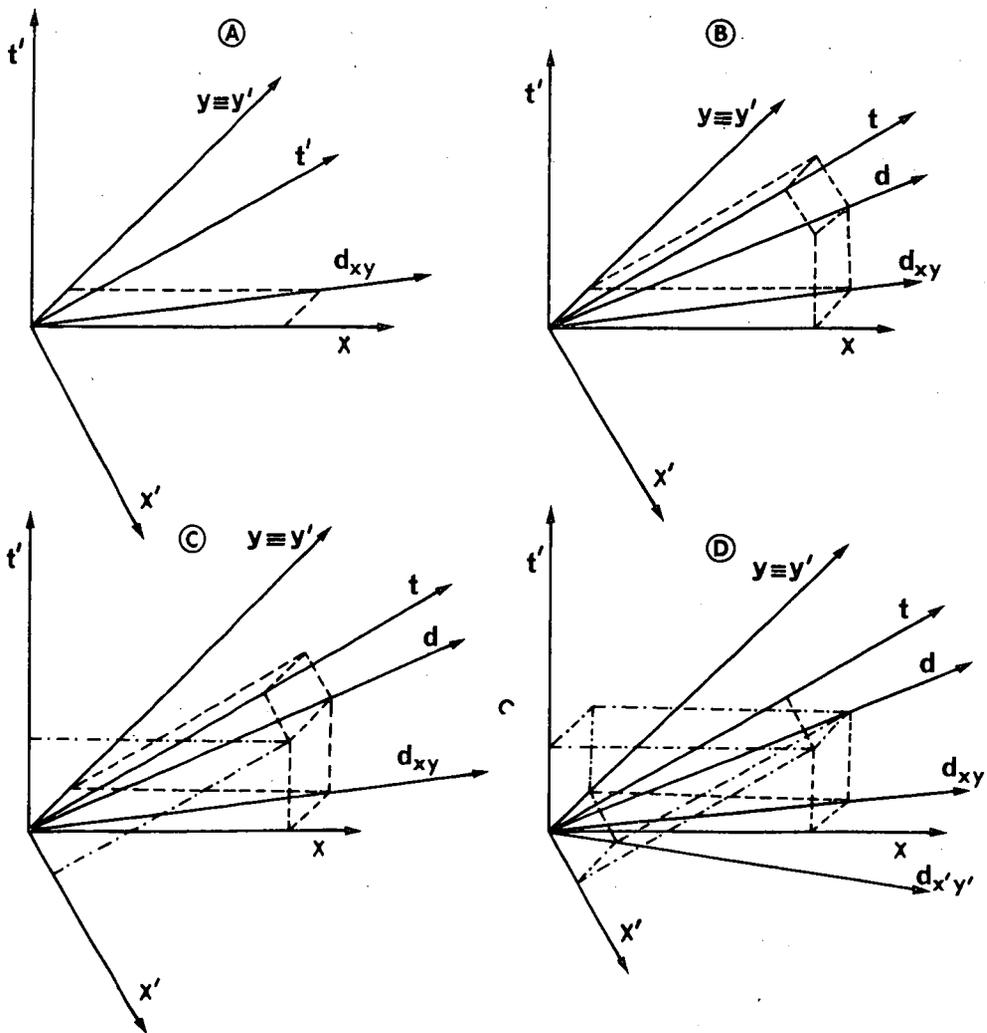


Fig. 7 — Aberração da luz. A carta bidimensional permite mostrar como a aberração da luz é uma consequência directa das propriedades do contínuo espaço-tempo. Uma direcção de propagação da luz no plano  $xy$ ,  $d_{xy}$ , tem no contínuo espaço-tempo a direcção  $d$ , e no plano  $x'y'$ ,  $d_{x'y'}$ .

físicos generalizaram-no a toda a fenomenologia no quadro dos RI, dando-lhe um conteúdo mais vasto. A invariância da velocidade da luz era afinal uma peça fundamental da nova perspectiva, que se desdobra depois em múltiplas consequências. Verificou-se ainda que afinal a Física Galileana era um caso particular da Física relativista, quando as velocidades eram muito pequenas comparadas com a da luz, e as distâncias eram também muito curtas.

Conforme foi visto na introdução é necessário haver acções de formação para os próprios formadores. Estas devem cobrir não só os fundamentos da teoria, e.g. um estudo exaustivo das cartas de transformação (Abreu Faro, 1976, 1977a, 1977b) e do relacionamento entre o espaço-tempo e o quadriespaço vector de propagação-frequência, mas também das múltiplas aplicações da TRR.

## Apêndices

### I. A invariância da velocidade da luz exibida por estrelas binárias

Tomemos um binário de estrelas que se encontra a uma distância  $D$  da Terra, sendo  $D$  da ordem dos milhares de anos-luz. Uma das estrelas,  $A$ , roda em torno da companheira num plano que contém a direcção  $B$ -Terra. A estrela  $A$  encontra-se na sua trajectória em quatro posições,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$ , que formam com  $B$  direcções adjacentes perpendiculares (ver Fig. 6).  $A_1$  é a posição mais próxima da Terra.

Se a velocidade da luz variasse de acordo com a velocidade de deslocação das fontes, então observar-se-ia a sobreposição das imagens de  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$ . Ora tal não se observa. Donde a velocidade da luz é independente da velocidade da fonte que a emite.

### II. O Relógio de Feynman

O Relógio de Feynmann é a aplicação directa do conceito de trajectória aplicado à propagação da luz. Como se pode ver na Fig. 4, existe uma diferença entre o espaço percorrido por um raio luminoso que se desloca numa direcção perpendicular ao movi-

mento do seu referencial próprio entre a emissão, reflexão e recepção no mesmo ponto, e o que se passa no referencial  $S$ , para a mesma sucessão de acontecimentos. Esta diferença de percurso justifica a contracção dos tempos em  $S'$ ,  $t' = \sqrt{1 - v^2/c^2}$ .

### III. A experiência das três naves

Suponhamos três naves espaciais  $A$ ,  $B$  e  $C$  deslocando-se em linha, sendo  $\text{dist}(A, B) = \text{dist}(B, C)$ .  $B$  é a nave do meio, e o trio desloca-se de  $C$  para  $A$ . Suponhamos que  $B$  lança em simultâneo uma ordem de aceleração para as outras duas naves atingirem uma velocidade superior. Ora o comportamento do trio é diferente, conforme consideremos o referencial  $S'$  solidário com o trio de naves, ou no referencial  $S$  aonde elas se movem.

No referencial  $S'$  a ordem de aceleração chega simultaneamente a  $A$  e a  $C$ , pelo que as três naves aceleram todas ao mesmo tempo, e a distância permanece a mesma. Mas no referencial  $S$  a ordem não chega ao mesmo tempo. De facto ela chegará primeiro a  $C$  e só depois a  $A$ . A primeira nave a acelerar é  $C$ , seguida de  $B$ , e finalmente  $A$ . Daqui se conclui que como as naves partem inexoravelmente do repouso, as distâncias em  $S$  são menores que em  $S'$ .

## BIBLIOGRAFIA

- ABREU FARO, M. J. — Técnica, **436**, 79 (1976).  
 ABREU FARO, M. J. — Técnica, **438**, 283 (1977a).  
 ABREU FARO, M. J. — Técnica, **439**, 369 (1977b).  
 CABRITA, F. — Trabalho de Estágio, *Noções introdutórias à Teoria da Relatividade Restrita*, Escola Secundária Ferreira Dias (1986).  
 CABRITA, F. e DA COSTA, A. A. (1987a) — Submetido para publicação na Gazeta da Física.  
 CABRITA, F. e DA COSTA, A. A. (1987b) — Em preparação.  
 EINSTEIN, A. e INFELD, L. — *A Evolução da Física*, Livros do Brasil Editores (1939).  
 EINSTEIN, A. — *Relativity: The Special and the General Theory*, Methuen & Co. Ltd. (1952).  
 EPSTEIN, L. C. — *Relativity Visualized*, Insight Press (1983).  
 LEVY-LEBLOND, J.-M. — *La Recherche*, **10**, 23 (1979).  
 TAYLOR and WHEELER, J. A. — *Spacetime Physics*, Freeman & Co. (1977).