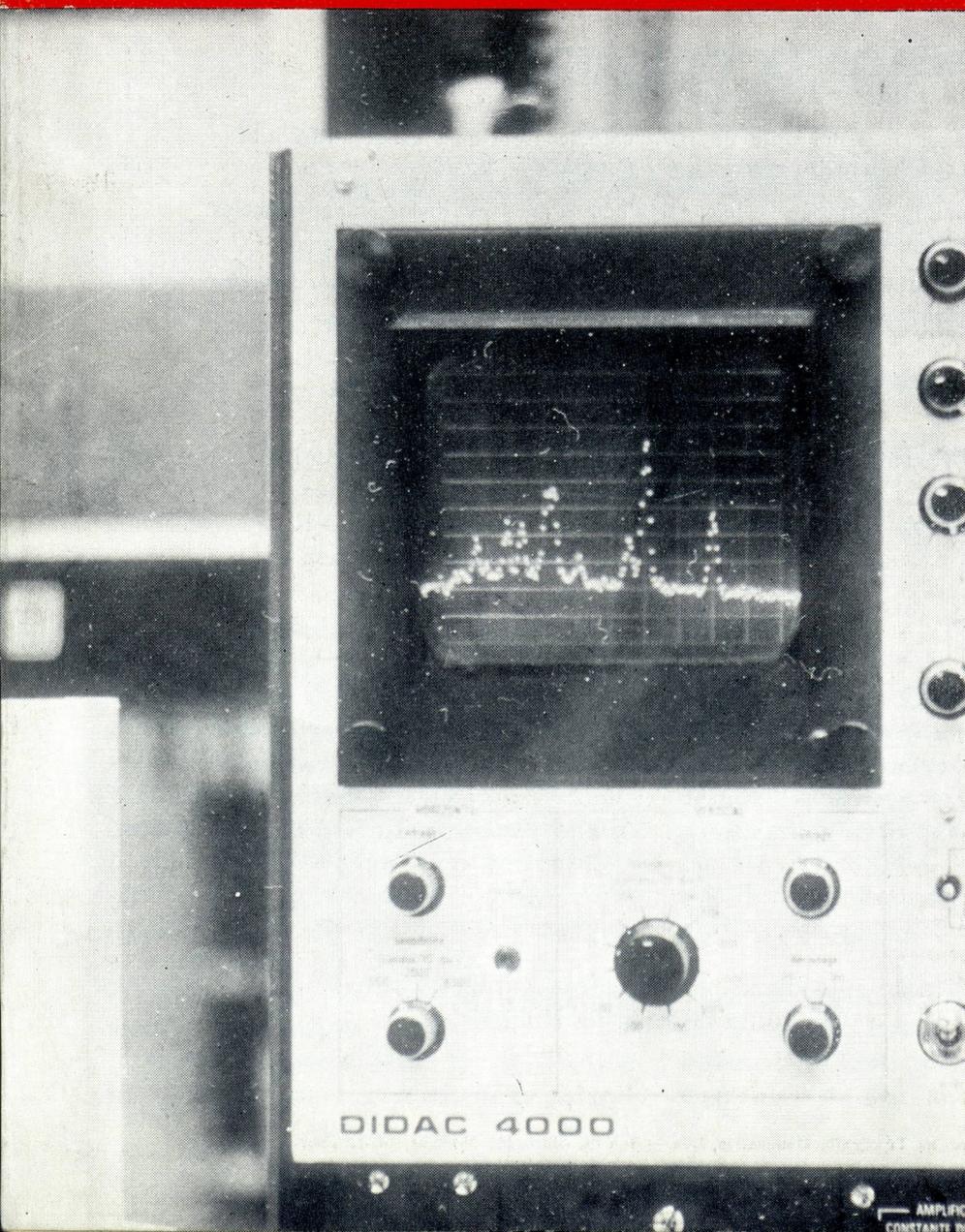


GAZETA DE FISICA

REVISTA DOS ESTUDANTES DE FÍSICA
E DOS FÍSICOS PORTUGUESES

VOL. V, FASC. 6
AGOSTO 1972



Espectro de difracção de
neutrões em alumínio
policristalino

(Ver contra-capa)

SUMÁRIO

Representação gráfica, um instrumento de trabalho, <i>por Eduardo Martinho</i>	167
Resolução de circuitos eléctricos, <i>por P. Martins da Silva</i>	174
Experiências escolares com o osciloscópio de raios catódicos em que não se utiliza a base de tempo (continuação do número anterior), <i>por Rómulo de Carvalho</i>	178
Calores molares do alumínio, chumbo e cálcio, calculados a partir de dados de experiências neutrónicas, <i>por José F. Salgado</i>	189
Da defesa de uma prática cibernética, <i>por Helder Coelho, Olivério Soares e Almeida Loureiro</i>	193
Propagação do som no mar, <i>por Daniel A. Rodrigues</i>	196

COMISSÃO DE REDACÇÃO: Rómulo de Carvalho — Lídia Salgueiro
— J. Gomes Ferreira — F. Bragança Gil — J. Sousa Lopes —
Maria Teresa Gonçalves — Frederico Gama Carvalho — Rui
Namorado Rosa — José C. Soares — João Bessa e Sousa —
Mário Trigueiros

PROPRIEDADE E EDIÇÃO: GAZETA DE MATEMÁTICA, LDA. * CORRESPONDÊNCIA: GAZETA DE FÍSICA — LABORATÓRIO DE FÍSICA DA FACULDADE DE CIÊNCIAS DE LISBOA — RUA DA ESCOLA POLITÉCNICA — LISBOA * NÚMERO AVULSO: ESC. 15\$00 * ASSINATURA DE 3 NÚMEROS: ESC. 45\$00 (A COBRANÇA ESC. 50\$00); PARA ESTUDANTES, ESC. 30\$00 (A COBRANÇA ESC. 35\$00)

Publicação subsidiada pelo Instituto de Alta Cultura
e pela Junta de Energia Nuclear

Representação gráfica, um instrumento de trabalho

por EDUARDO MARTINHO

Introdução

Ao pretender-se tirar conclusões de natureza quantitativa, ou simplesmente qualitativa, sobre a dependência relativa de duas ou mais grandezas, há muitas vezes interesse em traduzir os resultados numéricos de que se disponha sob a forma de gráficos. Com efeito, a representação gráfica de resultados numéricos, além de pôr em destaque os aspectos característicos da dependência entre as grandezas com mais evidência do que a leitura do correspondente conjunto de valores, permite, quando se trate de resultados experimentais, uma análise numérica rápida e relativamente precisa de muitos problemas.

Importa salientar que a representação gráfica, como instrumento de trabalho valioso, tem um campo de aplicação mais vasto e diferenciado, impossível de abarcar em meia dúzia de páginas. O recurso à representação gráfica e esquemática como meio de fomentar uma maior «aproximação» entre os nossos estudantes e a fenomenologia física de base, é um exemplo de domínio que teria grande interesse desenvolver.

A informação que se pode obter de um gráfico é tanto mais completa e signi-

ficativa quanto mais funcional e objectivo for o gráfico. Para que um gráfico desempenhe convenientemente a sua função, torna-se necessário seguir determinadas normas. Com o presente artigo pretende-se precisamente salientar algumas regras básicas a respeitar no traçado de gráficos, assim como chamar a atenção do leitor para aspectos relevantes da utilização de gráficos, em particular no que se refere a processos de linearização. Finalmente, para concretizar ideias, apresenta-se um exemplo de análise gráfica de resultados experimentais.

Normas

Suponhamos que se tem um conjunto de valores numéricos respeitantes à variação de y com x (x designa a variável independente e y a variável dependente), e que se pretende representá-lo graficamente. As normas mais importantes a que deve obedecer em geral o traçado do gráfico, são as seguintes:

1. É conveniente marcar os valores de x em abcissas e os valores de y em ordenadas. Junto dos respectivos eixos deve caracterizar-se as grandezas em

causa (mediante uma palavra ou conjunto de palavras e/ou símbolo da grandeza) e deve indicar-se também as unidades em que estão expressas essas grandezas.

2. As escalas devem ser escolhidas de acordo com a gama de valores numéricos das variáveis, sem esquecer no entanto o que se pretende com o gráfico (por exemplo, as escalas lineares não têm que começar necessariamente em *zero*, mas se se pretender verificar se os pontos experimentais definem uma linha passando pela origem do referencial, isto é, pelo ponto $(0;0)$, então é óbvio que este ponto deve figurar no gráfico). Se as escalas forem demasiado amplas, os pontos experimentais aparecerão muito dispersos e poderá haver dificuldade na definição visual da linha que melhor se ajusta ao conjunto desses pontos. Se as escalas forem demasiado compactas, a concentração excessiva dos pontos experimentais poderá eventualmente mascarar uma variação particular que interessaria evidenciar.

Em geral, ao fixar as escalas de um gráfico, haverá pois conveniência em estabelecer um compromisso entre o número de algarismos significativos a considerar na marcação dos pontos experimentais, a dispersão relativa destes pontos e o próprio tamanho do gráfico. Isto exige um certo sentido de equilíbrio que se adquire fundamentalmente pela prática. Ainda assim, com frequência o «melhor» gráfico não resulta à primeira tentativa.

Quando se utiliza papel com escala(s) linear(es), há também que fixar as escalas por forma a poder-se interpolar facilmente os valores, tanto na marcação dos pontos experimentais como na leitura do gráfico. Por exemplo, é incómodo trabalhar com uma escala milimétrica em que se fez corresponder 1 unidade a 3 centímetros: 1 milímetro da escala ficará a corres-

ponder a 0,0333... dessa unidade, o que, obviamente, é indesejável.

3. Nos eixos deve indicar-se exclusivamente os valores que caracterizam as escalas (não se deve indicar nos eixos os valores numéricos dos pontos a marcar, nem tão pouco desenhar as linhas em cujo cruzamento se situa o ponto experimental a assinalar).

4. Para marcar um par de valores $(x; y)$ num gráfico, basta assinalá-lo mediante um pequeno símbolo (cruz, circunferência, quadrado, triângulo, etc.). Tornando-se necessário traçar mais do que uma curva num mesmo gráfico, os pontos de cada conjunto de valores numéricos devem ser sinalizados com símbolos diferentes, especialmente se houver uma sobreposição de curvas que dificulte a sua individualização visual.

5. Ao traçar a linha que melhor se ajusta aos pontos experimentais, não se deve «pretender» que ela passe necessariamente por todos os pontos. Deve haver fundamentalmente a preocupação de ajustar a linha mais simples que melhor traduza a dependência global relativa das grandezas em causa. É que: 1) na prática não é possível obter medidas *exactas*, isto é, a um ponto experimental está sempre associada uma margem de erro maior ou menor, portanto é de esperar uma certa dispersão dos pontos em torno da curva que traduz a lei subjacente; 2) em consequência, no ajuste de curvas a pontos experimentais, convirá começar por admitir a existência de relações simples entre as grandezas (é a Natureza, na sua complexidade, que nos aponta este caminho preferencial, o da simplicidade!).

6. Todo o gráfico deve ter uma legenda que o identifique e esclareça completamente (neste particular, é preferível

pecar por excesso de pormenores do que por defeito). É habitual colocar a legenda sob o eixo das abcissas ou num espaço (suficientemente) livre do próprio gráfico.

Como eventual utilizador de gráficos, caberá obviamente ao leitor usar o seu sentido crítico com vista à melhor adaptação das normas enunciadas (ou outras similares) à resolução do seu problema específico. As normas são boas enquanto servem o utilizador, mas são de adaptar ou de substituir quando o limitam inconsequentemente...

Tipos de papel. Linearização de gráficos

No parágrafo anterior chamou-se a atenção para a conveniência de escolher as escalas em função da gama dos valores numéricos a representar graficamente. Isto pressupõe complementarmente uma escolha prévia do tipo de papel mais adequado ao traçado do gráfico em causa: com duas escalas lineares (papel milimétrico), com uma escala logarítmica e outra linear (papel semilog ou log-lin), com ambas as escalas logarítmicas (papel log-log), etc. As folhas de papel de gráfico podem ter vários formatos: A5, A4 (21 cm \times 30 cm), A3, etc. As escalas logarítmicas podem ter várias décadas, completas ou não. De notar que uma escala logarítmica nunca pode começar em zero, pois $\log 0 = \ln 0 = -\infty$.

O tipo de papel de gráfico que se usa mais frequentemente é o papel milimétrico, mas em certos casos convém utilizar outros. Vejamos alguns desses casos, a título de exemplo.

a) Quando a relação entre as variáveis x e y é de tipo exponencial (como a evolução temporal da actividade de uma fonte radioactiva, a variação da intensi-

dade de um feixe de radiação com a espessura de um absorvente, etc.), isto é,

$$(1) \quad y = y_0 e^{\alpha x} \quad (\alpha \neq 0),$$

e se pretende, a partir de um conjunto de valores experimentais, determinar α e/ou y_0 , convirá fazer o gráfico em papel semilog. Com efeito, logaritimizando a expressão (1), tem-se⁽¹⁾

$$(2) \quad \ln y = \ln y_0 + \alpha x;$$

assim, em papel semilog, e marcando y na escala logarítmica, o gráfico de (1) é uma recta cujo declive vale α e cuja ordenada na origem vale y_0 . Como facilmente se vê, o valor de α é dado por

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\ln (y_2/y_1)}{x_2 - x_1} = \\ &= \frac{2,3026 \log (y_2/y_1)}{x_2 - x_1}, \end{aligned}$$

em que $(x_1; y_1)$ e (x_2, y_2) são dois pontos da recta ajustada aos pontos experimentais.

Em papel milimétrico o gráfico de (1) seria evidentemente o de uma exponencial, e a determinação de α e/ou y_0 seria menos rápida e provavelmente menos precisa. O interesse em linearizar um gráfico reside precisamente no facto de ser mais fácil «trabalhar» com uma linha recta do que com uma linha curva.

Para o leitor menos familiarizado com escalas logarítmicas, convirá talvez acrescentar o seguinte. É de notar que a relação (2) pode escrever-se sob a forma

$$(3) \quad z = z_0 + \alpha x,$$

com $z = \ln y$ e $z_0 = \ln y_0$, que é visivelmente a equação da recta referida.

(1) Pode aplicar-se indiferentemente logaritmos decimais ou naturais, porque diferem apenas por um factor constante.

Tem-se assim que a marcação directa de um valor de y , por exemplo y^* , na escala logarítmica, é equivalente à marcação do valor $x^* = \ln y^*$ numa escala linear. Em qualquer dos casos a marcação dos pontos segundo a escala logarítmica é feita com base em segmentos de recta de comprimento proporcional aos logaritmos dos valores correspondentes a esses pontos. A vantagem de utilizar a escala logarítmica deriva de não ser necessário calcular logaritmos para atingir o fim desejado, a linearização do gráfico, dado que nessa escala a distribuição dos valores obedece já à devida proporcionalidade (logarítmica). A marcação dos pontos segundo a escala linear (valores de x) é evidentemente feita com base em segmentos de recta de comprimento proporcional aos próprios valores (de x) correspondentes a esses pontos.

b) Convém também utilizar papel semilog quando é muito vasta a gama de valores a marcar num dos eixos coordenados. Se, por exemplo, y representar o fluxo de neutrões térmicos (com energias da ordem de três dezenas de meV) num ponto de um meio, como a água, e x designar a distância desse ponto à fonte de neutrões, os valores de y podem variar de 4 ordens de grandeza (de 10^5 a 10^9 neutrões $cm^{-2} s^{-1}$, por exemplo) enquanto x varia apenas de 1 a 25 cm. Num caso como este, os valores de y devem ser marcados numa escala logarítmica e os valores de x numa escala linear. Se se fizesse o gráfico em papel milimétrico, mesmo fazendo corresponder a 1 mm 100 neutrões $cm^{-2} s^{-1}$, seria necessária uma folha de papel com 1 m de comprimento, o que é pouco prático.

c) Se compreenderem várias ordens de grandeza as gamas de valores a marcar tanto em ordenadas como em abcissas, vê-se agora facilmente que há conveniência em utilizar papel com ambas as escalas logarítmicas, para reduzir o gráfico a proporções convenientes. É o que acon-

tece, por exemplo, quando se pretende representar graficamente a secção eficaz de absorção (ou de outro processo nuclear) de certos núcleos para neutrões com energias compreendidas entre uma dezena de meV e alguns MeV (espectro neutrónico de um reactor nuclear térmico).

d) Vejamos uma outra situação, de natureza diferente, em que se deve empregar papel log-log. Em física é necessário com frequência verificar experimentalmente relações do tipo

$$(4) \quad y = k \cdot x^\beta,$$

em que β e/ou k são constantes (reais, quaisquer) a determinar. Logaritmizando a expressão (4), tem-se

$$(5) \quad \log y = \log k + \beta \log x.$$

Assim, a dependência de y com x em papel log-log traduz-se graficamente por uma recta de declive igual a β (²). De notar que, como as escalas são idênticas no papel log-log, os seus eixos coordenados são do tipo dos do chamado «círculo trigonométrico», e β pode ser determinado mediante a razão dos comprimentos dos catetos de um triângulo rectângulo desenhado convenientemente sobre o gráfico. A outra maneira de calcular β é análoga à indicada na alínea a), tendo agora em conta a expressão (5):

$$\beta = \frac{\log(y_2/y_1)}{\log(x_2/x_1)}.$$

É possível ainda linearizar o gráfico correspondente à expressão (4) por outra

(²) Em linguagem corrente é usual dizer-se que «é linear a dependência de y com x em papel log-log». No caso da expressão (1) dir-se-á que «é linear a dependência de y com x em papel semilog». É claro que em ambos os casos a dependência de y com x não é linear; os pontos $(x; y)$ é que se distribuem linearmente em cada um dos gráficos.

via: marcando, em papel milimétrico, y em ordenadas e x^β em abscissas. Neste caso β funciona como parâmetro conhecido e k representa o declive da recta.

Como se vê, dado um conjunto de valores experimentais e conhecida a forma da lei de variação das grandezas em causa, pela conjugação dos dois processos de linearização indicados acima é possível inferir os valores dos parâmetros da lei, β e k no caso da expressão (4).

Exemplo de análise gráfica dos resultados de uma experiência

I) Dados Objectivo

Na tabela 1 indicam-se os resultados de uma experiência⁽³⁾ sobre o tempo que a água contida num recipiente leva a escoar-se através de um orifício feito no

Tabela 1 — Tempo de escoamento, t (s)

d (cm) ↓ \ h (cm) →	30	10	4	1
1,5	73,0	42,0	26,7	13,5
2	41,2	23,7	15,0	7,2
3	18,4	10,5	6,8	3,7
5	6,8	3,9	2,2	1,5

fundo do recipiente. Naturalmente o tempo de escoamento depende do tamanho do orifício e da quantidade de água contida no recipiente. Para deduzir a dependência do tempo de escoamento com o tamanho do orifício, tomaram-se quatro recipientes cilíndricos de água com iguais dimensões e esvaziaram-se através de aberturas cir-

culares com diferentes diâmetros. Para determinar a dependência do tempo de escoamento com a quantidade de água, esvaziaram-se os mesmos recipientes com diferentes alturas de água.

O problema que se pretende resolver é o seguinte: qual a relação matemática entre o tempo de escoamento, t , o diâmetro do orifício, d , e a altura de água, h ? Como t é variável dependente e d e h são as variáveis independentes, o problema pode pôr-se equivalentemente nos seguintes termos: com base nos resultados experimentais contidos na Tabela 1, estabeleça graficamente a relação $t = f(h, d)$.

II) Análise dos dados. Resultado final

Para se ter uma ideia do tipo de dependência entre o tempo de escoamento e a altura de água, podemos começar por fazer um gráfico em papel milimétrico de t em função de h , para um valor constante do diâmetro do orifício ($d = 1,5$ cm, por exemplo, dado que lhe correspondem valores mais elevados de t , sobre os quais portanto deverá ser menor a incidência de erros experimentais). Este gráfico está representado na figura 1. Repare que o ponto (0;0) pertence à curva; de facto, para $h = 0$ cm tem-se $t = 0$ s.

O gráfico sugere-lhe algum tipo de dependência entre t e h ? No caso negativo, rode o gráfico de 90°. Não lhe parece que a curva é de tipo parabólico? Se assim for⁽⁴⁾, $h \propto t^2$, ou seja, $t \propto h^{1/2}$. Como não sabemos se o expoente de h vale exactamente $\frac{1}{2}$, escrevamos $t \propto h^\alpha$, sendo α uma constante a determinar.

Se $t \propto h^\alpha$, então a dependência de t com h em papel log-log deve traduzir-se

(3) Guia do laboratório, PSSC.

(4) \propto é um símbolo que significa «proporcional a».

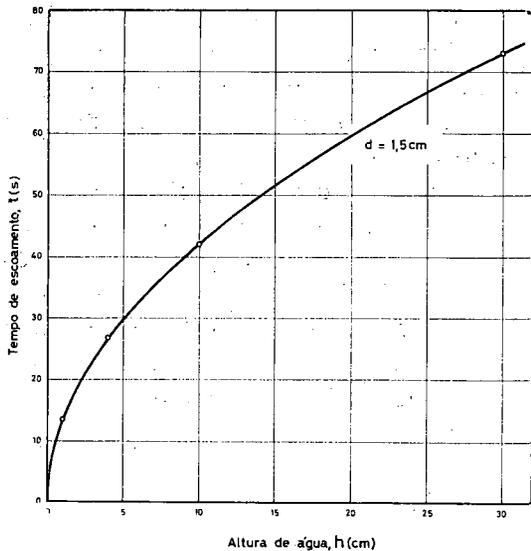


Fig. 1 -- Dependência típica do tempo de escoamento com a altura de água. Os pontos experimentais correspondem ao diâmetro do orifício $d = 1,5$ cm.

gráficamente por uma recta de declive α . Na figura 2 representa-se este gráfico, para

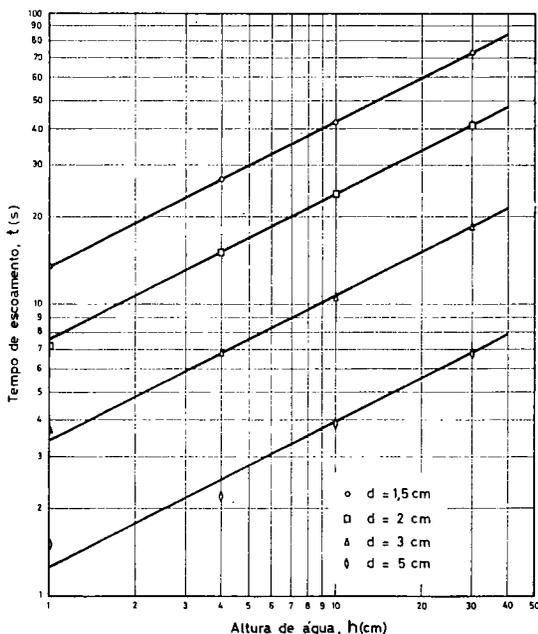


Fig. 2 -- Variação do tempo de escoamento com a altura de água, em papel log-log, para os diferentes valores do diâmetro do orifício. O declive das rectas ajustadas aos pontos experimentais vale $1/2$, portanto $t \propto \sqrt{h}$.

os diferentes valores de d . As rectas que melhor se ajustam aos quatro conjuntos de pontos experimentais têm de facto declive igual a $\frac{1}{2}$, como se admitiu face à figura 1. Em resumo:

$$(6) \quad t \propto \sqrt{h}.$$

NOTA. Como certamente já reparou, a dispersão dos pontos experimentais em torno das rectas ajustadas é maior para valores de d mais elevados, isto é, para valores de t mais baixos. Isto deve-se fundamentalmente à natureza das escalas logarítmicas. Com efeito, a um mesmo desvio absoluto do ponto experimental (em relação ao ponto de igual abscissa da recta ajustada) correspondem distâncias diferentes consoante a zona da escala em que figurar o ponto experimental. Por exemplo, se a um desvio de 0,5 s corresponder um afastamento de 1 mm na zona da escala entre 9 e 10 s, ao mesmo desvio corresponderá um afastamento da ordem de 7 mm na zona da escala compreendida entre 1 e 2 s. O leitor poderá confirmar estes valores, efectuando medições adequadas sobre a figura 2.

Investiguemos agora a dependência do tempo de escoamento com o diâmetro do orifício. Pelas razões apontadas acima, façamos um gráfico em papel milimétrico de t em função de d , para $h = 30$ cm (Fig. 3). Verifica-se que t decresce bastante acentuadamente quando d aumenta, o que sugere uma relação inversa ($t \propto d^{-\beta}$) ou exponencial ($t \propto e^{-\gamma d}$).

Que o decrescimento não é exponencial pode verificar-se fazendo o gráfico de t em função de d , em papel semilog (Fig. 4): a dependência não é linear.

Para averiguar se $t \propto d^{-\beta}$, façamos um gráfico de t em função de d , em papel log-log. Na figura 5 representa-se este gráfico, para os diferentes valores de h

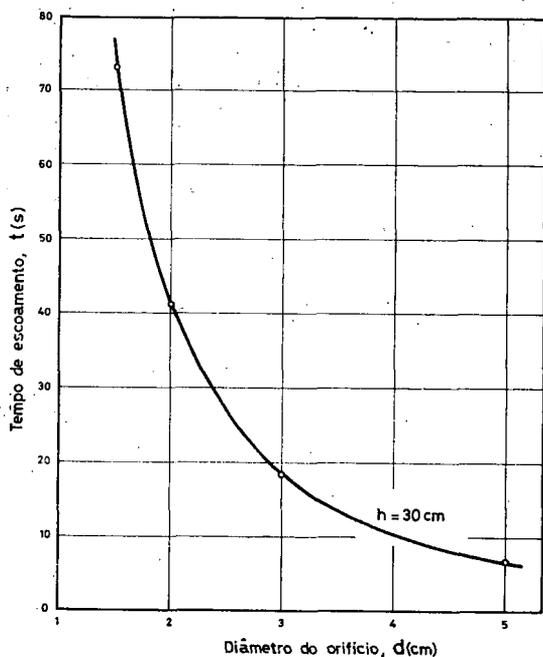


Fig. 3 — Dependência típica do tempo de escoamento com o diâmetro do orifício. Os pontos experimentais correspondem à altura de água $h = 30$ cm.

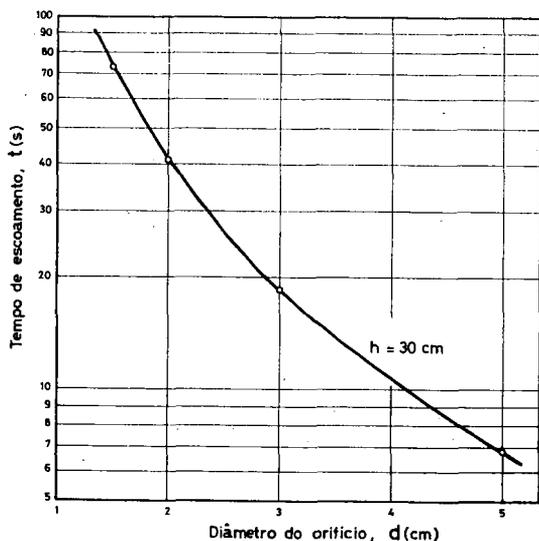


Fig. 4 — Variação do tempo de escoamento com o diâmetro do orifício em papel semilog, para um valor constante da altura de água ($h = 30$ cm). A dependência não é linear, portanto o tempo de escoamento não varia exponencialmente com o diâmetro do orifício.

A dependência é linear; o declive das rectas que melhor se ajustam aos pontos experimentais vale -2 . Tem-se assim que:

$$(7) \quad t \propto \frac{1}{d^2}.$$

Repare-se que $t \propto d^{-2}$ equivale a $t \propto A^{-1}$ designando A a área do orifício. Na realidade era de admitir que o tempo de escoamento estivesse relacionado de uma

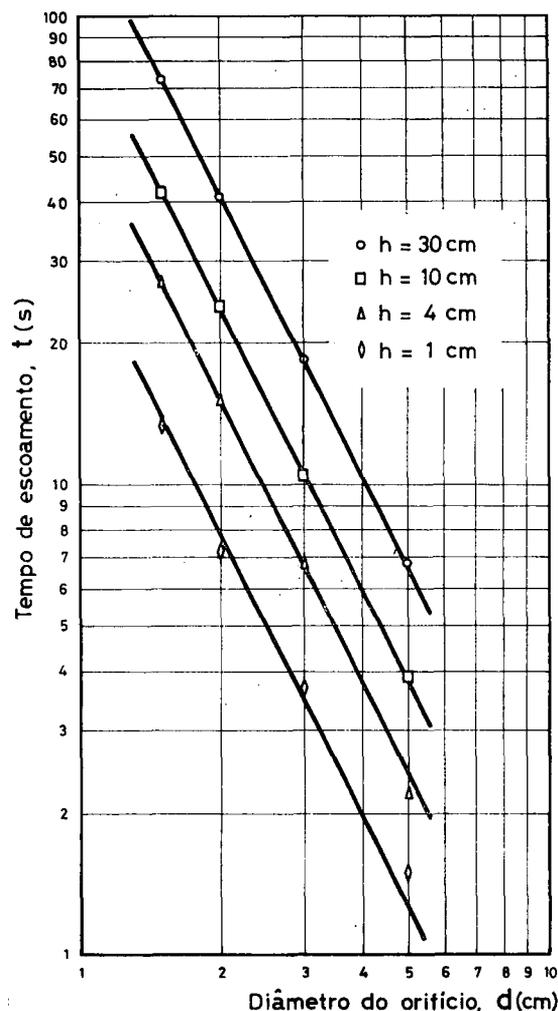


Fig. 5 — Variação do tempo de escoamento com o diâmetro do orifício, em papel log-log, para os diferentes valores da altura de água. O declive das rectas ajustadas aos pontos experimentais vale -2 , portanto $t \propto d^{-2}$.

maneira simples com a área do orifício, porque, quanto maior é esta área, maior é o fluxo de água no escoamento.

Atendendo a que as relações (6) e (7) se verificam simultaneamente, tem-se que $t \propto h^{1/2} \cdot d^{-2}$, ou seja

$$(8) \quad t = k \frac{\sqrt{h}}{d^2},$$

designando k a constante de proporcionalidade. Para determinar esta constante podemos representar graficamente, em papel milimétrico, t em função da variável $z = \sqrt{h} \cdot d^{-2}$ (Fig. 6). Obtém-se uma recta de declive $k = 30,0 \text{ cm}^{3/2} \text{ s}$ passando pela origem. De notar que este valor é válido para os recipientes em causa e para o escoamento de água. Se a experiência tivesse sido realizada com um líquido de viscosidade diferente, o valor de k seria diferente daquele.

Em conclusão: a solução do problema que nos propusemos resolver graficamente traduz-se por

$$(9) \quad t = 30,0 \frac{\sqrt{h}}{d^2}.$$

A partir desta relação podemos agora prever os resultados que se obteriam se realizássemos a experiência em condições distintas das que conduziram aos resultados donde partimos (Tabela 1). É previsível

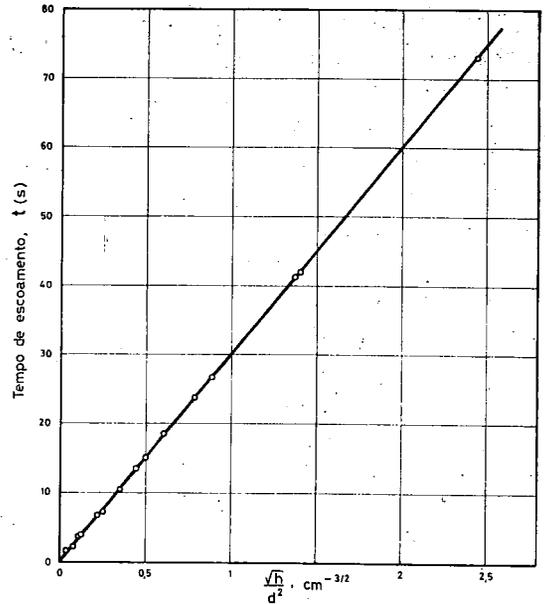


Fig. 6—O tempo de escoamento varia linearmente com $\sqrt{h} \cdot d^{-2}$. O declive da recta ajustada aos pontos experimentais vale $30,0 \text{ cm}^{3/2} \text{ s}$; este é o valor da constante de proporcionalidade k referida no texto [expressão (8)].

vel, por exemplo, que o tempo de escoamento de uma altura de água igual a 20 cm por um orifício de diâmetro 4 cm, seja da ordem de 8,4 s, isto evidentemente para um recipiente cilíndrico igual ao utilizado na experiência. Se o diâmetro do recipiente fosse diferente, é óbvio que o tempo de escoamento seria diferente de 8,4 s. Como se vê, o problema comporta mais variáveis do que as indicadas na Tabela 1.

Resolução de circuitos eléctricos

pelo Eng.º P. MARTINS DA SILVA
(Laboratório de Física da Faculdade de Ciências de Lisboa)

1. Introdução

A resolução de um circuito eléctrico, traduzida no cálculo das intensidades das correntes que percorrem os seus diversos

ramos, é, em geral, trabalhosa, obrigando à aplicação repetida das leis físicas que regulam a circulação das correntes pelos diversos ramos do circuito. Mediante o método que se descreve, o problema físico

reduz-se à aplicação de uma fórmula, portanto a uma questão trivial de cálculo numérico, passível de resolução automática fácil.

A exposição sintética do método é complementada por um exemplo de aplicação, que se quis o mais realista possível. Propõe-se o cálculo dos valores das intensidades das correntes nos diversos ramos de uma rede de distribuição de energia eléctrica, quando ocorre um curto-circuito num dado ponto da rede; o conhecimento dos valores destas intensidades é essencial para dimensionar os diversos órgãos que se integram na rede, em particular aqueles que um curto-circuito pode afectar mais profundamente (disjuntores e transformadores de medida de corrente).

2. Descrição do método

Considere-se o circuito eléctrico dividido nas suas malhas fundamentais, isto é, nos contornos fechados em número suficiente para que todos os ramos estejam representados, e designem-se por correntes de malha as correntes fictícias que percorrem estes contornos. Designando por i_j a corrente na malha genérica j , a corrente i_k num ramo k pode exprimir-se em função das correntes fictícias das malhas:

$$(1) \quad i_k = \sum_j i_j \cdot C_{jk}$$

ou, em notação matricial:

$$(2) \quad \bar{i} = \bar{C} \cdot \bar{i}'$$

em que \bar{C} é a matriz de transformação das correntes das malhas nas correntes nos ramos.

Sejam \bar{u}' e \bar{Z}' , respectivamente, as matrizes das tensões e impedâncias das malhas, definidas como se indica:

$$(3) \quad \bar{u}' = \bar{Z}' \cdot \bar{i}' \quad \therefore \quad \bar{i}' = (\bar{Z}')^{-1} \cdot \bar{u}'$$

Obtém-se imediatamente a matriz que se pretendia, das correntes nos ramos

$$(4) \quad \bar{i} = \bar{C} \cdot (\bar{Z}')^{-1} \cdot \bar{u}'$$

Com vista a obter fórmulas simples que permitam determinar as matrizes \bar{u}' e \bar{Z}' , considere-se um circuito onde cada ramo é constituído por um gerador de força electromotriz u_k , associado em série com uma impedância Z_k . A partir deste circuito construa-se um outro (circuito secundário) estabelecendo ligações de impedância nua entre os diversos nós terminais de cada ramo; de modo que, para o circuito secundário, o número de ramos seja igual ao número de malhas. Seja \bar{M} a matriz (quadrada) que, para o circuito secundário, desempenha as funções da matriz \bar{C} definida atrás (2), isto é, permite converter as correntes das malhas nas correntes dos ramos:

$$(5) \quad \bar{s} = \bar{M} \cdot \bar{s}'$$

Para este circuito, obviamente, a potência média fornecida pelos geradores nele incluídos é igual à potência média dissipada nos seus elementos passivos. Relativamente a cada ramo, a potência média fornecida pelo gerador respectivo vale:

$$(6) \quad p_k = \frac{1}{4} (u_k \cdot s_k^* + u_k^* \cdot s_k)$$

em que o símbolo * indica que se trata do conjugado da grandeza considerada. Para a totalidade do circuito, tem-se, portanto:

$$(7) \quad p = \frac{1}{4} (\bar{u} \cdot \bar{s}^* + \bar{u}^* \cdot \bar{s})$$

sendo \bar{u} a matriz transposta de \bar{u}' . Designando por \bar{e} a matriz das tensões das

malhas do circuito secundário, a potência dissipada poderá determinar-se pela expressão (8)

$$(8) \quad p = \frac{1}{4} (\tilde{e}' \cdot \tilde{s}'^* + \tilde{e}'^* \cdot \tilde{s}')$$

logo:

$$\begin{aligned} \tilde{u} \cdot \tilde{s}'^* + \tilde{u}^* \cdot \tilde{s} &= \tilde{e}' \cdot \tilde{s}'^* + \tilde{e}'^* \cdot \tilde{s}' \\ \tilde{u} \cdot (\bar{M} \cdot \bar{s})^* + \tilde{u}^* \cdot (\bar{M} \cdot \bar{s}) &= \tilde{e}' \cdot \tilde{s}'^* + \tilde{e}'^* \cdot \tilde{s}' \end{aligned}$$

Como a matriz \bar{M} é real, tem-se:

$$(9) \quad \tilde{e}' = \tilde{u} \cdot \bar{M} \therefore \bar{e}' = \bar{M} \cdot \bar{u}$$

relação que exprime, para o circuito secundário, as tensões das malhas nas tensões dos ramos. Por se tratar de uma relação topológica, permanece inalterável mesmo ao considerar-se que tendem para infinito as ligações estabelecidas entre os nós (ligações que permitiram construir o circuito secundário); no limite, obtém-se o circuito inicial, pelo que se tem:

$$(10) \quad \bar{u}' = \bar{C} \cdot \bar{u}$$

aproveitando da matriz \bar{M} só a parte agora com interesse e que é, precisamente, a matriz \bar{C} .

Atendendo às relações (5), (9) e a que

$$(11) \quad \bar{u} = \bar{Z} \cdot \bar{s}$$

tem-se:

$$(12) \quad \bar{e}' = \bar{M} \cdot \bar{Z} \cdot \bar{M} \cdot \bar{s}'$$

sendo \bar{Y}' a matriz das impedâncias de malhas da rede secundária tem-se:

$$(13) \quad \bar{e}' = \bar{Y}' \cdot \bar{s}'$$

De (12) e de (13) resulta:

$$\bar{Y}' = \bar{M} \cdot \bar{Z} \cdot \bar{M}$$

Por considerações análogas às que permitiram obter \bar{u}' , resulta \bar{Z}' a partir de \bar{Y}' , pelo que:

$$(14) \quad \bar{Z}' = \bar{C} \cdot \bar{Z} \cdot \bar{C}$$

Substituindo (10) e (14) em (4), tem-se, finalmente, a expressão:

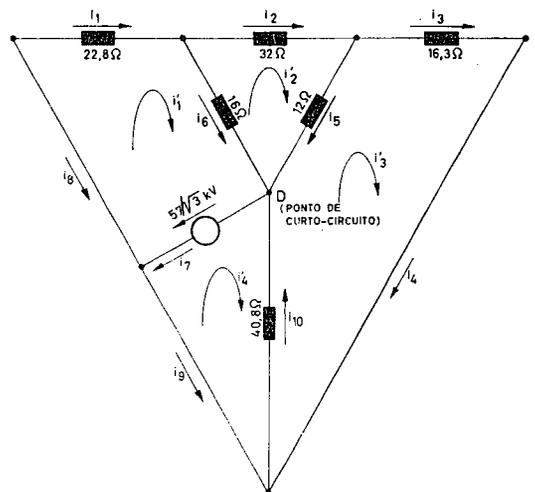
$$(15) \quad \bar{i} = \bar{C} \cdot (\bar{C} \cdot \bar{Z} \cdot \bar{C})^{-1} \bar{C} \cdot \bar{u}$$

que traduz o processo de determinar a matriz das correntes nos ramos.

3. Exemplo de aplicação

Como se referiu na Introdução, apresenta-se, como exemplo de aplicação, o cálculo das intensidades das correntes que percorrem uma dada rede de distribuição de energia eléctrica, quando ocorre um curto-circuito num ponto da rede.

Na figura junta representa-se o modelo da rede, correspondente a uma fase, sobre o qual será realizado o cálculo, e que foi



Modelo da rede, correspondente a uma fase.

construído com base em determinadas hipóteses simplificativas, aceites correntemente, tendo-se reduzido todas as impedâncias de acordo com a tensão $(57/\sqrt{3} \text{ kV})$ no ponto D onde ocorre o curto-circuito, e aplicado o teorema de Thévenin.

I—Experiências escolares com o osciloscópio de raios catódicos em que não se utiliza a base de tempo

A) — Observação dos desvios sofridos pelo sinal luminoso quando se submete o feixe electrónico à acção de campos magnéticos e eléctricos

por RÓMULO DE CARVALHO

Na «Introdução à utilização do osciloscópio», ao falarmos do modelo *Phywe* constituído pelo tubo catódico e por mais três blocos (fig. 3), dissemos que dispensaríamos, para já, as referências ao terceiro desses blocos (base de tempo) por não ser necessário o seu emprego na primeira série de experiências que iriam ser descritas (§§ 3 e 6). De facto, a colecção de fichas de electricidade da casa *Phywe*, apresenta algumas experiências (E 3241, 3242, 3243) em que apenas se utilizam os dois primeiros blocos, mas a exploração mais demorada desse material mostrou-nos que é vantajoso trabalhar com os três blocos ligados mesmo quando não se utilizam as tensões da chamada «base de tempo». A colocação do ponto luminoso no centro do alvo é mais fácil de se conseguir com o terceiro bloco ligado do que sem ele.

A figura 8 esquematiza o painel desse terceiro bloco o qual apresenta os seguintes terminais para fichas de banana:

Placas *X* e *Y* (indicadas por X_1 , X_2 , Y_1 e Y_2);

Tensão de 250V, de corrente contínua;

Tensão de 6,3V, de corrente alternada;

Terminais Y_v , e o que se encontra abaixo dele assinalado por \ominus , de

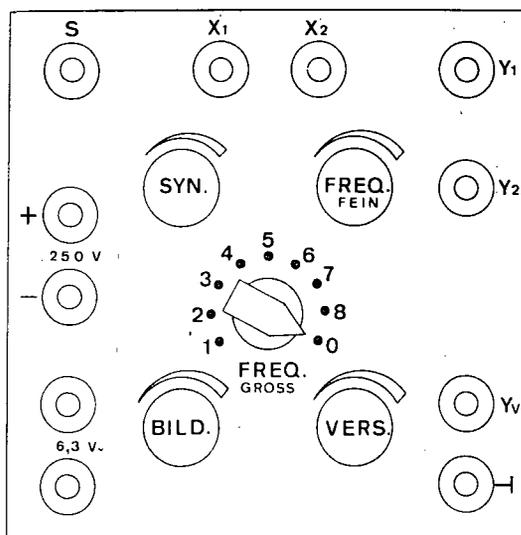


Fig. 8 — Painel do bloco da «base de tempo» (terceiro bloco da figura 3) do modelo *Phywe*.

um amplificador vertical de tensões, comandado pelo potenciômetro, à esquerda, que apresenta a designação de *Verstärkung*.

O manipulador central do painel (*Freq. gross*), que pode ocupar nove posições diferentes, o terminal *S* e os três restantes potenciômetros (*Syn.*, *Freq. fein* e *Bild.*) só interessam à utilização das tensões da base de tempo. Importa acrescentar que o referido manipulador central deverá estar colocado na posição zero nas experiências que irão seguir-se.

Os três blocos (de funcionamento, de alimentação e de base de tempo) serão

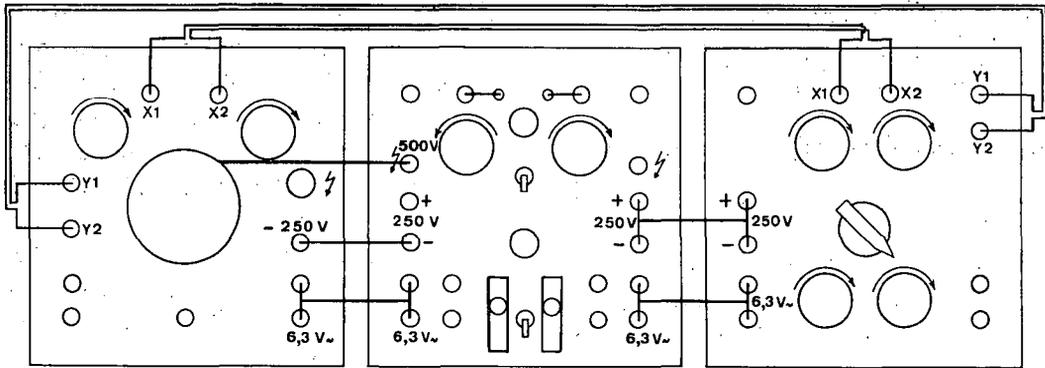


Fig. 9 — Esquema do conjunto dos três blocos que fazem parte da montagem do osciloscópio do modelo 00730 (*Phywe*), a que se refere a figura 3: bloco de funcionamento, bloco de alimentação e base de tempo. No esquema estão representadas as ligações que devem estabelecer-se entre eles, para as quais o material fornecido já possui fios com os tamanhos devidos e fichas próprias.

ligados, entre si, de acordo com o esquema da figura 9. Como nele se vê, é indiferente, depois de montado o conjunto, efectuar as ligações que se pretenderem fazer às placas *XX* e *YY*, no primeiro ou no terceiro blocos.

Como medida geral de protecção convém ter sempre a massa do osciloscópio ligada à terra (fig. 5, para o modelo *Phywe*, e fig. 19 para o *MAE*).

Sumário das experiências:

1. Acção de um campo magnético sobre o feixe electrónico.
 - 1.1. Campo magnético criado por um íman.
 - 1.2. Campo magnético criado por uma bobina percorrida por corrente contínua.
2. Acção de uma tensão eléctrica contínua sobre o feixe electrónico.
 - 2.1. Tensão contínua fornecida por uma fonte independente.

2.1.1. Uso do osciloscópio como voltímetro de corrente contínua.

2.1.2. Uso do osciloscópio como amperímetro de corrente contínua.

2.2. Tensão eléctrica fornecida pelo próprio bloco de alimentação do osciloscópio.

2.3. Carga e descarga de um condensador.

3. Acção simultânea de duas tensões eléctricas contínuas sobre o feixe electrónico.

4. Acção de uma tensão eléctrica alternada.

4.1. Tensão alternada fornecida por uma fonte independente.

4.1.1. Uso do osciloscópio como voltímetro de tensão alternada.

4.2. Tensão alternada fornecida pelo próprio bloco de alimentação do osciloscópio.

5. Acção de um campo magnético criado por uma bobina percorrida por corrente alternada.
6. Acção simultânea de duas tensões alternadas sobre o feixe electrónico.
 - 6.1. Tensões alternadas, em fase, com iguais frequências e amplitudes.
 - 6.1.1. Tensões alternadas fornecidas por uma fonte independente do osciloscópio.
 - 6.1.2. Tensões alternadas fornecidas pelo bloco de alimentação do osciloscópio.
 - 6.2. Tensões alternadas, de iguais frequências e amplitudes, desfasadas de 90° .
 - 6.3. Tensões alternadas, de iguais frequências e amplitudes, desfasadas de 180° .

1. Acção de um campo magnético sobre o feixe electrónico.

1.1. Campo magnético criado por um íman.

Aproximando, do tubo catódico, um dos pólos de um íman em barra observa-se o deslocamento do sinal luminoso.

A direcção e o sentido desse deslocamento dependem da orientação do vector indução magnética no ponto onde o sinal se encontra. No exemplo esquematizado na figura 10, aproxima-se o pólo *N* do íman da região superior do tubo catódico de tal modo que o vector B_1 , no centro do alvo, seja dirigido de cima para baixo. Nestas condições o sinal desloca-se para a esquerda (seta tracejada). Descendo o íman de modo a fazer actuar os vectores

B_2 ou B_3 , sobre o sinal luminoso, no centro do alvo, os deslocamentos do ponto far-se-ão para cima ou para a direita, respectivamente. Em qualquer dos casos o sentido do deslocamento pode ser previsto pela aplicação da regra dos três dedos da mão direita (considerando o sentido convencional da corrente) ou da mão esquerda (considerando o sentido real). Convém que a aproximação do íman seja feita a meio do comprimento do tubo catódico, e não perto do alvo.

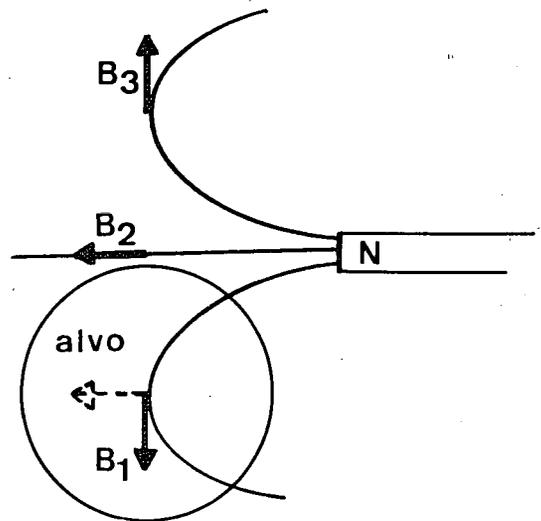


Fig. 10 — O sentido do deslocamento do sinal depende da zona do tubo catódico da qual se aproxima o íman, e do respectivo pólo aproximado ser norte ou sul.

É interessante utilizar um íman em barra, móvel em torno de um eixo horizontal que seja paralelo ao feixe catódico, pondo-o rapidamente em rotação (fig. 11). Ver-se-á no alvo uma linha luminosa fechada, quase circular, motivada pela rotação do sinal.

O material para esta última experiência constará de um pequeno íman em barra, com um orifício central por onde se faz passar uma haste metálica, e de uma base com barra vertical e grampo onde se fixa a haste anterior. Para evitar

que o íman salte da haste ao ser impulsionado convém enfiar, por exemplo, uma rolha na extremidade livre daquela.

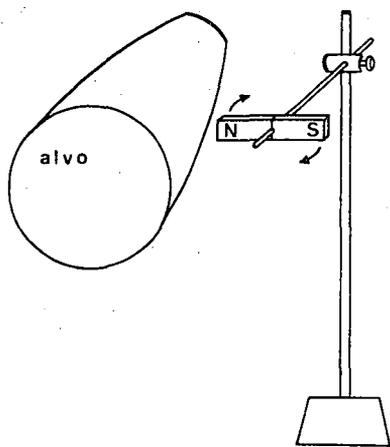


Fig. 11 — Rodando o íman vê-se, no alvo, uma linha luminosa fechada, quase circular.

1.2. Campo magnético criado por uma bobina percorrida por corrente contínua.

A experiência 1.1. realizada com um íman em barra pode naturalmente ser efectuada com uma bobina percorrida por uma corrente contínua.

O modelo *MAE* já traz consigo três bobinas, como núcleo de ferro, instaladas em redor do tubo catódico (duas das quais se vêem perfeitamente na figura 2) cujos eixos fazem entre si ângulos de 120° . Destinam-se às experiências a que nos referimos agora, sem as retirar dos lugares onde estão.

Monta-se um circuito com uma pilha seca (4,5 V), interruptor, caixa de resistências e uma das bobinas (no caso do modelo *MAE*). Obtido o sinal luminoso e fechado o circuito da pilha, provoca-se naquele um desvio cuja direcção e sentido dependem da orientação do eixo da bobina que foi utilizada, e da respectiva polaridade. Com uma resistência de $30\ \Omega$ introduzida na caixa, o sinal desloca-se

cerca de 4 cm. Aumentando ou diminuindo a resistência notar-se-á que o desvio é, respectivamente, menor ou maior. Trocando a polaridade na bobina, o desvio mantém a mesma direcção mas muda de sentido.

No caso do modelo *Phywe* utiliza-se uma bobina (por exemplo de 300 espiras e 4 A) ligada à pilha seca, sem caixa de resistências. Aproximando do tubo catódico um ou outro dos polos da bobina, observa-se o desvio do sinal. Em cada uma das faces laterais da caixa de protecção do tubo, neste modelo, existem uns orifícios onde se pode instalar uma pequena placa de plástico que serve de apoio à bobina quando se pretende mantê-la fixa.

2. Acção de uma tensão eléctrica contínua sobre o feixe electrónico.

Estuda-se o efeito de uma tensão eléctrica contínua sobre o feixe electrónico estabelecendo essa tensão entre as placas *XX* ou *YY* do tubo catódico. A fonte que fornece a tensão pode ser independente do dispositivo ou ser a dos próprios blocos de alimentação anexos a qualquer dos modelos de osciloscópio.

2.1. Tensão contínua fornecida por uma fonte independente.

a) A fonte independente pode ser uma pilha seca, de 4,5 V. Ligando-a directamente aos terminais *XX* ou *YY* observa-se um desvio do sinal de cerca de 2 mm, o que é insuficiente para se apreciar, com segurança, o efeito da tensão aplicada.

b) Uma fonte de tensão contínua, variável dentro de largos limites, que os liceus possuem, é o bloco de alimentação

representado na figura 7. No caso do osciloscópio do modelo *Phywe*, esse mesmo bloco faz parte do próprio conjunto (bloco central da figura 3) e não se deve, portanto, designar como fonte independente. Isso só é verdade para o caso do modelo *MAE*. Entretanto as experiências que vão seguir-se efectuam-se semelhantemente com qualquer dos modelos.

Ligam-se os terminais *XX* aos terminais 0...250 V do bloco *Phywe*, com fios de bananas de derivação, às quais se liga também um voltímetro, V (fig. 12).

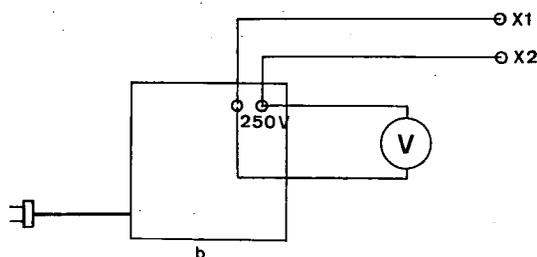


Fig. 12 — Depois de obtido o sinal luminoso no alvo do osciloscópio, fecha-se o circuito do bloco (b) de alimentação (interruptor I; manípulo M dirigido para baixo, fig. 7). Rodando o botão P_2 (fig. 7) vai-se aumentando a tensão que o voltímetro acusa. O sinal desvia-se lentamente na direcção horizontal. Na figura, os terminais $X1$ e $X2$ referem-se a qualquer dos modelos de osciloscópio.

Manobrando o botão do respectivo potenciómetro (P_2 , da fig. 7) vê-se que o sinal se desloca, na horizontal, cerca de 1 cm para 25 V, medidos no voltímetro, ou seja cerca de 0,4 mm/V. Trocando a polaridade nos terminais *XX*, o desvio dá-se em sentido contrário.

Procedendo análogamente com os terminais *YY* observar-se-á que os desvios se dão na direcção vertical. Os desvios do feixe electrónico provocados por tensões estabelecidas nas placas *YY* são um pouco maiores do que os desvios provocados por iguais tensões aplicadas às

placas *XX*. A diferença é da ordem de 0,05 mm/V.

Para facilitar as leituras dos desvios apresenta o modelo *Phywe*, defronte do alvo, uma lâmina de plástico transparente com dois traços normais entre si cujo cruzamento acerta com o centro do alvo. Um traço é vertical e está dividido em partes de 2 mm de comprimento; o outro, horizontal, está dividido em intervalos de 5 mm. A lâmina apresenta também vários traços horizontais, distanciados entre si de 2 cm.

O modelo *MAE* não tem referências para leituras de comprimento no alvo, o que, aliás, não é difícil de improvisar.

2.1.1. Uso do osciloscópio como voltímetro de corrente contínua.

Conhecida a sensibilidade do instrumento no que respeita à grandeza do desvio do feixe electrónico no alvo (0,4 mm/V), podemos utilizar o osciloscópio como voltímetro de corrente contínua. Se no circuito representado na figura 12 não tivessemos instalado o voltímetro (V), poderíamos conhecer o valor da tensão colhida no bloco de alimentação, ou noutra origem qualquer, a partir do valor do desvio (d) do sinal luminoso no alvo. A tensão valeria $\frac{d}{0,4}$ V, me-

dindo d em milímetro. Quando o alvo do osciloscópio possui traços de referência como no modelo *Phywe*, é fácil graduá-lo, propositadamente, em valores de tensões.

2.1.2. Uso do osciloscópio como amperímetro de corrente contínua.

Para determinar, a partir do osciloscópio, o valor da intensidade de uma corrente contínua que percorre um circuito, bastará medir, por intermédio daquele

(2.1.1.), a tensão nos terminais de uma resistência conhecida instalada nesse circuito e percorrida pela corrente cuja intensidade se quer avaliar. A lei de Ohm permitirá então conhecer o valor de I .

Montemos o circuito representado na figura 13, no qual será lançada uma corrente (fornecida pelo bloco *Phywe*) cuja intensidade se pretende avaliar. Ligue-mos os terminais de uma resistência conhecida AB (560Ω) aos terminais XX (ou YY) do osciloscópio e lancemos a corrente no circuito. Rodando o botão do potenciômetro do bloco (P_2 , fig. 7), ver-se-á o sinal luminoso desviar-se. (Não

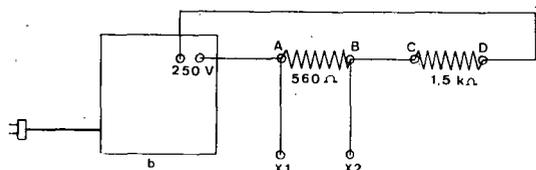


Fig. 13 — Ligando os terminais, AB ou CD , das resistências figuradas, às placas XX ou YY do osciloscópio, pode-se chegar ao conhecimento do valor da intensidade da corrente que percorre o circuito a partir da medida do desvio do sinal luminoso.

convém que o desvio exceda 40 mm para que a corrente não ultrapasse os 50 mA que o bloco *Phywe* suporta).

Suponhamos que o desvio considerado era de 7 mm. Como a sensibilidade do desvio é de 0,4 mm/V, ficaríamos sabendo que a tensão nos terminais da resistência AB valia 17,5 V. A intensidade da corrente no circuito seria dada por

$$I = \frac{17,5 \text{ V}}{560 \Omega} = 0,031 \text{ A}, \text{ portanto } 31 \text{ mA}.$$

Se fizéssemos a experiência com a resistência CD ($1,5 \text{ k}\Omega$), mantendo o botão do potenciômetro na mesma posição anterior, obteríamos um desvio de 18 mm, que corresponde à tensão de 45 V e dá para valor de intensidade, 30 mA.

Os valores de V e de I poderiam ser confirmados por meio de um voltímetro e de um amperímetro⁽¹⁾.

2.2. Tensão eléctrica fornecida pelo próprio bloco de alimentação do osciloscópio.

No caso do osciloscópio do modelo *MAE* pode-se observar o desvio do sinal luminoso, produzido por uma tensão contínua, recorrendo ao bloco de alimentação anexo (fig. 6), onde se colhem as tensões de 150 V e de 275 V.

A utilização de qualquer destas tensões provocaria desvios do sinal luminoso que o fariam sair do alvo. Para o desvio ser observável será necessário introduzir, no circuito, resistências bastantes elevadas, como sejam 2 megaohm para a tensão de 150 V (fig. 14). Note-se que o circuito fica

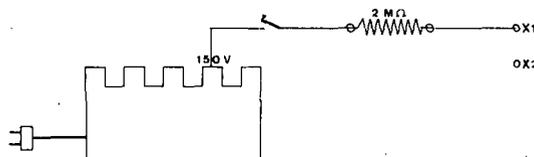


Fig. 14 — Utilização do bloco *MAE* para aplicação de uma tensão contínua nas placas XX do osciloscópio.

fechado apenas com o fio de ligação que a figura representa. Não é necessário ligar qualquer dos terminais zero do bloco (fig. 6) ao terminal $X2$ do osciloscópio porque tanto este terminal como o zero do bloco estão ligados à Terra por intermédio das massas dos aparelhos e do cabo condutor que liga o bloco ao tubo.

(1) As resistências indicadas foram escolhidas de modo a perfazerem cerca de $2 \text{ k}\Omega$, valor que a experiência mostrou ser conveniente. Estas, e outras resistências, dentro de uma grande escala de valores, em modelos de pequenas dimensões, adquirem-se nas boas casas de material eléctrico por preços insignificantes.

Fazendo a ligação a $X1$, o sinal desvia-se para a direita; se for a $Y1$ desvia-se para cima.

Nas condições da experiência o desvio obtido é de cerca de 6 cm. Com a mesma resistência de $2\text{ M}\Omega$ e a tensão de 275 V do bloco de alimentação, o sinal luminoso saíria do alvo.

O caso do modelo *Phywe* já foi considerado em 2.1.

2.3. Carga e descarga de um condensador.

Pode-se aproveitar o circuito da experiência 2.2. (fig. 14) para se observarem os efeitos da carga e da descarga de um condensador, com o material *MAE* (2).

Liga-se um condensador ($2\ \mu\text{F}$; 160 V), em paralelo, aos terminais $X1, X2$ (ou $Y1, Y2$) do osciloscópio (fig. 15). Quando se fecha o circuito o condensador carrega-se, lentamente, através dos $2\text{ M}\Omega$, à

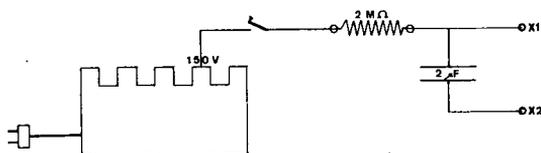


Fig. 15 — Montagem para apreciar os efeitos da carga e da descarga de um condensador utilizando o modelo *MAE*.

medida que aumenta a tensão entre as placas XX . Quando se interrompe o circuito, o condensador descarrega-se, também lentamente, através de uma resistência de $1\text{ M}\Omega$ que liga, entre si, no interior do osciloscópio, os terminais $X1$ e $X2$.

Na realização da experiência vê-se o sinal luminoso desviar-se, muito lentamente, do centro do alvo para a direita

(2) Não obtivemos resultados satisfatórios com o modelo *Phywe*.

até uma distância de cerca de 6 cm, quando se fecha o circuito; e regressar lentamente ao centro do alvo quando se interrompe o circuito (3).

Pela razão anteriormente citada (2.2) não é necessário estabelecer a ligação entre $X2$ e o terminal zero do bloco de alimentação.

3. Acção simultânea de duas tensões eléctricas contínuas sobre o feixe electrónico.

No caso do modelo *MAE* a experiência pode ser realizada utilizando a tensão de 150 V da caixa de alimentação do osciloscópio, de acordo com o esquema da figura 16. Observar-se-à que o desvio do ponto luminoso se faz, aproximadamente,

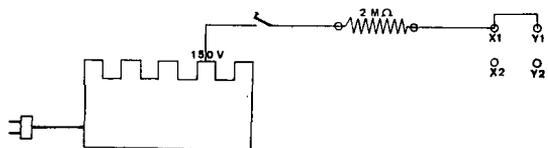


Fig. 16 — Aplicação simultânea de uma tensão contínua aos dois pares de placas do tubo catódico.

segundo a directriz do 1.º quadrante, no sentido ascensional.

No caso do modelo *Phywe* vai-se buscar a tensão aos terminais 0...250 V do bloco de alimentação, bastando fazer a ligação do terminal + a X_A e a Y_A , porque o terminal negativo está ligado, interiormente, a X_B e a Y_B . Usar-se-à também, neste caso, a resistência de $2\text{ M}\Omega$ indicada na figura 16.

(3) Análogamente ao que dissemos na nota à experiência 2.1.2, também os condensadores se adquirem, por baixo preço, nas boas casas da especialidade.

4. Acção de uma tensão eléctrica alternada.

Estuda-se o efeito de uma tensão eléctrica alternada sobre o feixe electrónico, estabelecendo-a entre as placas XX ou YY do tubo catódico. O efeito da tensão alternada sobre o sinal luminoso será o de desviá-lo, numa mesma direcção, ora num sentido ora no sentido contrário, provocando, no observador, a impressão de um traço contínuo devido à persistência das imagens na retina, desde que a frequência da corrente seja suficientemente elevada. O traço luminoso será horizontal se a tensão tiver sido estabelecida nos terminais XX ou vertical no caso dos terminais YY . A extensão do traço depende do valor da tensão aplicada.

A fonte que fornece a tensão pode ser independente do dispositivo ou ser a do próprio bloco de alimentação anexo a qualquer dos modelos de osciloscópio.

4.1. Tensão alternada fornecida por uma fonte independente

A fonte utilizada poderia ser uma tomada da rede pública, de 220 V, o que não convém porque origina um traço luminoso que excede muito o diâmetro do alvo.

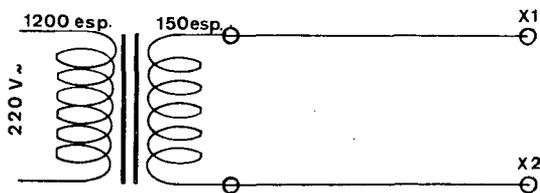


Fig. 17 — Montagem para estudo do efeito de uma tensão alternada sobre o feixe catódico, em qualquer dos modelos *MAE* ou *Phywe*. O material para o transformador faz normalmente parte dos conjuntos eléctricos fornecidos aos liceus.

Baixaremos a tensão da corrente montando um transformador, por exemplo com uma bobina de 1200 espiras (primário) e outra de 150 espiras (secundário).

Os terminais desta última ligam-se às placas XX ou às YY (fig. 17).

No modelo *MAE* obtém-se um desvio de cerca de 6 cm; no modelo *Phywe*, de cerca de 3 cm.

4.1.1. Uso do osciloscópio como voltímetro de tensão alternada.

O comprimento do traço luminoso a que se refere a experiência anterior, permite conhecer o valor da tensão aplicada às placas. Sucede porém que o feixe electrónico, por não ter praticamente inércia, assinala, no alvo, os valores instantâneos da tensão aplicada, donde resulta que o comprimento do traço luminoso se refere à «tensão máxima» da corrente e não à sua «tensão eficaz», que é o valor que se pretende medir.

Se for c o comprimento total do traço luminoso, a tensão máxima aplicada às placas corresponderá ao comprimento $\frac{c}{2}$.

Admitindo que a sensibilidade do instrumento é de 0,4 mm/V, o comprimento $\frac{c}{2}$

corresponde a $\frac{c}{2 \times 0,4}$ volt, com o valor

de c expresso em milímetro. O valor da tensão máxima será de $\frac{c}{0,8}$, em volt, e

o valor da tensão eficaz, no caso de se tratar de uma tensão sinusoidal, será

$\frac{c}{0,8\sqrt{2}}$, também em volt.

4.2. Tensão alternada fornecida pelo próprio bloco de alimentação do osciloscópio.

a) modelo *MAE*

O bloco de alimentação deste modelo (fig. 6) fornece uma tensão alternada de 6,3 V que pode ser aplicada às placas XX (fig. 18) ou YY . Como a tensão é baixa, observa-se no alvo um traço luminoso

muito curto, de cerca de 1 cm de comprimento. Usando as placas *YY* o comprimento é maior (1,4 cm).

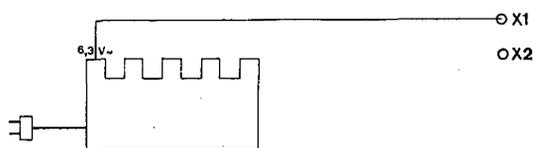


Fig. 18 — Aplicação da tensão alternada (6,3 V~) do bloco de alimentação do modelo *MAE* às placas *XX* do osciloscópio.

Os pequenos traços observados no alvo podem ser ampliados recorrendo a amplificadores de tensão. O osciloscópio *MAE* possui dois painéis de comando (fig. 2), um na parte posterior do tubo catódico, ao alto (já reproduzido na figura 4), e outro em baixo, na face anterior (fig. 19). Neste encontram-se, à esquerda (e à di-

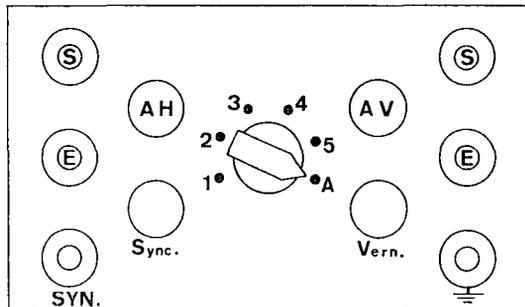


Fig. 19 — Painel de comando da face anterior do osciloscópio do modelo *MAE*. (Só nos interessa agora conhecer o significado das referências *S*, *E*, *AH* e *AV*).

reita), dois terminais, *E* (entrada) e *S* (saída), que correspondem às entradas e às saídas de amplificadores. Quando se quer aplicar uma tensão amplificada às placas *XX*, liga-se a fonte de tensão ao terminal *E* (da esquerda) e liga-se *S* a *X1* (fig. 20). O botão *AH* (amplificador horizontal) permite regular a amplificação da tensão.

Os terminais *S* e *E*, situados à direita do painel, e o botão *AV* (amplificador vertical) utilizam-se quando se pretende aplicar a tensão amplificada às placas *YY* (4).

Efectuando as ligações de acordo com a figura 20, e movendo o botão *AH*, amplia-se o comprimento do traço luminoso

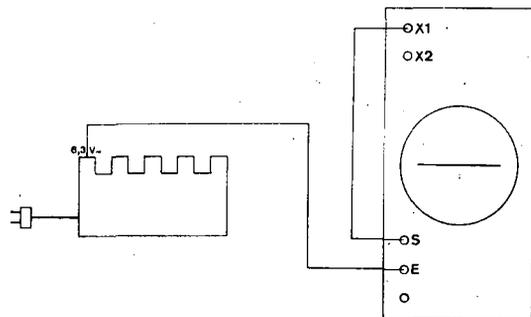


Fig. 20 — Amplificação da tensão 6,3V~ aplicada às placas *XX* do osciloscópio do modelo *MAE*.

a ponto de poder ocupar todo o alvo e ultrapassá-lo.

b) modelo *Phywe*

No modelo *Phywe* podemos ir buscar a tensão alternada aos terminais 12,6 V~ do respectivo bloco de alimentação, e não aos 6,3 V~ que estão ocupados em ligações entre os blocos. Liga-se, portanto, os terminais 12,6 V~ às placas *XX* ou às *YY*. Obtem-se um traço luminoso de cerca de 1,5 cm.

A tensão 12,6 V~ pode ser amplificada, à semelhança do modelo *MAE*, mas o modelo *Phywe* só tem amplificação vertical e o modo de trabalhar é diferente. Os terminais desse amplificador são o par que se encontra no bloco da base de tempo, à direita, em baixo, com as indicações Y_V e \ominus (fig. 8), e o respectivo

(4) Nestas experiências deverá manter-se o botão central do painel frontal de comando, na posição *A* conforme se vê na figura 19.

potenciômetro corresponde ao botão *Vers-tarkung*.

Ligam-se os terminais $12,6V\sim$ aos do amplificador $Y_V e \rightarrow$, e move-se o botão do potenciômetro. Obtem-se, no alvo, um traço luminoso vertical de comprimento variável.

5. Acção de um campo magnético criado por uma bobina percorrida por corrente alternada.

A experiência pode ser feita com uma bobina (por exemplo da caixa de electricidade *Phywe*, de 1600 espiras e $45\ \Omega$) ligada aos terminais do secundário de um transformador como o que foi usado em 4. 1. (fig. 17). Deve fazer-se a ligação com fios compridos para dar boa mobilidade à bobina. Pegando nesta e aproximando-a mais ou menos do tubo catódico, de preferência da sua parte média, e em seu redor, observam-se os efeitos do campo magnético criado pela corrente alternada. Não convém ter ligado o circuito da bobina durante muito tempo para que não aqueça demasiadamente.

6. Acção simultânea de duas tensões alternadas sobre o feixe electrónico.

Podem aplicar-se, simultaneamente, duas tensões alternadas, uma nas placas XX e outra nas placas YY . As figuras obtidas no alvo têm aspectos e situações diferentes que dependem dos valores relativos das tensões aplicadas, das suas frequências, amplitudes e fases relativas em que se encontram. Os laboratórios de Física dos liceus não estão apetrechados para obterem tensões alternadas de frequências várias, motivo por que, nas experiências que se seguem, só nos referiremos a tensões de iguais frequências.

6. 1. Tensões alternadas, em fase, com iguais frequências e amplitudes.

A experiência resume-se em aplicar a tensão de uma mesma fonte aos dois pares de placas.

6. 1. 1. Tensões alternadas fornecidas por uma fonte independente do osciloscópio.

Montando um transformador de 1200 espiras (primário) e de 150 (secundário) podem-se utilizar os 220 V alternados da rede pública segundo o esquema da figura 21, dando atenção a que o terminal do secundário que se for ligar a $X1$, se

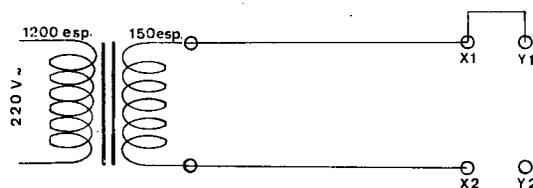


Fig. 21 — Aplicação de uma mesma tensão alternada aos dois pares de placas do tubo catódico, simultaneamente.

liga também a $Y1$. Ver-se-á, no alvo, um traço luminoso oblíquo, sensivelmente segundo a bissectriz dos quadrantes 1 e 3 dos eixos coordenados do alvo. O feixe electrónico encontra-se sujeito às acções de duas forças rectangulares, de intensidades variáveis mas sempre iguais entre si, cuja resultante também tem intensidade variável mas é sempre dirigida, aproximadamente, segundo a referida bissectriz. A direcção não é exactamente essa pois o seu declive é de $40/45$ devido às diferentes sensibilidades dos desvios na horizontal e na vertical.

6. 1. 2. Tensões alternadas fornecidas pelo bloco de alimentação do osciloscópio.

No caso do modelo *MAE*, utilizando os $6,3\ \tilde{V}$ do bloco (fig. 22), obtem-se um pequeno traço oblíquo se a tensão não for

amplificada e um traço oblíquo de extensão variável amplificando a tensão (fig. 23). Neste caso a experiência torna-se mais interessante começando por colocar os botões dos dois amplificadores, *AH* e

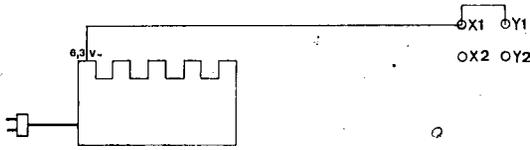


Fig. 22 — Aplicação da tensão alternada de 6,3 V do bloco *MAE* aos dois pares de placas, simultaneamente, sem amplificação.

AV, no zero. O sinal obtido será apenas o ponto central. Move-se então *AH*, observa-se o traço horizontal crescente e faz-se voltar *AH* ao zero; move-se *AV*, observa-se o traço vertical e faz-se voltar *AV* ao zero; movem-se os dois botões

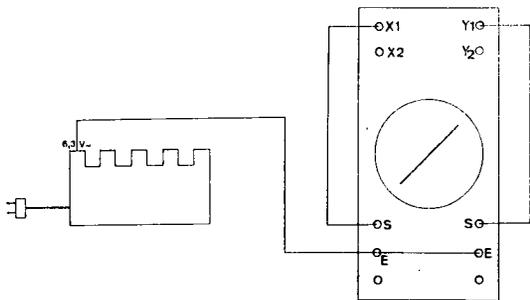


Fig. 23 — Aplicação da tensão alternada de 6,3 V do bloco *MAE* aos dois pares de placas, simultaneamente, com amplificação.

simultaneamente e observa-se o traço luminoso ampliar-se oblíquoamente.

No caso do modelo *Phywe* utilizam-se os terminais 12,6V que se ligam às placas *XX* e *YY*, sem amplificação.

6.2. Tensões alternadas, de iguais frequências e amplitudes, desfasadas de 90°.

Recorre-se, nesta experiência, à propriedade que apresenta um condensador quando submetido a uma tensão alternada

sinusoidal, de provocar um avanço de 90° na intensidade da corrente que o percorre em relação à respectiva tensão.

A figura 24 representa um circuito em série, que inclui um condensador (de 56 nF) e uma resistência (de 50 kΩ), ligado aos terminais do secundário do transformador já utilizado anteriormente. As duas tensões alternadas, de iguais frequências e amplitudes, mas desfa-

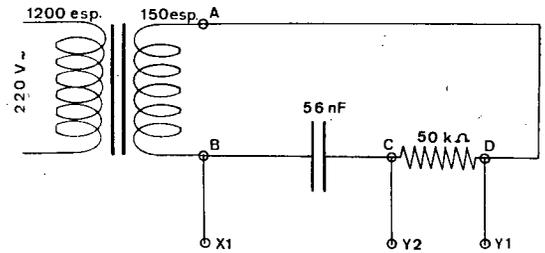


Fig. 24 — Aplicação, às placas do osciloscópio, de duas tensões alternadas sinusoidais, desfasadas de 90° entre si

sadas de 90°, conforme se pretende, vão-se buscar, uma aos terminais do condensador e outra aos terminais da resistência. Na montagem não é necessário ligar o condensador a *X₂* (terra) porque, segundo o esquema, já está ligado a *Y₂* que se encontra em comunicação com a terra.

Embora as ligações, para a experiência, se possam estabelecer por outra ordem sem ser a do esquema, é necessário fazê-las com a devida atenção para não se dar o caso de as duas armaduras do condensador ficarem ambas ligadas à terra, o que sucederia, por exemplo, ligando *B* a *X₂* com *C* ligado a *Y₂*.

O feixe electrónico do tubo catódico fica assim sujeito a duas forças rectangulares, sinusoidais, uma F_1 proporcional a $\text{sen } \omega t$, que podemos exprimir por $F_1 = k \text{sen } \omega t$, e outra $F_2 = k \text{sen } \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$

que é igual a $k \cos \omega t$. A força resultante, F , será tal que:

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 = k^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) = k^2$$

ou seja $F = k$. O feixe submetido a esta força de valor constante desenha, no alvo do osciloscópio, uma circunferência que aparece deformada em virtude das diferentes sensibilidades dos desvios provocados por cada par de placas. Os valores escolhidos, na experiência, para a resistência e a capacidade utilizadas, são os que permitem uma figura mais próxima da circunferência no modelo *MAE*, com 3 a 4 cm de diâmetro⁽⁵⁾.

6.3. Tensões alternadas, de iguais frequências e amplitudes, desfasadas de 180°.

Para conseguir o desfasamento de 180° bastará ligar os terminais da fonte de tensão alternada às placas *XX*, e os

⁽⁵⁾ Não obtivemos resultados satisfatórios com o modelo *Phywe*.

mesmos terminais, mas invertidos, às placas *YY*, podendo-se dispensar uma das ligações à terra. Convém intercalar uma resistência elevada, por exemplo $1 \text{ M}\Omega$, no troço que se liga à terra. A figura 25 representa um possível esquema de montagem.

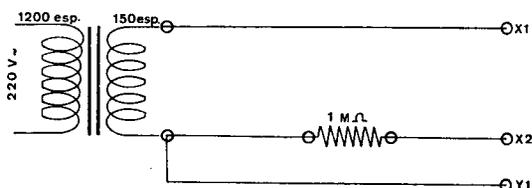


Fig. 25 — Aplicação, às placas do osciloscópio, de duas tensões alternadas sinusoidais, desfasadas de 180° entre si.

O sinal obtido no alvo será, teoricamente, um segmento de recta com a direcção da bissectriz dos quadrantes 2 e 4. Na realidade obtém-se um anel longo e mais ou menos fechado.

Calores molares do alumínio, chumbo e cálcio, calculados a partir de dados de experiências neutrónicas

por JOSÉ F. SALGADO

(Laboratório de Física e Engenharia Nucleares)

1. Contribuição das vibrações térmicas das redes cristalinas para os calores molares dos sólidos

Os átomos constituintes de um cristal executam vibrações térmicas em torno de posições de equilíbrio. Estes movimentos podem ser tratados, em primeira aproximação, como vibratórios harmónicos — admite-se que a força a que fica sujeito um átomo é proporcional ao afas-

tamento em relação à posição de equilíbrio [9] — de modo que, sob o ponto de vista dinâmico, um cristal contendo N átomos⁽¹⁾ pode ser interpretado como um conjunto de $3N$ osciladores harmónicos lineares e independentes [1, 2]. Cada oscilador é caracterizado por um vector de

⁽¹⁾ No que se segue considera-se sempre que nos referimos à molécula-grama, sendo, por isso, N o número de Avogadro.

onda \vec{q} (sendo $|\vec{q}| = 2\pi/\lambda$, onde λ é o comprimento de onda), uma frequência angular $\omega_s(\vec{q})$ e um índice de polarização s . Nas redes de Bravais — um só átomo em cada célula primitiva, por exemplo, chumbo, alumínio, cálcio — $s = 1, 2, 3$, isto é, podemos distinguir 3 ramos, dois transversais e um longitudinal. Num cristal mais complexo, com r átomos na célula primitiva (NaCl tem $r = 2$), haverá $3r$ ramos: 3 deles correspondem aos ramos das redes de Bravais — são ramos acústicos — e os $3(r - 1)$ restantes constituem os ramos ópticos. Os ramos acústicos são os responsáveis pela propagação do som nos cristais e os ópticos pela absorção da luz.

Como N é muito grande, designemos por $g(\omega)d\omega$ o número de vibrações normais (fonões) contidas no intervalo $(\omega, \omega + d\omega)$; $g(\omega)$ é a função de distribuição de fonões ou densidade de estados. O conjunto dos valores das frequências estende-se desde zero até um valor máximo, ω_{\max} , que caracteriza a estrutura considerada. Como o número total de vibrações é $3N$ vem:

$$(1) \quad \int_0^{\omega_{\max}} g(\omega) d\omega = 3N.$$

A cada oscilador de frequência angular ω , corresponde, à temperatura T , uma energia média:

$$\langle E_\omega \rangle_T = \hbar\omega \left[\frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/K_B T) - 1} \right] + E_0,$$

em que \hbar é a constante de Planck, K_B a constante de Boltzmann e E_0 a energia no ponto $T = 0$. Em cálculos termodinâmicos, esta constante aditiva tem pouco significado e a energia pode ser medida a partir de E_0 ; por isso, vamos reter, simplesmente:

$$(2) \quad \langle E_\omega \rangle_T = \hbar\omega \left[\frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/K_B T) - 1} \right].$$

Teremos, então, para a energia total do sistema:

$$(3) \quad E = \int_0^{\omega_{\max}} d\omega g(\omega) \langle E_\omega \rangle_T = \int_0^{\omega_{\max}} d\omega \frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/K_B T) - 1} g(\omega).$$

O calor molar a volume constante define-se como a derivada parcial de E em ordem a T . Por isso:

$$(4) \quad C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = \int_0^{\omega_{\max}} d\omega \left(\frac{\hbar\omega}{K_B T} \right)^2 \cdot K_B \frac{\exp(\hbar\omega/K_B T)}{[\exp(\hbar\omega/K_B T) - 1]^2} g(\omega).$$

O cálculo de C_V fica, assim, dependente do conhecimento da função de distribuição de fonões. Vários modelos têm sido propostos que se aproximam mais ou menos da realidade. No modelo de Einstein [9] admite-se que todos os átomos vibram independentemente uns dos outros e com a mesma frequência angular ω_E . Nestas condições, $g_E(\omega) = 3N\delta(\omega - \omega_E)$, em que δ é a função de Dirac.

Na aproximação de Debye, aplicável a sólidos monoatômicos, pressupõe-se que a estrutura cristalina pode ser tratada como um meio elástico, isotrópico e contínuo, tendo $3N$ graus de liberdade; o espectro de frequência estende-se desde zero até um valor limite, ω_D , característico da substância, dependente da velocidade de propagação do som no meio e

determinado de modo a satisfazer (1). Segundo este modelo:

$$g_D(\omega) = \begin{cases} \frac{9N}{\omega_D^3} \omega^2, & \omega \leq \omega_D \\ 0, & \omega > \omega_D. \end{cases}$$

É possível mostrar que o modelo de Debye constitui uma aproximação do comportamento dos ramos acústicos, enquanto que o modelo de Einstein pode representar os ramos ópticos.

A função de distribuição de fonões pode ainda ser calculada a partir das constantes elásticas dos cristais, utilizando modelos teóricos para as forças de interacção entre os átomos.

de interacção dos neutrões de baixa energia cinética (da ordem do meV) com os sólidos.

Consideremos um feixe monoenergético de neutrões incidindo sobre a amostra cristalina. Os neutrões [3], na interacção com os núcleos atómicos, «sentem» o seu estado vibratório, havendo trocas de energia e de momento linear com os fonões. Nestas condições, o espectro disperso inelástico de neutrões reflecte as propriedades dinâmicas da estrutura cristalina, permitindo determinar $g(\omega)$.

A figura 1 representa um espectro disperso de neutrões que incidiram numa amostra policristalina de chumbo, obtido no Centro Nuclear de Karlsruhe [4], uti-

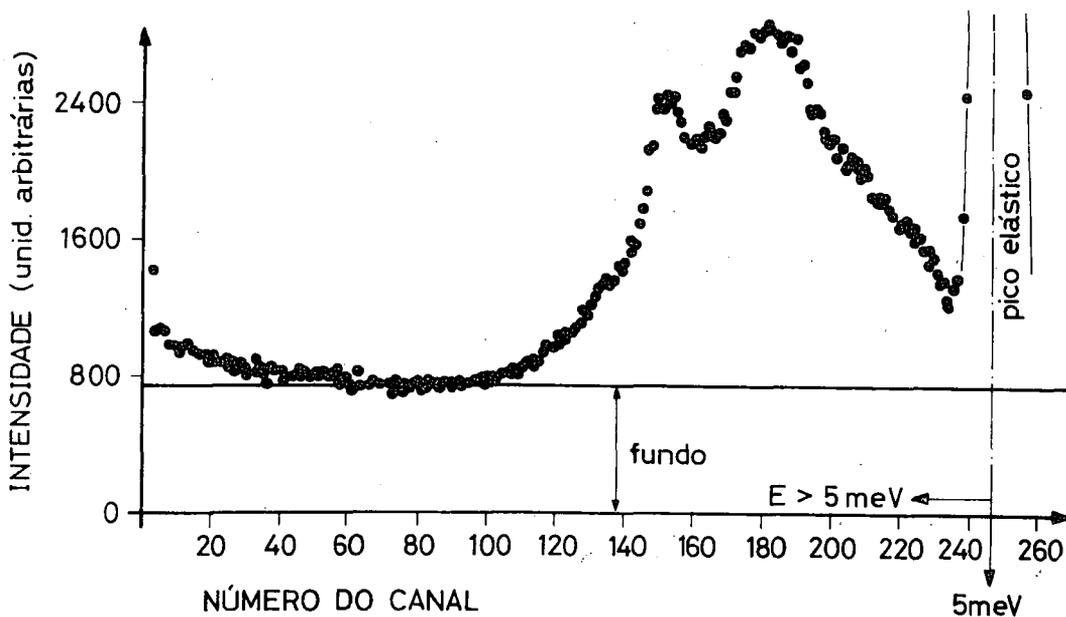


Fig. 1 — Espectro de tempo-de-voo de neutrões monoenergéticos dispersos inelásticamente numa amostra policristalina de chumbo.

2. Calores específicos do alumínio, chumbo e cálcio, calculados a partir de dados de experiências neutrónicas

Um método eficaz para determinar experimentalmente as funções de distribuição de fonões fundamenta-se nos dados

lizando um feixe pulsado de neutrões ($E_0 \sim 5 meV$) e a técnica de tempo de voo. À esquerda do pico elástico, nota-se o espectro inelástico. Neste caso, os neutrões ganharam energia na interacção, correspondendo à aniquilação de fonões.

A partir das curvas de distribuição

de fonões determinadas para o *Al*, *Pb* e *Ca* [4], calculou-se através de (4) os calores molares destes elementos a diferentes temperaturas. As curvas das figuras 2, 3 e 4 representam os resultados obtidos.

Com elas comparam-se os valores experimentais obtidos por medições calorimétricas: Convém frizar que a grandeza experimentalmente medida é o calor molar a pressão constante, C_p , tendo sido

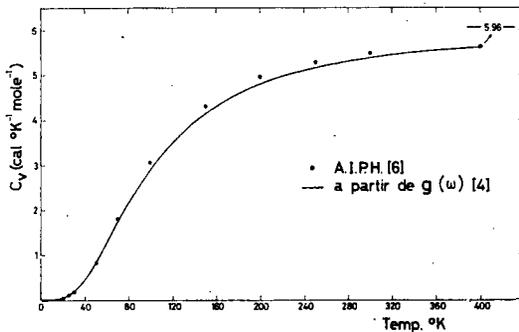


Fig. 2 — Calor molar do alumínio em função da temperatura.

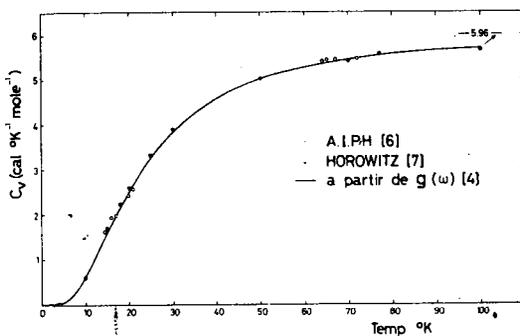


Fig. 3 — Calor molar do chumbo em função da temperatura.

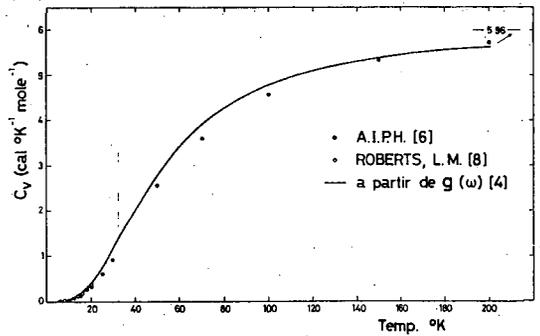


Fig. 4 — Calor molar do cálcio em função da temperatura.

estes valores convertidos para C_v e corrigidos da contribuição electrónica [5].

O acordo entre os valores experimentais e calculados é bastante satisfatório.

BIBLIOGRAFIA

- [1] I. I. GUREVICH, L. V. TARASOV, *Low-energy Neutron Physics*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam (1968).
- [2] C. KITTEL, *Introduction to Solid State Physics*, John Wiley & Sons, (4.^a ed.) (1971).
- [3] F. CARVALHO, *Gazeta de Fisica*, V, 1, 20 (1970); *Gazeta de Fisica*, V, 3, 82 (1971).
- [4] F. GOMPF, H. LAU, W. REICHARDT, J. SALGADO, *Studies on the Determination of the Phonon Density of States*, trabalho apresentado no V Simpósio da AIEA sobre «Dispersão inelástica de neutrões», Grenoble (1972).
- [5] K. A. GSCHNEIDER, JR., *Solid State Phys.*, **16**, 275 (1964).
- [6] *American Institut of Physics Handbook*, McGraw-Hill Book Company (2.^a ed.) (1963).
- [7] M. HOROWITZ, A. A. SILVIDI, S. F. MALAKER, J. G. DAUNT, *Phys. Rev.* **88**, 5, 1182 (1952).
- [8] L. M. ROBERTS, *Proc. Phys. Soc.* **70B**, 738 (1957).
- [9] J. A. BESSA M. SOUSA, *Gazeta de Fisica*, V, 5, 158 (1972).

Da defesa de uma prática cibernética

por HELDER COELHO, OLIVÉRIO SOARES e ALMEIDA LOUREIRO
(Grupo de estudos de cibernética da Universidade de Luanda)

SYNOPSIS — This paper defends a cybernetic practice: a scientific work involving students and staff of the faculties of Engineering, Science and Medicine.

1. Introdução

Pretende-se com este artigo defender uma *prática da cibernética*: um trabalho envolvendo alunos e assistentes provenientes de três escolas (Medicina, Ciências e Engenharia). Este trabalho terá uma multidimensão, isto é, apresentará uma característica cibernética, a realimentação entre os três campos em causa, e poderá ser realizado no último ano de cada um dos cursos referidos.

É amplamente conhecida a infiltração da cibernética e dos seus métodos no ensino e na investigação. O conceito de interdisciplinariedade é hoje aceite e materializado num grande número de Universidades estrangeiras. Em Portugal, a interdisciplinariedade foi ratificada no diploma legal que estabelece a nova orgânica de bacharelatos e licenciaturas das Faculdades de Ciências, tendo os alunos a necessidade de se inscreverem em disciplinas de cursos diferentes, consideradas convenientes para as suas formações científica e cultural. No entanto, não foi ainda estabelecida expressamente a realização de trabalhos interdisciplinares, pelo que se julga oportuna uma intervenção. Parece possível e necessária a realização imediata de actividades com natureza cibernética, donde a urgência de integrar uma prática cibernética nos planos dos cursos universitários referidos.

2. Objectivo primeiro: O conhecimento

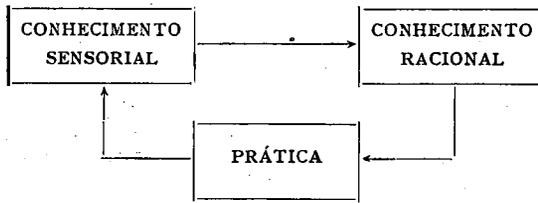
A evolução da Ciência, tem conduzido, devido à variedade dos fenómenos estudados, a uma especialização dos ramos de investigação e à simultânea fragmentação do saber. As inevitáveis incidências, de tal facto no campo do ensino, fazem com que o aluno proceda à aquisição e assimilação de um conhecimento compartimentado e confinado às fronteiras do sub-domínio universal que constitui o objecto científico a que se dedicou.

A cibernética, evidenciando a existência de mecanismos similares em domínios diferentes, possibilita a integração de análises sectoriais, conduzindo à superação dos inconvenientes que advêm da perda de visão do conjunto.

No campo pedagógico são clássicas as críticas de que tem sido alvo o ensino magistral, nomeadamente o de não fomentar o desenvolvimento do espírito crítico do aluno. Não vem a propósito abordar a pertinência de tais juízos face às complexas premissas que condicionam a concepção de um sistema de ensino, antes *realçar que a prática cibernética*, tal como tem sido adoptada nos organismos de ensino e investigação estrangeiros, constitui um avanço positivo no sentido de *atenuar* tal insuficiência que sempre se fez sentir em menor ou maior grau.

Ora, a essência do processo de conhecimento, *o seu real mecanismo de construção*, consiste em elevar-se da sensação do pensamento, até à compreensão progressiva das contradições internas dos fenómenos, isto é, até ao conhecimento racional.

O processo do conhecimento é pois um ciclo informático com reacção entre os dois tipos fundamentais de conhecimento:



É a prática, no sentido lato, que une estes dois tipos de conhecimento e estrutura todo um processo de construção lógico-mental. A realização antes do termo do curso universitário de trabalhos de investigação, ditos *projectos laboratoriais*, constitui, para um aluno, útil exercício de elaboração de conhecimento, por processos adequados e orientados.

3. Objectivo segundo: O trabalho sobre o conhecimento

Tendo em conta a existência de intersecção entre domínios inerentes às várias ciências e reconhecida a validade pedagógica de uma prática podemos concretizar a proposição em questão: inclusão, a nível de curso universitário, de um trabalho colectivo e interdisciplinar de investigação, realizado por um grupo de alunos provenientes de campos diversos (processamento em linguagens diferentes), trabalhando num único projecto, e procedendo a uma comunicação sistemática e metódica.

Uma prática deste tipo constituirá, além do mais, a preparação para o trabalho interdisciplinar a que o aluno poderá ser solicitado na sua actividade profissional, uma vez que se acentua a necessidade de colaboração entre investigadores de diversos ramos, não só no sentido de proveito mútuo quanto ao conhecimento dos resultados obtidos por cada um, como na cooperação ou análise simultânea de fe-

nómenos nos seus campos de actuação. A consciencialização ao nível do aluno quanto às potencialidades de trabalho interdisciplinar não será, pois, de importância secundária.

4. De uma prática cibernética: A engenharia biomédica

Numa leitura das histórias das ciências, Electricidade e Biologia, observamos na evolução de cada uma delas a produção de conhecimentos úteis à progressão da outra. A interfecundação aparece, de início, segundo linhas naturais, quer tomando o fenómeno bioeléctrico quer os modelos teóricos e a instrumentação. Mais tarde esta associação estrutura-se e emancipa-se como ciência: *a cibernética*.

Nos planos dos cursos de Engenharia Electrotécnica vê-se uma lista de domínios com imediata importância para a prática biomédica (teoria estatística da comunicação, dispositivos e circuitos electrónicos, teoria das redes, campos e ondas, sistemas e controle). Em contraste com as Universidades estrangeiras, em Portugal não conhecemos até agora qualquer intenção de estruturar um curso sobre Engenharia Biomédica.

O estudo fisiológico do corpo humano, por exemplo, exige na sua análise estudos de mecanismos incluídos nos âmbitos da Física, Química, Biologia, Matemática, Electrónica, etc. Justifica-se assim a colaboração de especialistas destes ramos não só em programas de investigação como em tarefas mais específicas.

A Automação, Informática e Electrónica permitem a concepção e implementação de modelos, bem como de aparelhagem de controle e medida, facilitando e tornando mais rápida a realização de experiências (mais rigorosas e ricas de informação). É relevante a consciencialização dos especialistas dos diversos ramos, rela-

tivamente às potencialidades de tais técnicas.

Se é certo que o âmbito da cibernética é mais lato que o da biomedicina, é este o campo mais estruturado e onde a progressão é mais acentuada. Demonstra-o a profusão de institutos de investigação, neste domínio, espalhados pelo mundo.

5. Da estruturação da prática cibernética

Assumidos objectivos e sua importância, resta relatar o modo organizativo:

- 1.º — Esta prática cibernética será possível no último ano dos cursos de Ciências, Medicina e Engenharia (electrotécnica).
- 2.º — Agrupará alunos provenientes das três Faculdades que serão reunidos em grupos com o máximo de seis (dois de cada faculdade).
- 3.º — O núcleo central da prática será um projecto laboratorial concebido e construído pelos alunos e pessoal docente. Entende-se por *projecto laboratorial* a forma menos estruturada de prática laboratorial, um projecto não necessariamente de trabalho prático. A característica mais importante desta solução é a de coadunar-se com o estabelecido na proposta inicial apresentada pelo estudante e aprovada pelos docentes.

Uma dificuldade que pode surgir é o encaminhamento dos alunos para a escolha do projecto, atendendo à viabilidade de obtenção de resultados satisfatórios, num prazo compatível com a duração dos trabalhos.

- 4.º — Cada grupo será orientado por três docentes, um de cada faculdade.
- 5.º — A orientação fica a cargo de um professor catedrático.

6.º — No início do semestre, em reunião conjunta de docentes e alunos, definir-se-ão os objectivos da prática e as potencialidades de escolha.

7.º — A prática é organizada em 3 horas semanais (cada grupo tomará a mais um número de horas, de acordo com o seu projecto), assim distribuídas:

2 horas de seminário

1 hora de trabalho de grupo

Os seminários serão feitos pelos alunos, docentes e outros especialistas, e versarão matérias afins ao projecto de cada grupo. Destinam-se a preencher lacunas importantes nos domínios científicos em causa, bem como promover a actualização do conhecimento desses campos. Podemos apontar como exemplos:

- a 1. Teoria da informação — teoria estatística da comunicação
- b 1. Processos Estocásticos
- c 1. Teoria das Probabilidades
- d 1. Teoria da Estabilidade
- e 1. Estatística Aplicada
- f 1. Estatística Matemática
- g 1. Teoria das Redes
- h 1. Teoria dos Campos
- i 1. Sistemas e Controle
- j 1. Análise de sistemas lineares e não lineares
- k 1. Álgebra linear
- l 1. Análise infinitesimal
- m 1. Computação; Linguagens
- n 1. Dispositivos e circuitos electrónicos
- o 1. Sistemas digitais
- p 1. Instrumentação electrónica
- q 1. Técnica de grafos
- r 1. Biologia geral
- s 1. Mecânica Estatística
- t 1. Biomecânica
- u 1. Bioquímica

- v 1. Teoria molecular. Genética
- x 1. Regulação endócrina da homeostasia
- y 1. Regulação nervosa da homeostasia, do equilíbrio, do sono, dos movimentos, etc.

Os seminários feitos pelos docentes devem promover o desenvolvimento da comunicação entre os vários campos e estabelecer interfaces semânticas. Podem-se apontar como exemplos de seminários os seguintes:

- a 2. Sistemas de controle em animais
- b 2. Introdução à biomatemática
- c 2. Laboratórios de bioelectrónica

Os projectos laboratoriais serão escolhidos de modo a ser possível a sua realização no prazo determinado e a fazerem intervir conhecimentos dos três campos em causa: *Engenharia, Biologia e Medicina*. Assim, são bons exemplos de projectos, os seguintes:

- a 3. Reacções tissulares a estímulos eléctricos
- b 3. Medição das características eléctricas da pele
- c 3. Simulação das várias homeostases de um animal: regulação da temperatura, sali-

nidade, concentração celular hemática, etc.

- d 3. Simulação de reflexos condicionados com elementos lógicos
- e 3. Detecção de equilíbrios ecológicos e sua alteração experimental em laboratório
- f 3. Estudo geral de percepção com animais em laboratório, do ponto de vista da formação de conceitos; aprendizagem da reacção a estímulos complexos
- g 3. Estudo laboratorial da transmissão hereditária de reflexos condicionados adquiridos com animais simples
- h 3. Estudo com microscópio electrónico das enzimas, na transmissão e controle da informação genética
- i 3. Estudo da estrutura e função de uma célula (a do fígado por exemplo)
- j 3. Experiências sobre a condução, numa célula de quatro eléctrodos
- l 3. Experiência para a medição da pressão de oxigénio num tecido
- m 3. Estudo dos mecanismos reguladores das secreções endócrinas.

Propagação do som no mar

por DANIEL A. RODRIGUES
(Licenciado em Ciências Geofísicas)

O mar é um sistema físico muito complexo onde a característica dominante de qualquer distribuição de propriedades que nele se observe é a sua variabilidade

quase aleatória quer no espaço quer no tempo.

Só o emprego de técnicas instrumentais muito avançadas e de métodos de

avaliação dos dados matematicamente muito elaborados, permite obter alguma informação sobre os processos que ocorrem no oceano, quando tomamos em conta a sua variabilidade.

Foi a acústica submarina que em grande parte motivou o esforço que recentemente se está a fazer para compreender a natureza da variabilidade no oceano.

De facto, sendo a velocidade do som uma propriedade do meio, a variabilidade dos parâmetros que a caracterizam num dado local e num dado instante, afectam a estrutura do sinal acústico que se pretende transmitir, alterando assim o conteúdo de informação.

A investigação no domínio da acústica submarina é hoje muito importante, não só por razões de natureza militar — e neste domínio, pode dizer-se, apenas diz respeito às grandes potências — mas principalmente por razões económicas e até de protecção da vida humana no mar.

Seja C a velocidade do som no mar, $C=C(T, S, P)$ é uma função complicada da temperatura T , da salinidade S e da pressão P .

Em aproximação linear escreve-se:

$$C = C_0 + \left(\frac{\Delta C}{\Delta T} \right)_{P,S} \Delta T + \left(\frac{\Delta C}{\Delta P} \right)_{T,S} \Delta P + \left(\frac{\Delta C}{\Delta S} \right)_{P,T} \Delta S$$

sendo $C_0=1528$ m/s a velocidade do som à superfície do oceano padrão que se define como um oceano uniforme com $T=0^\circ\text{C}$ e $S=35\text{‰}$.

Os coeficientes têm os seguintes valores aproximados:

$$\frac{\Delta C}{\Delta T} = +4.6 \text{ m s}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\frac{\Delta C}{\Delta P} = +0.16 \text{ m s}^{-1} \text{ (} P \text{ em kg cm}^{-2}\text{)}$$

$$\frac{\Delta C}{\Delta S} = +1.4 \text{ m s}^{-1} (\text{‰})^{-1}$$

O parâmetro dominante é a temperatura; tendo em consideração a estrutura termohalina média do oceano, em que as grandezas T, P, S possuem os seguintes intervalos de variação

$$-3^\circ\text{C} < T < 30^\circ\text{C}$$

$$1 \text{ kg cm}^{-2} \leq P < 1000 \text{ kg cm}^{-2}$$

$$33\text{‰} < S < 37\text{‰}$$

é fácil compreender que uma distribuição vertical de temperatura como se mostra na figura 1 implica uma distribuição de velocidade do som da forma indicada na figura 2.

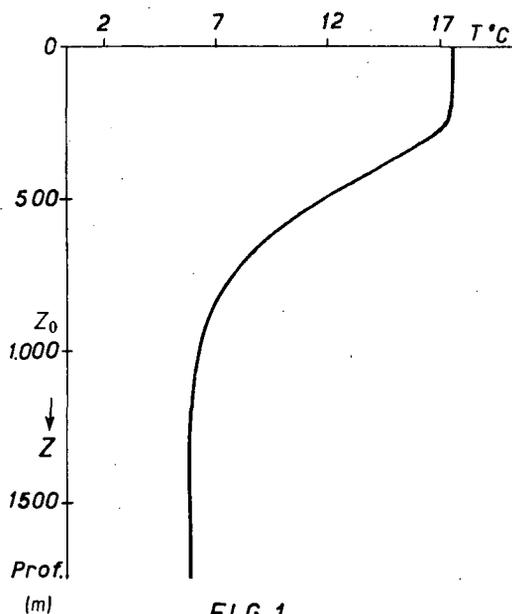


FIG. 1

A partir de uma certa profundidade, o efeito de pressão controla a velocidade do som porque as variações de temperatura e salinidade são muito pequenas relativamente às variações de pressão.

Tendo a velocidade do som no mar a estrutura indicada na figura 2, é fácil ver, pelo menos qualitativamente, que uma grande parte da energia que seja emitida na região de velocidade mínima fica aí canalizada (basta aplicar a lei de Descartes para a transmissão dos raios sonoros).

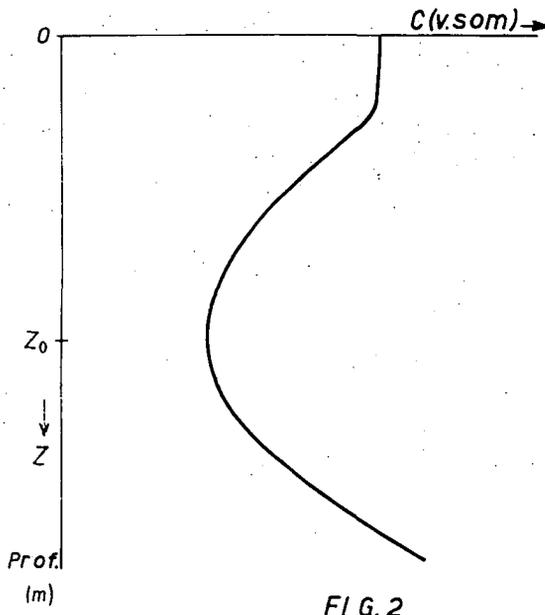


FIG. 2

A zona de velocidade mínima denomina-se Canal de Som e é uma característica do oceano mundial. A profundidade do canal de som é variável com a estrutura termohalina de cada região em particular (Fig. 3).

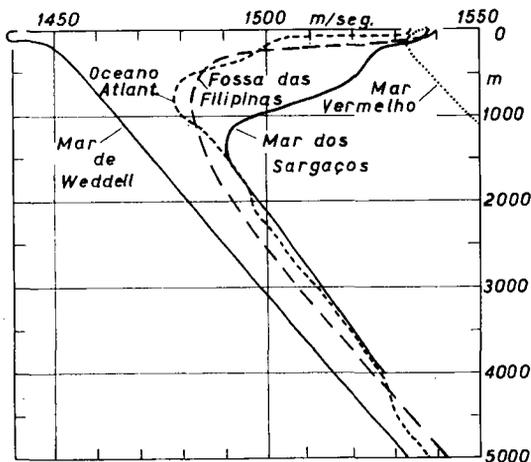


FIG. 3
(Segundo Dietrich, 1952)

As perdas de energia no canal de som são pequenas comparadas com as que ocorrem fora do referido canal. Observe-

mos a figura 4 onde se mostra mais em detalhe a revisão do Canal de Som.

Podemos admitir que a propagação na região do Canal de Som tem simetria cilíndrica, quer dizer, o espalhamento da energia emitida pela fonte faz-se segundo superfícies cilíndricas coaxiais de eixo vertical passando pela fonte.

Aplicando o princípio da conservação da energia, sendo I_1 a intensidade da fonte à distância d_1 de referência, tem-se, com certa aproximação:

$$2 \pi \Delta z d_1 I_1 = 2 \pi \Delta z d I$$

ou

$$\frac{I}{I_1} = \frac{d_1}{d}$$

Este tipo de propagação, com divergência cilíndrica imposta pela simetria do canal de som, é mais eficaz do que o correspondente por exemplo à divergência esférica que se verificaria em condições, também aproximadas, se a velocidade do som não tivesse nenhum mínimo.

De facto, sobre superfícies esféricas ter-se-ia:

$$4 \pi d_1^2 I_1 = 4 \pi d^2 I$$

ou

$$\frac{I}{I_1} = \left(\frac{d_1}{d} \right)^2$$

Se, por exemplo, $\frac{d_1}{d} = \frac{1}{10^6}$, a redução da intensidade à distância d seria $R = 10 \text{ Log } \frac{I}{I_1} = -60$ decibel, valor que se atingiria, no caso de divergência esférica, para $\frac{d_1}{d} = \frac{1}{10^3}$.

Na prática, as perdas na transmissão que se observam no Canal de Som seguem uma lei do tipo:

$$\frac{I}{I_1} = e^{-\alpha d} \frac{d_1}{d}$$

onde o termo $e^{-\alpha d}$ toma conta, macroscopicamente, dos processos de atenuação devidos à absorção do som e à dispersão para fora do feixe. A dispersão não im-

costeiras a milhares de quilómetros de distância. (A explosão de 2 kg de TNT ao largo da Austrália foi detectado nas Ilhas Aleutas).

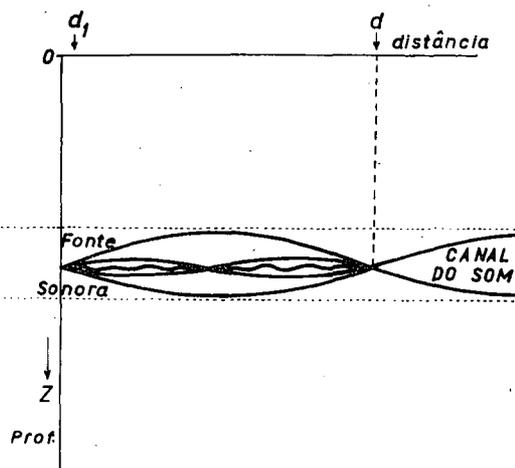
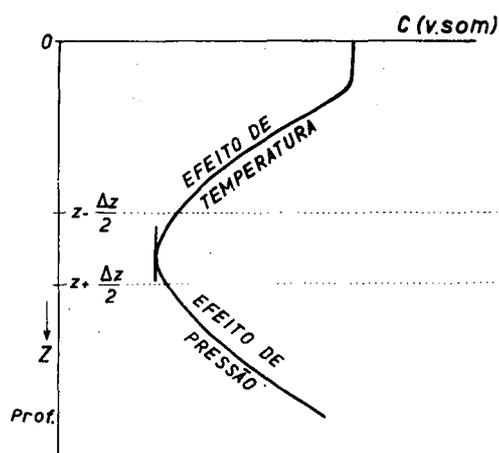


FIG. 4

plica transformação de energia sonora noutras formas de energia. É apenas originada pela microestrutura termohalina, sobreposta à estrutura média.

A absorção já implica transformação noutra forma de energia.

Por exemplo, produz-se absorção por: a) efeito de viscosidade; b) não adiabaticidade das compressões e expansões; c) relaxação, ligada principalmente ao processo de formação das moléculas de $MgSO_4$.

O Canal de Som, sendo uma característica do oceano mundial, devido às boas condições de propagação que lhe estão associadas, permitiu o desenvolvimento de um sistema de posicionamento no mar que é adequado para localizar sinistros com navios, aviões, ou submarinos. Por exemplo, se um avião for forçado a fazer uma amaragem em pleno oceano, e não tiver possibilidade de transmitir por rádio, se provocar a explosão de uma pequena carga no canal de som, a energia sonora libertada pode ser detectada em estações

Depois desta breve referência às variações da velocidade do som em função da temperatura, salinidade e pressão, que nos permitiu compreender a existência do canal de som, retomemos o problema da variabilidade no oceano.

A velocidade do som é em cada instante uma função de uma multiplicidade de processos, que propagando-se no espaço e no tempo de acordo com leis físicas bem conhecidas determinariam em princípio, os campos de temperatura $T(L, t)$, salinidade $S(L, t)$ e pressão $P(L, t)$ sendo L a posição e t o tempo.

Estes campos seriam contudo demasiado complexos para poderem ser utilizados, com alguma esperança de sucesso, na obtenção de valores numéricos para a velocidade do som.

Para contornar o problema, e arranjar uma maneira de descrever estatisticamente a variabilidade dos parâmetros representativos dos campos, tem-se adoptado a atitude de submeter os registos de $T(L, t)$ e $S(L, t)$ aos processos de ava-

liação implícitos na análise harmónica generalizada de 2.^a ordem.

Em termos gerais o problema central da representação no contexto da análise harmónica generalizada de 2.^a ordem, consiste na determinação da função de covariância ou autovariância, cuja transformada de Fourier permite determinar o espectro de interacção, ou variância, do processo. A função de autovariância do campo de temperatura $T(L, t)$ no domínio do tempo, é definida por

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(L, t) T(L, t + \tau) dt.$$

Verifica-se que a função $C(\tau)$ é muito sensível ao tamanho do registo $T(L, t)$ e que por ser uma função par não contém nenhuma informação sobre as fases dos processos a que diz respeito, mas apenas sobre as amplitudes.

Por sua vez, todas as tentativas para melhorar as condições de transmissão e recepção do som no mar (i. e. melhorar a razão sinal/ruído) a partir da informação sobre a variabilidade contida na função autovariância, tem constituído um insucesso. Isto põe em destaque a necessidade de introduzir outros métodos para a des-

crição da variabilidade dos parâmetros, que não sejam tão sensíveis ao tamanho dos registos bem como a necessidade de incluir as variações de fase das ondas sonoras nos modelos de propagação no mar.

Para descrever a variabilidade do oceano tem-se utilizado recentemente a função de estrutura de Kolmogoroff, definida pela operação

$$D(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} [T(L, t) - T(L, t + \tau)]^2 dt$$

que é praticamente insensível ao tamanho do registo $T(L, t)$.

A utilização das funções de estrutura para descrever as características estatísticas da variabilidade e a aplicação da teoria da difracção para tomar em conta as variações de fase permitem resolver alguns dos problemas actuais que surgem na utilização do mar como meio de transmissão de informação.

BIBLIOGRAFIA

- DIETRICH, G. (1963) *General Oceanography, an Introduction*, Intersciencer Publishers 550 pp.

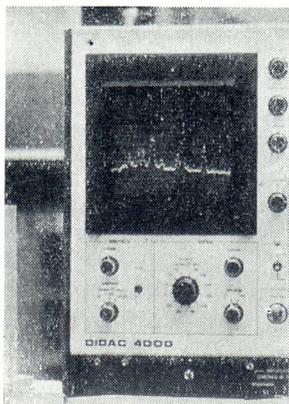
NOTAS PARA OS AUTORES

A *Gazeta de Física* convida os seus leitores a contribuir com originais para publicação. Embora o conteúdo dos trabalhos publicados seja da responsabilidade dos autores, os originais apresentados para publicação são previamente sujeitos a uma leitura crítica por um especialista da matéria versada. Os originais não publicados serão devolvidos e acompanhados da respectiva justificação.

Recomenda-se aos autores que, na medida do possível, sigam as normas seguintes:

- 1 — Indicar, sob o título do trabalho, o nome dos autores na forma em que estes desejam subscrever a sua colaboração e, facultativamente, o nome da instituição a que eventualmente estejam ligados. Por outro lado, deverão sempre indicar o endereço para o qual serão enviadas as provas tipográficas.
- 2 — Os originais deverão ser dactilografados a dois espaços.
- 3 — O texto e as figuras deverão ser apresentados sob forma definitiva para publicação. Não é desejável introduzir alterações profundas durante o processo de composição tipográfica. As provas tipográficas destinam-se a permitir aos autores a correcção de «gralhas» e, se estritamente indispensável, a introdução de ligeiras alterações ou adições.
- 4 — As figuras deverão ser executadas, separadamente, a tinta da china e com o rigor necessário à sua reprodução definitiva. Todos os seus detalhes, e os símbolos em especial, deverão ser de dimensões compatíveis com a redução a que a figura será sujeita para publicação, tendo em atenção que qualquer alteração numa figura implica a execução de uma nova fotogravura. Quando se trate de fotografias estas deverão ser a preto e branco sobre papel brilhante.
- 5 — Deverá ser apresentada, em separado, uma lista das figuras com as respectivas legendas.

A *Gazeta de Física* oferecerá aos autores 50 separatas de cada artigo publicado. Para tal, os autores deverão solicitá-lo aquando da revisão das provas.



GRAVURA DA CAPA

A fotografia mostra a imagem dum espectro de difracção de neutrões em alumínio policristalino, no tubo de raios catódicos de um analisador multicanal. O recipiente de forma prismática visível à esquerda é o porta-amostras usado na experiência e contém pó de alumínio. Os picos visíveis no espectro provêm da difracção dos neutrões em planos cristalinos da amostra e permitem identificar a estrutura ordenada dos seus átomos. O espectro foi obtido no espectrómetro de tempo de voo de neutrões térmicos instalado no reactor nuclear do Laboratório de Física e Engenharia Nucleares, em Sacavém.

(Fotogr. amavelmente cedida pelo referido Laboratório)