deza do aumento dU da energia interna, mas sim do estado na vizinhança do qual ocorre a transformação do sistema. Este factor está associado à velha ideia de que, com um dado trabalho (equivalente a dU), é muito fácil desordenar uma estrutura perfeitamente ordenada, mas gradualmente difícil introduzir mais desordem numa estrutura já de si desordenada. Não é pois de estranhar que o factor $(\partial S/\partial U)_{V,N}$ esteja ligado à temperatura, um parâmetro intensivo, definido precisamente pela relação

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{V,N}$$

ou, equivalentemente,

$$dS = \left(\frac{1}{T}\right) dU$$

quando V e N se conservam constantes.

Assim, esta expressão mostra que o grau de desordem (dS) produzida por uma variação definida da energia interna de um sistema (dU) é tanto menor quanto maior for a temperatura. De modo análogo, um pequeno aumento da energia interna produz um notável aumento no grau de desordem dos sistemas físicos quando estão a muito baixas temperaturas.

REFERÊNCIAS

[1] H. B. CALLEN, *Thermodynamics*, cap.^{os} I, II, III, John Wiley and Son, New York, 1966.

[2] LARKIN KERWIN, *Introduction à la Physique Atomique*, p. 24, Gauthier-Villars, Paris, 1964.

[3] ERWIN SCHRÖDINGER, *Statistical Thermodynamics*, cap.º II, Cambridge University Press, 1964.

BIBLIOGRAFIA

H. M. ROSENBERG, *Low Temperature Solid State Physics*, Oxford University Press.

K. MENDELSSOHN, *The Quest for Absolute Zero; the Meaning of Low Temperature Physics*, World University Library. Tradução portuguesa: editorial Inova (em impressão).

———, *Cryophysics, Interscience Tracts on Physics and Astronomy*, vol. 7, Interscience Publishers.

J. S. DUGDALE, *Entropy and Low Temperature Physics*, Hutchinson University Library, London.

Penumbras e Sombras

no Ensino Elementar

por MÁRIO TRIGUEIROS

1. As dimensões da penumbra projectada

1.1) Vamos admitir que estão definidos os seguintes elementos de Óptica Geométrica: fonte luminosa pontual, segmento de recta luminoso, raio luminoso e segmento de recta opaco.

Consideremos no plano do papel um segmento de recta luminoso $\overline{AB}$, um segmento de recta opaco $\overline{CD}$ e um alvo rectilíneo $\overline{EF}$ (conforme representa a figura 1), sendo $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$; traçando os raios luminosos que partindo dos extremos da fonte passam por C e D, obtêm-se no alvo a sombra $\overline{MN}$ e as duas penumbras $\overline{LM}$ e $\overline{NO}$, projectadas sobre ele pelo segmento $\overline{CD}$.

Em virtude das condições da figura, os triângulos ABC e CLM e os triângulos ABD e DNO são semelhantes; donde

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{LM}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CM}} \quad \text{e} \quad \frac{\overline{AB}}{\overline{NO}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DO}};$$

por outro lado, $\overline{AC}$, $\overline{CM}$, $\overline{AD}$ e $\overline{DO}$ são segmentos definidos em duas rectas concorrentes pelas paralelas $\overline{CD}$ e $\overline{EF}$; portanto

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CM}}=\frac{\overline{AD}}{\overline{DO}}.$$

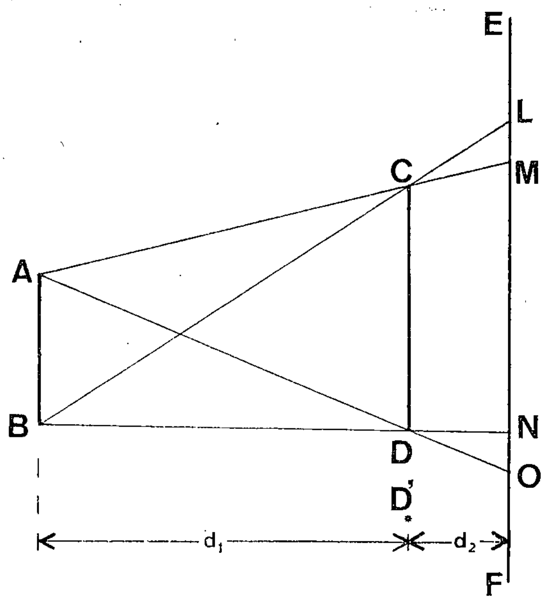

Fig. 1

Comparando esta igualdade com as duas igualdades anteriores, conclui-se que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{LM}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{NO}}$$

e, finalmente, que

$$\overline{LM}=\overline{NO}$$

isto é, *se* $\overline{AB}\parallel\overline{CD}\parallel\overline{EF}$, *as dimensões das duas penumbras projectadas são iguais.*

1.2) Como em dois triângulos semelhantes a razão entre as alturas correspondentes dos dois triângulos estão entre si como a razão de semelhança, concluimos de um dos pares de triângulos semelhantes considerados anteriormente que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{LM}}=\frac{d_1}{d_2}$$

ou

$$\overline{LM}=\frac{d_2}{d_1}\cdot\overline{AB}$$

visto d_1 e d_2 serem as medidas das alturas dos dois triângulos referentes aos lados $\overline{AB}$ e $\overline{LM}$.

A expressão deduzida permite determinar o comprimento de cada zona de penumbra em função do comprimento do segmento luminoso, da sua distância ao segmento opaco e da distância deste ao alvo, no caso de ser $\overline{AB}\parallel\overline{CD}\parallel\overline{EF}$.

1.3) Aquela expressão mostra também que as dimensões das penumbras projectadas são independentes do comprimento do segmento opaco. À mesma conclusão se poderia chegar do deduzido em 1.1). Com efeito, supondo o segmento opaco prolongado de D para D', a penumbra correspondente seria

$$\overline{N'O'}=\overline{LM}=\overline{NO};$$

a penumbra é um *efeito de extremidade*, o que permite compreender que a sua dimensão seja independente do comprimento do segmento que a origina.

1.4) No caso do segmento opaco $\overline{CD}$ não ser paralelo aos restantes elementos considerados, as dimensões das duas penumbras serão, como se compreende fàcilmente,

$$\overline{LM}=\frac{d'_2}{d'_1}\cdot\overline{AB}$$

e

$$\overline{NO}=\frac{d''_2}{d''_1}\cdot\overline{AB}$$

em que d'_2 e d'_1 representam as distâncias de C ao alvo e à recta a que pertence o segmento $\overline{AB}$, respectivamente, e d_2'' e d_1'' as correspondentes distâncias referidas ao ponto D.

A comparação das duas expressões permite concluir que a maior penumbra é a que corresponde à extremidade do segmento opaco mais afastado do alvo. No caso de $\overline{CD}$ ser paralelo a $\overline{AB}$ e ao alvo ($d'_2 = d_2''$ e $d'_1 = d_2''$), será $\overline{LM} = \overline{NO}$, conforme já tinhamos concluido em 1. 1).

1. 5) Nas condições enunciadas em 1.1) é também possível estabelecer uma expressão algébrica simples que permita calcular a dimensão da sombra projectada em função das dimensões dos elementos considerados. Deixamos o seu estabelecimento ao cuidado do leitor interessado.

2. O conceito experimental de fonte luminosa pontual

No estudo de sombras e penumbras, em que condições experimentais uma fonte luminosa poderá ser concebida como pontual?

Comecemos por aceitar o seguinte critério dimensional: uma fonte luminosa diz-se pontual se as suas dimensões são desprezáveis em relação às restantes grandezas consideradas no estudo do fenómeno (conf. Sears — Fundamentos de Física — III vol. — Ed. Aguilar, 1967 — pág. 11).

Designemos por ε um qualquer dos elementos do conjunto de comprimentos desprezáveis em relação às distâncias d_1 e d_2 e seja n um comprimento maior que qualquer dos elementos daquele conjunto.

Como as dimensões de $\overline{LM}$ dependem da razão $\frac{d_2}{d_1}$, é sempre possível escolher valores para d_2 e d_1 tais que, sem negar a condição imposta, se tenha

$$\overline{LM} > n$$

o que na prática corresponde a ter uma fonte considerada pontual originando uma penumbra de dimensões não desprezáveis.

Mais correcto nos parece ser outro critério, também dimensional: uma fonte luminosa diz-se pontual se as suas dimensões são desprezáveis em relação aos erros de observação.

Acontece, porém, que, quando a fonte luminosa é de dimensões *extremamente pequenas*, originam-se figuras de difracção. Experiências realizadas com luz monocromática permitiram obter fotografias da sombra projectada por diversos corpos interpostos no feixe luminoso emitido por uma pequena fonte; observa-se que tudo se passa como se a luz torneasse o obstáculo, aparecendo a sombra orlada de zonas alternadamente brilhantes e escuras.

Estas experiências põem em evidência a complexidade do fenómeno *produção de sombras*, que só é satisfatòriamente explicado pela *teoria ondulatória da luz*, (veja-se, por exemplo, Sears — ob. cit. — III vol. pág. 219 e seguintes).

Um terceiro critério a considerar é o seguinte: uma fonte luminosa diz-se pontual se, conforme exige a óptica geométrica, produzir uma penumbra inapreciável, quando entre a fonte e o alvo se intercalar um corpo opaco.

Recorrendo à expressão deduzida em 1. 2), vejamos a que condições deverão satisfazer a dimensão da fonte luminosa e as distâncias d_1 e d_2 para considerarmos a fonte como pontual, isto é, para que a penumbra projectada tenha dimensões inapreciáveis.

Comecemos por recordar que o poder separador de um olho normal é cerca de 1 minuto (medida angular), o que significa que a 1 metro de distância é possível separar dois pontos que distam entre si cerca de 0,03 cm. Penumbras de dimensões inferiores a este valor são inapreciáveis por um observador situado àquela distância do alvo. O critério enunciado permite assim que uma dada fonte possa ser considerada pontual (do ponto de vista do problema que temos vindo a tratar), relativamente a uma dada experiência e a um dado observador, sempre que se cumprir a condição

$$\frac{d_2}{d_1}\cdot\overline{AB}<\delta$$

sendo δ a distância mínima entre dois pontos separáveis por aquele observador, à distância a que se encontra do alvo.

Numa sala de aula em que os alunos observam uma única experiência realizada sobre a mesa do professor, a distância, ao alvo, do aluno mais próximo, é cerca de 2 metros, o que permite considerar como pontual uma fonte luminosa que produza sobre ele uma penumbra de dimensões inferiores a 0,06 cm. Para que uma fonte de dimensões da ordem dos 0,6 cm possa ser considerada pontual basta que se verifique a condição

$$\frac{d_1}{d_2}>10\,.$$

Na prática aquela razão pode ser inferior ao valor indicado em virtude de a pequena quantidade de energia que penetra na zona de penumbra e a absorpção de uma parte dela pelo alvo não permitirem a percepção da penumbra mesmo para distâncias inferiores à mencionada.

Utilizando um alvo translúcido e a chama de uma vela como fonte luminosa, verifica-se que, para $d_1 : d_2 = 10$ a penumbra é inapreciável a uma distância superior a 1,5 m. Notemos que a menor dimensão da chama de uma vela vulgar é da ordem dos 2 cm.

3. O estudo de sombras e penumbras no ensino elementar.

A chama de uma vela, situada a uma distância conveniente do objecto opaco e do alvo, permite concretizar experimentalmente a noção de fonte pontual de acordo com o terceiro critério apresentado na alínea 2). Se utilizarmos como fonte luminosa um suporte com duas velas teremos uma fonte luminosa não pontual (na medida em que for observável a formação de penumbras), decomponível em duas fontes pontuais.

Consideremos agora uma fonte luminosa constituída por várias velas, como o dispositivo sugerido na figura 2, no qual A, T, U, V e B representam cinco velas; esta fonte pode ser imaginada como decomponível em cinco fontes pontuais. Poderemos assim induzir que qualquer fonte luminosa não pontual poderá ser concebida como um conjunto finito de fontes pontuais e reduzir o problema da construção da sombra e penumbras, por ela originada, à construção das sombras produzidas pelo objecto opaco considerado e por cada uma das fontes pontuais em que se supõe a primitiva fonte dividida.

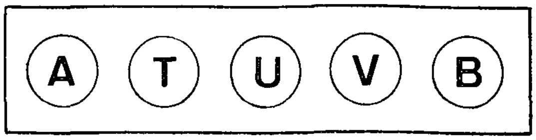

Fig. 2

Os estudantes dos cursos elementares de Óptica têm, muitas vezes, dificuldade em compreender que, na construção de sombras e penumbras (como a indicada na figura 1), se considere apenas um número muito reduzido de fontes pontuais (na fig. 1 apenas os pontos A e B). Esta dificuldade pode ser atenuada utilizando um dispositivo como o que foi sugerido anteriormente, constituído, por exemplo, por uma tábua de pequena largura na qual foram fixadas as velas, cada uma das quais poderá ser utilizada como fonte pontual.

Colocando a fonte luminosa, um corpo opaco e um alvo a distâncias convenientes entre si (conforme as considerações feitas em 2), começa-se por acender as velas A e B, alternadamente; observa-se em qualquer dos casos a formação de sombra e a ausência de penumbra. Acendendo, depois, as duas velas, A e B, verifica-se o aparecimento de zonas de penumbra cuja formação é fàcilmente compreendida pelo aluno. Mantendo acesas A e B, acendem-se as velas T, U e V, sucessivamente; observar-se-á que as dimensões da sombra e das penumbras projectadas não sofrem variação de valor.

Este processo é como que uma concretização física da construção geométrica utilizada na figura 1: experimentalmente, as dimensões da sombra e das penumbras ficam determinadas pelas fontes colocadas nas extremidades do dispositivo empregado; geomètricamente, as mesmas dimensões ficam determinadas pelos extremos do segmento luminoso considerado.

Condição de oscilação de um laser em fase gasosa

por A. Rocha Trindade

(Prof. Auxiliar do Instituto Superior Técnico
Bolseiro da Comissão de Estudos de Energia Nuclear do Instituto de Alta Cultura)

1. Introdução

Como outros geradores de ondas electromagnéticas, o laser pode considerar-se como a associação de um sistema conversor, capaz de transformar uma outra forma de energia em energia de oscilação (oscilador) e de um sistema sintonizado, cuja função é armazenar energia electromagnética (ressoador).

A realização física de um laser implica portanto o tratamento de dois domínios complementares: o oscilador, constituído por um *meio material* capaz de emitir radiação por desexcitação de níveis atómicos ou iónicos, prèviamente povoados por meio do fornecimento de energia exterior; e o ressoador, constituído por uma *cavidade óptica* limitada por superfícies reflectoras para a radiação considerada. Como é óbvio, esta cavidade não é hermética, havendo que prever uma porta de saída da energia para a utilização (Fig. 1).

A potência fornecida pelo sistema oscilador deve ser suficiente para cobrir a potência de saída, acrescida das perdas no ressoador.

2. O sistema oscilador

Consideremos uma porção de matéria atravessada por um feixe de luz monocromática de frequência ν.

Se se tratar de um gás ou de um plasma em equilíbrio termodinâmico à temperatura T, as populações N_m dos vários níveis atómicos, m, são dadas pela distribuição de Boltzmann:

$$(1) \qquad N_m = N \frac{g_m}{B(T)} e^{-\frac{e \psi_m}{k T}}$$