

Sobre a ordem de grandeza das pressões e temperaturas no interior das estrelas

JOÃO LIN YUN e FILIPE DUARTE SANTOS

Departamento de Física, Faculdade de Ciências de Lisboa

1. Introdução

Pertence já ao passado o tempo em que se desconhecia quase totalmente a natureza e constituição desses objectos longínquos que povoam o céu nocturno com o seu brilho ténue e frágil. A Astronomia e a Astrofísica dos nossos dias permite conhecer com segurança alguns factos importantes sobre a origem e evolução das estrelas.

É um facto bem estabelecido actualmente o carácter nuclear da fonte de energia de uma estrela, capaz de lhe fornecer a energia irradiada e simultaneamente equilibrar as forças gravitacionais, decorrentes da sua própria massa, evitando, ainda que temporariamente, o colapso gravitacional. Uma estrela mantém-se estável, a emitir prodigiosas quantidades de energia, à custa da conversão da sua própria massa em energia. A quantidade de massa convertida, porém, é diminuta. Durante a fase estável de uma estrela, cuja duração é superior a 10^8 anos e ocupa a maior parte da sua vida, a perda percentual de massa é desprezável, pelo que a massa pode considerar-se como sensivelmente constante. Na parte final da vida de uma estrela dão-se em geral fenómenos de tipo explosivo seguidos de um inevitável colapso gravitacional.

Sendo assim o que é uma estrela? Pode definir-se como uma concentração de matéria, essencialmente hidrogénio, de forma aproximadamente esférica, cujo interior atingiu temperaturas suficientemente elevadas para que se tenham iniciado processos de produção de energia nuclear. Na fase estável da vida de uma estrela a matéria no seu interior encontra-se sob a forma de plasma. Este é um meio gasoso e electricamente neutro no seu conjunto, formado por electrões, núcleos atómicos e iões

com elevadas energias cinéticas. Quando um gás é aquecido até atingir temperaturas muito elevadas transforma-se num plasma por meio de processos de ionização. No interior da estrela a energia é produzida em reacções termo-nucleares de fusão nas quais núcleos atómicos se fundem por acção da força nuclear de modo a formar núcleos atómicos com número de massa mais elevado. O principal processo é a fusão do hidrogénio em hélio através de várias cadeias de reacções nucleares. Uma estrela é pois uma gigantesca máquina de transformação de hidrogénio em hélio. É curioso observar que um dos maiores desafios tecnológicos e científicos dos nossos dias é a construção de um reactor de fusão nuclear no qual a energia é produzida através da fusão do hidrogénio em hélio, precisamente como no interior das estrelas.

A energia produzida nas regiões internas da estrela em reacções de fusão é transportada para a periferia, de onde irradia para o exterior, sob forma de radiação electromagnética (ou seja, emissão de fotões), emissão de neutrinos e alguma emissão de massa, sob a forma de protões e outras partículas. A taxa de produção desta energia depende fortemente da temperatura da estrela. Quanto maior é a temperatura, mais elevada é a potência termo-nuclear produzida. A razão deste facto é simples. Para haver fusão nuclear é necessário que os núcleos atómicos se aproximem o suficiente para actuar a força nuclear de curto alcance, vencendo-se a repulsão devida às forças de Coulomb. Quanto mais elevada a temperatura maior é a energia cinética com que se dão as colisões entre núcleos e iões, portanto maior é a probabilidade de ser vencida a barreira de Coulomb.

A temperatura do interior de uma estrela determina o valor da sua luminosidade que é a energia total lançada para o espaço na unidade de tempo. Esta energia é quase exclusivamente de natureza electromagnética.

Por outro lado a temperatura no interior da estrela também determina uma pressão cinética que adicionada à pressão de radiação electromagnética é suficiente para equilibrar a pressão exercida pelas forças gravitacionais. Recorde-se que a pressão de radiação tem a sua origem no facto de que a radiação electromagnética transporta momento linear à velocidade da luz c . A um fluxo de energia de radiação E está associado um fluxo de momento linear E/c .

O valor da luminosidade de uma estrela e a condição de equilíbrio das forças gravitacionais impõem limites inferiores para as temperaturas e pressões no interior da estrela. Vamos mostrar como é possível obter de modo simples, a partir de leis fundamentais da física, bem conhecidas, uma estimativa para a pressão e temperatura das estrelas. Importa salientar que actualmente se conhecem modelos de estrelas muitíssimo mais sofisticados e realistas que permitem chegar a uma previsão para os valores da temperatura, da pressão e da densidade em cada ponto da estrela. Contudo existem ainda grandes incertezas nestes modelos. Por exemplo, as dificuldades na medição laboratorial de secções eficazes de reacções nucleares a baixas energias reflecte-se em incertezas no cálculo da taxa de produção de energia no interior das estrelas. Tais secções eficazes são normalmente muito pequenas devido à repulsão Coulombiana.

Nos cálculos que se seguem usar-se-á a aproximação de considerar a pressão nula na superfície da estrela. De facto, como se verá posteriormente, o elevado valor de P no interior, justifica tal aproximação. Vamos também admitir que a estrela tem simetria esférica e desprezar o seu movimento de rotação e campos magnéticos. Nestas condições as grandezas físicas não dependem das variáveis angulares mas apenas da distância ao centro r .

2. Cálculo da pressão

As equações fundamentais de onde vamos partir são as equações que determinam o gradiente de pressão e de massa

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{M(r)}{r^2} \rho(r), \quad (1)$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r), \quad (2)$$

onde G é a constante universal de gravitação, $\rho(r)$ a densidade à distância r do centro e $M(r)$ a massa da esfera de raio r . A eq. (1) traduz o equilíbrio hidrostático, que, numa estrela não-rotativa, é apenas assegurado por duas forças opostas. A gravidade provocaria o colapso da estrela se a força de pressão do gás e de pressão da radiação não fosse suficiente para a equilibrar em cada ponto da estrela. Tem-se pois

$$F_{\text{grav.}} + F_{\text{press}} = 0 \quad (3)$$

onde $F_{\text{grav.}}$ e F_{press} representam a resultante das forças da gravidade e de pressão sobre um elemento de volume dV , altura dr dirigida segundo a direcção radial e de secção trans-

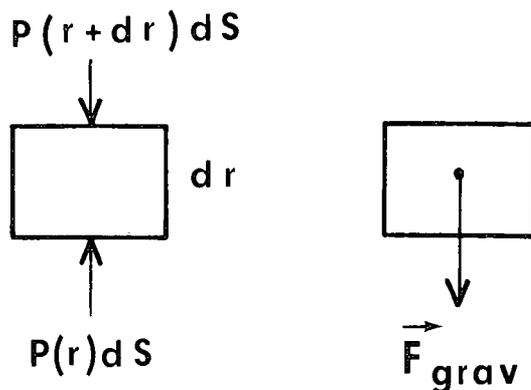


Fig. 1 — Equilíbrio hidrostático de um volume $dV = dr dS$ no interior de uma estrela. Em a) estão representadas as forças de pressão em b) a força gravitacional.

versal dS , conforme se indica na Fig. 1. A massa deste elemento de volume é

$$dm = \rho(r) dV = \rho(r) dr dS$$

e a força gravitacional que sobre ele actua é apenas devida à massa interior à esfera de

raio r (as forças gravitacionais devidas à massa exterior à esfera de raio r têm resultante nula). Consequentemente

$$|\mathbf{F}_{\text{grav.}}| = G \frac{M(r)}{r^2} \rho(r) dr dS. \quad (4)$$

Por outro lado a resultante das forças de pressão sobre o volume dV satisfaz à relação

$$|\mathbf{F}_{\text{press}}| = (P + dP) dS - PdS = dP dS. \quad (5)$$

Combinando as eqs. (3), (4) e (5) obtém-se imediatamente a eq. (1). A eq. (2) traduz a relação entre $M(r)$ e a densidade local $\rho(r)$. Da expressão da massa dM de uma camada esférica de raio r e espessura dr

$$dM = 4\pi \rho(r) r^2 dr,$$

obtém-se directamente a eq. (2).

Eliminando $\rho(r)$ entre as eqs. (1) e (2) vem

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{GM(r)}{4\pi r^4} \frac{dM}{dr}$$

e por integração entre $r = 0$ e $r = R$, onde R é o raio da estrela,

$$P_c = \frac{G}{4\pi} \int_0^M \frac{M(r)}{r^4} dM(r). \quad (6)$$

Na eq. (6) $M = M(R)$ é a massa da estrela, $P_c = P(0)$ é a pressão no centro e tomou-se $P(R) = 0$. Obtém-se um limite inferior para a pressão central P_c se substituirmos r por R no denominador da função integrada da eq. (6). Efectuando a integração em r vem

$$P_c > \frac{GM^2}{8\pi R^4}. \quad (7)$$

O cálculo do limite inferior dado pela eq. (7) pressupõe obviamente que se conhece a massa e o raio da estrela. Estes valores estão bem determinados para o Sol. A massa calcula-se facilmente a partir do período de revolução da terra em torno do Sol e do raio desta órbita, por aplicação da terceira lei de Képler. Obtém-se $M_{\odot} = 1.989 \times 10^{33}$ g onde \odot é o símbolo que convencionalmente representa o Sol. O raio do Sol $R_{\odot} = 6.960 \times 10^{10}$ cm pode determinar-se a partir do valor da distância à Terra e por medição do

seu diâmetro aparente. Finalmente recordando $G = 6.673 \times 10^{-8}$ dyn cm² g⁻² obtém-se

$$P_{c\odot} > 4.48 \times 10^{14} \text{ dyn cm}^{-2} = 4.42 \times 10^8 \text{ atm} \quad (8)$$

Para outra qualquer estrela será

$$P_c > 4.42 \times 10^8 \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^2 \left(\frac{R_{\odot}}{R} \right)^4 \text{ atm}. \quad (9)$$

Note-se que a determinação da massa e do raio das estrelas é bem mais difícil do que para o Sol. A determinação da massa é possível de fazer em estrelas duplas cuja separação angular é suficiente para ser resolvida pelo telescópio. Torna-se assim possível determinar o semi-eixo maior da órbita em torno da outra estrela e o respectivo período de revolução. Com estes valores calcula-se a massa recorrendo à terceira lei de Képler. A Fig. 2 mostra o movimento aparente das estrelas Sirius A e B e as órbitas que dele se deduzem para este sistema duplo. O raio pode determinar-se através do conhecimento da luminosidade e da temperatura da superfície utilizando a lei de Stefan-Boltzmann, à qual nos referimos na secção seguinte.

3. Cálculo da temperatura

Para determinar a temperatura de uma estrela é necessário começar por fazer hipóteses sobre qual o estado em que se encontra a matéria no seu interior. Conforme foi já mencionado a maioria das estrelas encontra-se no estado gasoso e constitui uma boa aproximação admitir que o gás é um gás perfeito. Consequentemente vamos utilizar a equação de estado dos gases perfeitos que é conveniente escrever sob a forma

$$P = \frac{N_0 k}{\mu} \rho T \quad (10)$$

onde $N_0 = 6.02 \times 10^{23}$ mol⁻¹ é o número de Avogadro, $k = 1.38 \times 10^{-16}$ erg K⁻¹ é a constante de Boltzmann e μ é a massa molecular média do plasma estelar. No caso de estrelas com densidades muito elevadas a apro-

ximação do gás perfeito deixa de ser válida. É o caso das estrelas anãs brancas e das estrelas de neutrões cujo estudo requer necessariamente a consideração explícita do princípio de exclusão de Pauli, de natureza quântica.

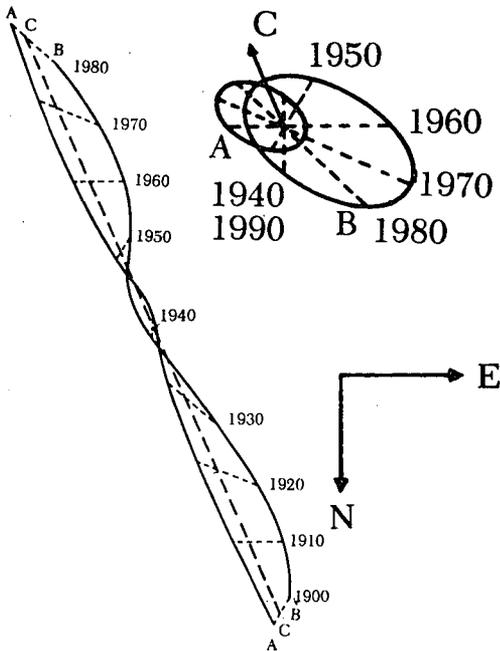


Fig. 2 — À esquerda está representado o movimento aparente da estrela Sírius (Sírius A) e do companheiro de menor massa (Sírius B) que é uma estrela anã branca. À direita estão as órbitas que se deduziram para este sistema binário e das quais se pode extrair o valor das massas das duas estrelas.

Para obter uma estimativa da temperatura central T_c vamos utilizar na eq. (10) a aproximação

$$\rho(0) \cong \bar{\rho} = \frac{3M}{4\pi R^3} \quad (11)$$

onde $\bar{\rho}$ é a densidade média,

$$T_c \cong \frac{\mu P_c}{N_0 k \rho} \quad (12)$$

Para o Sol, $\bar{\rho}_\odot = 1.41 \text{ g cm}^{-3}$ e com o limite inferior para P_c_\odot dado pela eq. (8), fazendo $\mu_\odot = 1/2$, obtém-se

$$T_{c\odot} = 1.9 \times 10^8 \text{ K,}$$

valor relativamente próximo dos que se deduzem com modelos solares mais realistas e que

se situam entre $1.4 \times 10^7 \text{ K}$ e $1.5 \times 10^7 \text{ K}$. Tomou-se para a massa molecular média $\mu_\odot = 1/2$ porque o Sol é constituído essencialmente por hidrogénio ionizado. Efectivamente o hidrogénio ionizado, isto é, os electrões e prótons constituem cerca de 90 % do número total de partículas do plasma solar. Como a massa molecular do hidrogénio atómico é 1 e cada átomo ioniza-se em duas partículas a massa molecular média do plasma é $1/2$. A presença no Sol de iões e núcleos de elementos com maior número de massa, tais como, He, C, N, O torna μ_\odot ligeiramente superior a $1/2$. Importa salientar que a aplicação da eq. (12) pressupõe que a pressão de radiação é desprezável. Uma análise deste assunto mostra que a importância da pressão de radiação é determinada pela massa da estrela e pela composição química do seu centro. Para estrelas de massa inferior a cerca de 10 massas solares a pressão de radiação é desprezável face à pressão cinética.

Consideremos agora a temperatura na superfície das estrelas. Através da utilização de espectrómetros verifica-se que o espectro de radiação estelar é bastante próximo do espectro de um corpo negro à temperatura T_f da fotosfera. Esta é uma camada gasosa muito fina que se encontra na base da atmosfera da estrela e da qual irradia a maior parte da radiação que constitui a luminosidade. O modelo de um corpo negro permite relacionar a luminosidade com a temperatura da fotosfera por aplicação da lei de Stefan-Boltzmann. Tendo presente que $4\pi R^2$ é a área da superfície da estrela obtém-se

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_f^4$$

onde $\sigma = 5.699 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$ é a constante de Stefan-Boltzmann. No caso do Sol tomando $T_{f\odot} = 6000 \text{ K}$ vem $L_\odot = 4.5 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$ valor muito próximo do valor medido $L_\odot = 3.9 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$. Numa estrela estável existe uma determinada relação entre L e T_f . Isto significa que num gráfico de L em função de T_f , designado por diagrama de Hertzsprung-Russel, as estrelas estáveis ocupam posições numa faixa designada por sequência principal.

Ao comparar a temperatura obtida para o interior do Sol com a temperatura da fotosfera conclui-se que o gradiente médio de temperatura

$$(T_{c\odot} - T_{f\odot})/R \cong T_{c\odot}/R = 2.0 \times 10^{-4} \text{ K cm}^{-1}$$

é muito pequeno. Conclusões análogas obtêm-se para outras estrelas da sequência principal. Sendo assim, num cubo de 1 cm de lado a temperatura é aproximadamente constante, o que justifica que se considere o interior de uma estrela em equilíbrio termodinâmico local. Na Fig. 3 está representado o perfil da temperatura e da densidade ρ no interior e atmosfera solares previstos pelos actuais modelos do Sol.

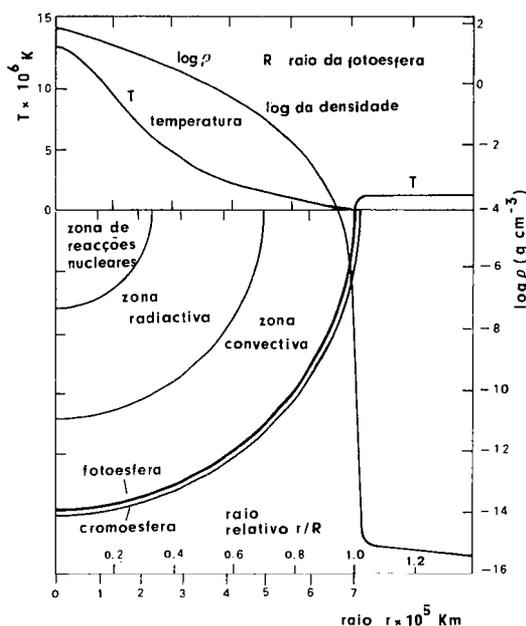


Fig. 3 — Gráfico da temperatura T em unidades de 10^6 K e de $\log \rho$ (com ρ expresso em g cm^{-3}) no interior e na atmosfera do Sol em função da distância radial. Na parte inferior da figura estão indicadas as principais zonas do interior do Sol.

Finalmente consideremos o percurso médio livre das partículas no interior de uma estrela, ou seja, a distância média que percorrem antes de sofrerem uma colisão. A probabilidade de duas partículas colidirem é determinada pelo valor da secção eficaz de colisão, grandeza que tem as dimensões de uma área. De um ponto de vista estritamente clássico a secção eficaz para uma partícula de raio r_p é πr_p^2 . Dado

que no interior das estrelas há principalmente hidrogénio ionizado a secção eficaz total de colisão num cubo com 1 cm de lado é aproximadamente $\sigma = \pi r_p^2 (2 N_0 \rho)$ onde ρ é a densidade expressa em g cm^{-3} e πr_p^2 é a secção eficaz média por partícula. Obtêm-se uma ordem de grandeza para esta secção eficaz tomando para r_p o valor do raio do protão $r_p = 1,5 \times 10^{-13}$ cm. No Sol para $\rho \cong \bar{\rho}_{\odot}$ vem $\sigma \cong 0.1 \text{ cm}^2$. Isto significa que o percurso médio livre de uma partícula é superior a 1 cm e da ordem de 0.1 m, portanto muitíssimo mais elevado do que o alcance das forças entre as partículas do plasma. Com efeito apenas ao atravessar uma coluna de 10 cubos de 1 cm^3 a probabilidade de uma partícula sofrer uma colisão se aproxima de um. No núcleo central do Sol (Fig. 3) o percurso médio livre é muito menor devido à elevada densidade. Apenas naquele núcleo as temperaturas são suficientemente elevadas para se darem reacções de fusão. A energia produzida é transportada para a superfície primeiro sob a forma de radiação e depois de movimentos convectivos do plasma solar.

O estudo de modelos de estrelas revela que a massa e a composição química inicial são as grandezas mais importantes para determinar a evolução das estrelas. As eqs. (7) e (12) mostram que para R constante tanto P_c como T_c aumentam com M . A densidade central, porém, tende a diminuir com M devido ao aumento de T_c . Quanto maior é a massa inicial de uma estrela, mais rápida é a sua evolução e portanto mais breve a sua vida. Este facto compreende-se facilmente pois que um aumento da temperatura central implica um incremento nas secções eficazes de fusão. Tal como qualquer máquina que esgota a sua fonte de energia também uma estrela deixa de ser estável quando a acumulação de hélio no seu centro diminui drasticamente a taxa de produção de mais hélio à custa do hidrogénio, agora muito menos abundante no centro. Através da alternância de fases de contracção gravitacional e forte expansão a estrela deixa a sequência principal ao passar a consumir hélio e outros elementos de maior número de massa por meio

de reacções de fusão que para se darem necessitam de temperaturas crescentes.

No caso particular do Sol é previsível que daqui a aproximadamente 5×10^9 anos ele se transforme numa estrela gigante vermelha com luminosidade 1000 vezes superior à actual e raio cerca de 90 vezes superiores ao actual, criando condições em que a vida na Terra será impossível, pelo menos sob a forma actual.

Importa salientar que o equilíbrio hidrostático e termodinâmico local no interior de uma estrela da sequência principal não é incompatível com a sua evolução. Esta processo-se permanentemente mas só provoca alterações apreciáveis nas grandezas determinantes do estado da estrela em intervalos de tempo muitíssimo longos. Porém, após a fase estável da vida das estrelas, os fenómenos de contracção e expansão quebram o equilíbrio hidrostático, pelo que as aproximações que aqui se fizeram deixam de ser válidas.

A partir de considerações simples baseadas em leis físicas fundamentais fizeram-se estima-

tivas sobre o valor da pressão e temperatura nas estrelas. Esta breve e limitada excursão à parte da astrofísica em que se faz o estudo da evolução das estrelas terá porventura mostrado que nela se interpenetram vários domínios da física. Efectivamente é necessário recorrer à mecânica clássica, à termodinâmica, à física estatística, à física nuclear, à mecânica quântica e à relatividade para compreender e procurar atingir uma visão unificada e global do que se passa no interior das estrelas.

REFERÊNCIAS

- JOÃO LIN YUN — Formação dos elementos nas estrelas, Relatório de Estágio de Licenciatura, Departamento de Física da Faculdade de Ciências de Lisboa, 1984.
- E. P. SMITH and K. C. JACOBS — Introductory Astronomy and Astrophysics, Saunders Co., 1973.
- R. J. TAYLOR — The stars — their structure and evolution, Wykeham Pub., 1972.
- D. D. CLAYTON — Principles of stellar evolution and nucleosynthesis McGraw-Hill, 1968.
- I. S. SHKLOVSKII — Stars: their birth, life and death, W. H. Freeman, 1978.

Comemorações em Física

E. J. S. LAGE

Laboratório de Física, Faculdade de Ciências do Porto

1. Introdução

Em 1979, comemorou-se, em todo o mundo, o centenário do nascimento de Albert Einstein. Também entre nós, embora numa escala naturalmente mais modesta, essa evocação não passou despercebida e várias Delegações Regionais da S.P.F. efectuaram, oportunamente, exposições ou ciclos de conferências alusivas à personalidade e obra do genial físico alemão. Desse modo, aliou-se, ao aspecto histórico da comemoração, um cunho didático certamente apreciado por quem teve oportunidade de participar nas sessões então efectuadas.

Porém, a personalidade e a obra de Einstein são tão grandes, e tão grande, também, o significado público do seu nome, que passou despercebido, para muitos, que naquele ano se comemoravam também, os centenários de nascimento de Otto Hahn, Max von Laue e

O. Richardson, e o centenário da morte de J. C. Maxwell. Foi pena que a S.P.F. não tivesse, também, organizado sessões dedicadas a estes grandes cientistas que seguramente interessariam à grande maioria dos sócios da S.P.F..

Pareceu-nos, portanto, útil indagar de outras comemorações, relativas a físicos ilustres, que possam induzir a S.P.F. a organizar ciclos de conferências, exposições, etc., relacionadas com as vidas e as obras dos evocados aproveitando-se, eventualmente, essas oportunidades para divulgar áreas da Física para as quais aqueles cientistas tivessem dado contribuições proeminentes. Assim, pesquisando por várias enciclopédias ou obras sobre a História da Ciência, compilamos uma série de dados cronológicos sobre cientistas que muito contribuíram para o desenvolvimento da Física (e não só...) ao longo dos tempos.