

## Les Vérifications Expérimentales de la Relativité Générale

par MARIE-ANTOINETTE TONNELAT

(Institut Henri Poincaré — Paris)

Le mot de «Relativité», et surtout de «Relativité Générale», exerce encore sur bien des esprits des réactions passionnelles: On lui reproche un secret envoûtement de la physique par les mathématiques, ou bien encore on la soupçonne d'attirer les interprétations usuelles vers un terrain dangereux et peu fréquenté.

La Relativité Restreinte a triomphé aisément des apparents «paradoxes» que des adversaires de la première heure opposaient à ses principes. Aucun d'eux ne pouvait résister à la prévision d'une énergie atomique, d'une balistique corpusculaire et, dans un domaine plus théorique, à l'édification de la mécanique ondulatoire relativiste.

Par contre, les vérifications expérimentales de la Relativité Générale ont été liées pendant longtemps à un domaine très localisé. La raison en est aisément compréhensible:

Tant qu'ils'agissait de Relativité Restreinte, toute vérification expérimentale supposait l'intervention de vitesses non négligeables par rapport à celle de la lumière, c'est à dire de termes  $\beta = \frac{v}{c}$  suffisamment grands.

Néanmoins, la Relativité Restreinte n'est pas la théorie d'un phénomène donné. C'est une

cinématique qui gouverne toute la Physique. Aussi les termes en  $\beta$  sont-ils appelés à modifier des énergies incomparablement plus grandes que l'énergie gravitationnelle.

Au contraire, la Gravitation appartient au domaine des *interactions faibles*. Si nous comparons, par exemple, l'intensité des forces coulombiennes et newtoniennes dans le vide

$$f_c = \frac{q q'}{r^2} \quad F_n = -G \frac{m m'}{r^2}$$

$$(G = 6,66 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}).$$

il vient

$$\left| \frac{F_n}{f_c} \right| = G \frac{m^2}{q^2} = \begin{cases} 2 \cdot 10^{-45} & \text{pour 2 électrons} \\ 7 \cdot 10^{-37} & \text{pour 2 protons} \end{cases}$$

Ainsi, sans même les comparer au domaine des hautes énergies, les actions gravitationnelles restent en général tout à fait négligeables devant les interactions électromagnétiques usuelles.

Les vérifications expérimentales spécifiques de la Relativité Générale se présentent toujours comme des écarts très faibles par rapport à la loi newtonienne d'attraction.

Pour qu'ils se manifestent, il faut disposer simultanément :

de sources extrêmement intenses  
de détecteurs particulièrement stables.

Les sources du champ de gravitation, terre, soleil, étoiles de notre galaxie, nous sont imposées par la nature. Néanmoins, les progrès de l'observation (au mont Palomar notamment) agrandissent incomparablement les moyens d'investigation. On a pu observer des étoiles beaucoup plus denses que notre soleil ( $10^6$  fois la densité de l'eau<sup>(1)</sup>), les «naines blanches» (Sirius et son compagnon Sirius B, Eridanus B, etc.) qui produisent en leur voisinage un champ de gravitation tout spécialement intense. On a réussi enfin, ces temps derniers, à observer des radio-sources ou super-super novae qui engendrent des processus si exceptionnels qu'on a pu les qualifier de *collapse gravitationnel*<sup>(2)</sup>. Ces «objets» (on hésite à se prononcer sur leur nature) on fait l'objet du récent Congrès de Dallas.

D'autre part, les moyens de détection ont progressé ces dernières années de façon inespérée : les «masers» (ou horloges atomiques et moléculaires) constituent des sources particulièrement stables ; l'effet Mössbauer fournit des raies d'absorption extrêmement fines. On sait construire des gyroscopes précis et calculer l'influence qu'exerce sur eux un champ de gravitation donné. Enfin, on dispose de satellites qui permettent des expériences variées. On peut même nourrir l'espoir — encore bien aléatoire il est vrai — de produire, de détecter et peut être de stopper des «ondes de gravitation». Ces diverses possibilités ont conduit à un renouveau des études théoriques sur les phénomènes de gravitation et, par conséquent, sur la Relativité Générale.

(1) Une naine blanche dont la masse serait  $\frac{1}{2} M_{\odot}$  aurait un rayon égal à  $\frac{1}{100} R_{\odot}$ .

(2) Une masse en se contractant beaucoup arrive à une masse critique qui entraîne l'explosion. Il en résulte une intense émission d'énergie.

En fonction du temps, le nombre des publications de Relativité Générale (ramené à un pourcentage fixe dans la littérature de Physique Théorique) peut se traduire par une courbe qui montre l'intérêt croissant de ces préoccupations

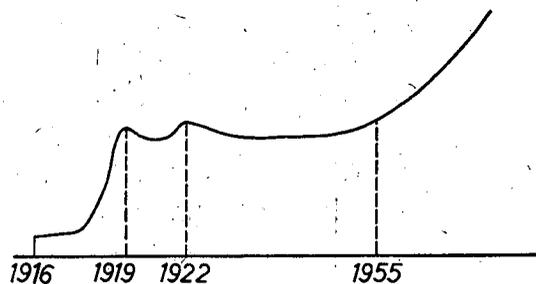


Fig. 1

## I. RELATIVITÉ GÉNÉRALE ET PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE

### 1. Nécessité et caractéristiques de la Relativité Générale.

Les théories de la gravitation sont des théories jeunes.

Les Philosophes de l'Antiquité avaient construit à foison des systèmes du monde : il s'agissait d'expliquer les mouvements apparents des sphères par un vaste système d'horlogerie. Les épicycles, les déférents en formaient les rouages compliqués. Néanmoins, aucune *contrainte* c'est à dire aucune force spécifique n'intervenait dans ce vaste édifice. Les astres étaient animés de mouvements parfaits qui ne supposaient aucune explication extrinsèque. D'une manière analogue, le mouvement rectiligne et uniforme d'un point matériel libre ressort d'un simple Principe (le Principe d'inertie). Il s'agissait d'une vaste «inertie circulaire», sans contrainte, d'une immense cinématique. Nous allons voir jusqu'à quel point la Relativité générale reprend ce thème explicatif.

Newton qui se méfiait ouvertement des hypothèses mais se référait ostensiblement

aux lois devait fonder les « théories de la gravitation ». La grande synthèse entre pesanteur et attraction universelle fut réalisée d'emblée sous l'égide d'une loi de force quantitative. Elle en reçut son inébranlable solidité.

A la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, l'application de la loi newtonienne d'attraction à la Mécanique Céleste permettait, selon Henri Poincaré, de considérer l'objet de cette science comme une immense vérification de la loi newtonienne. Les rares discordances expérimentales concernaient presque toutes le mouvement des grosses planètes, singulièrement de la planète Mercure. Celle-ci, dans son mouvement autour du soleil, décrit une ellipse qui ne se referme pas exactement sur elle-même en raison des influences perturbatrices des autres planètes. Le périhélie de la trajectoire présente ainsi une avance séculaire que l'expérience fixe à 572 secondes d'arc mais que les tables newtoniennes évaluent à 530 secondes d'arc. Il en résulte une avance résiduelle de  $572 - 530 = 42''$  d'arc non prévue par les tables. Cette avance séculaire que Le Verrier (1850) estimait déjà à  $38''$  d'arc est donc très voisine de  $42''$  (mesures de Newcomb) et, d'après les dernières estimations de Clemence, est de  $43''$ .

Bien entendu, on peut attribuer cette discordance à la présence d'un phénomène accessoire qui aurait échappé à l'expérience: anneau de petites planètes intramercurielles (Le Verrier), non sphéricité du soleil, lumière zodiacale (Seeliger). Malheureusement, de telles propriétés n'ont jamais été décelées et, si elles existaient, elles entraîneraient des perturbations désastreuses pour la prévision du mouvement des autres planètes.

On a donc préféré, pendant un temps, modifier la loi de Newton au moyen de « coups de pouce » judicieusement choisis. L'avance correcte s'obtiendrait en effet en substituant à la loi d'attraction en  $\frac{1}{r^2}$  une loi en

$\frac{1}{r^n}$  où  $n$  serait voisin de 2 ( $n=2,000\,000\,16$ ).

On peut aussi prévoir des termes correctifs

petits ( $e^{-\alpha r}$ ) (loi de Hall, loi de Descombes, loi de Laplace). Malheureusement, ces modifications entraînent elles aussi des difficultés pour les autres prévisions. Enfin l'avènement de la Relativité Restreinte allait exclure de simples « coups de pouce » au formalisme newtonien.

La Relativité Générale est semblable à une face de Janus. Elle présente deux aspects qui sont a priori tout à fait distincts :

D'une part, elle constitue, comme son nom l'indique, une extension du Principe de Relativité Restreinte.

D'autre part, elle se propose comme une théorie fondamentale du champ de gravitation.

En principe ces deux rôles sont complètement disjoints. Je n'ai pas à justifier ici les bases de la Relativité Générale. Néanmoins, il m'est impossible d'évaluer la portée des vérifications expérimentales sans examiner quelles hypothèses elles vérifient, et jusqu'à quel point ces hypothèses sont nécessaires.

La Relativité Générale peut s'exprimer sous la forme d'un syllogisme fondamental que j'énoncerai de la façon suivante :

1) *Majeure* — L'énoncé d'un Principe de Relativité valable pour des mouvements accélérés locaux exige, pour raccorder chaque description locale, une géométrie globale non euclidienne — c'est à dire le *Principe de Relativité généralisée*. Autrement dit, il est équivalent localement de traduire les mouvements accélérés par l'existence de forces d'inertie (force de Coriolis, etc.) ou par l'hypothèse d'un mouvement « libre » dans un espace non euclidien

forces d'inertie ~ structure non euclidienne

2) *Mineure* — Or, il existe une équivalence locale entre forces d'inertie et forces de gravitation. Cette équivalence est autorisée par la proportionnalité expérimentalement constatée entre masse inerte (qui intervient dans  $f = m\gamma$ ) et masse grave (qui inter-

vient dans  $F = -K \frac{MM'}{r^2}$ ,  $\frac{M}{m} = c^{(e)}$ . Cette équivalence est purement *locale*.

forces d'inertie ~ forces de gravitation

3) *Conclusion* — Donc il existe une équivalence locale entre les effets dus aux forces de gravitation et ceux que produirait l'introduction de structures non euclidiennes. Cette équivalence est aussi, bien entendu, purement *locale*.

Forces de gravitation ~ structure non euclidienne

## 2. Deux remarques.

Pour le moment, j'insisterai seulement sur deux aspects des liens entre Principe de Relativité généralisée et Principe d'équivalence.

a) *Caractère local* — L'un et l'autre présentent un caractère purement *local*. Le mouvement libre dans l'espace non euclidien est localement équivalent à l'introduction de forces d'inertie. Cette équivalence *locale* est très exactement décrite par l'équivalence des descriptions sur une surface et sur son plan tangent.

Le Principe d'équivalence permet de compenser et, au besoin, d'annuler les forces de gravitation par un mouvement accéléré convenablement choisi. On connaît l'exemple classique de l'ascenseur tel que le présente Einstein : Une balle abandonnée sans vitesse initiale au milieu d'un ascenseur en chute libre ne «tombe pas» par rapport aux parois de l'ascenseur. Si l'ascenseur éprouve une accélération supérieure à  $g$  et de haut en bas, la balle va se coller au plafond. Ces exemples inhabituels en 1913 nous sont devenus familiers depuis Gagarine et Valentina.

Néanmoins, cette équivalence reste *locale* : les lignes de force du champ d'accélération restent parallèles tandis que celles du champ

de pesanteur convergent au centre de la terre. Si deux balles étaient abandonnées sans vitesse initiale dans un ascenseur assez vaste qui s'enfoncerait en chute libre vers le centre de la terre, on les verrait s'avancer l'une vers l'autre, sans «tomber», comme s'il s'exerçait quelque mystérieuse attraction mutuelle.

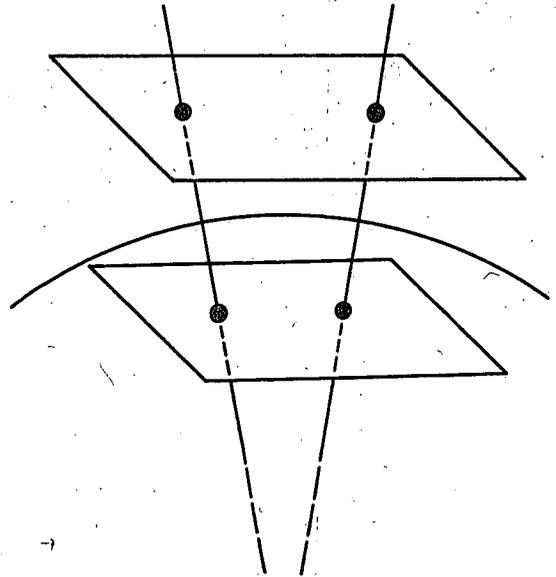


Fig. 2

b) *Caractère non euclidien* — On a dit quelquefois que certaines expériences ne prouvaient pas la Relativité Générale en tant que théorie non euclidienne du champ de gravitation mais qu'elles prouvaient *seulement* la validité du Principe d'équivalence.

Ce faisant, on semble affirmer que le Principe d'équivalence est une étape nécessaire mais non suffisante sur le chemin d'une théorie non euclidienne de la gravitation.

Or, que le Principe d'équivalence soit nécessaire pour la constitution d'une théorie euclidienne de la gravitation est un fait certain. Mais c'est précisément le Principe d'équivalence lui-même qui entraîne vers le non euclidien l'interprétation des phénomènes de gravitation.

Autrement dit, sans principe d'équivalence, une théorie de la gravitation relativiste

au sens restreint peut être parfaitement euclidienne. Ce sera une théorie phénoménologique comme l'est, par exemple, la théorie de Maxwell.

Dès que l'on admet le Principe d'équivalence, la gravitation est assimilée aux effets d'inertie. Or ces derniers ne peuvent bénéficier d'une extension du Principe de Relativité Restreinte qu'en effectuant un raccord des descriptions locales par l'intermédiaire d'un espace non euclidien. Ainsi, en admettant le Principe d'équivalence joint à un Principe de Relativité généralisée, les théories de la gravitation sont ipso facto entraînées vers le non euclidien.

C'est donc l'assimilation aux effets d'accélération qui nécessite l'intervention du non euclidien bien loin d'en dispenser.

### 3. Identité masse grave-masse inerte.

Le Principe d'équivalence lui-même repose sur la proportionnalité expérimentalement constatée entre la masse inerte et la masse grave, l'une intervenant dans la loi fondamentale de la dynamique, l'autre dans la loi newtonienne d'attraction

$$\left\{ \begin{aligned} f &= m \gamma \rightarrow \gamma = \frac{M}{m} \text{ grad } U \\ f &= -K \frac{M M'}{r^2} = M \left( K \frac{M'}{m'} \right) \text{ grad } U \\ &\left( U = \frac{G m'}{r} \right) \end{aligned} \right.$$

(Au contraire pour les forces électromagnétiques  $\gamma = \frac{q}{m} \text{ grad } V$ ).

$$\text{Si } \frac{M}{m} = C = c' \text{ universelle } \rightarrow \gamma = \text{grad } U$$

en choisissant  $K C^2 = G$ .

On a longtemps admis comme un fait d'expérience évident la proportionnalité universelle entre masse grave et masse inerte. Depuis les expériences de Galilée et de Newton, de nombreuses vérifications de type

pendulaire avaient été effectuées (Foucault, Southern et Zeemann) puis, surtout, les célèbres expériences d'Eötvös confirmées par Renner en 1935. Néanmoins la précision annoncée pour ces expériences

$$\frac{\Delta m}{m} \leq 10^{-8}$$

a été récemment contestée par R. H. Dicke<sup>(1)</sup> qui a entrepris des expériences aussi rigoureuses que précises sur ce classique sujet. Il est indispensable d'en dire quelques mots puisque les vérifications de la relativité générale supposent la vérification d'une équivalence de fait qui doit être érigée en équivalence de principe.

Au lieu de comparer la masse inerte qui intervient dans le mouvement de rotation diurne ( $f = m \omega^2 r$ ) à la masse grave impliquée par la pesanteur, R. H. Dicke<sup>(2)</sup> substitue à cette dernière l'attraction exercée par le soleil.

Considérons en effet un équipage formé par 2 corps  $c_1$  et  $c_2$  suspendus aux extrémités d'une potence que, pour simplifier, nous supposons située au pôle. Avec la terre,  $c_1$  et  $c_2$  « tombent » sur le soleil. D'autre part, la rotation de la terre imprime à ces corps d'épreuve une vitesse  $\omega$  angulaire égale à la rotation de la terre et des vitesses  $v_1$  et  $v_2$  diamétralement opposées.

Dans ces conditions, le corps  $c_1$  s'approche du soleil et le corps  $c_2$  s'en éloigne tandis qu'à 12 h d'intervalle la situation est inversée. Les vitesses angulaires restent, en principe, égales à la vitesse  $\omega$  de la terre.

(1) Selon R. H. Dicke, la seule présence du Baron Eötvös au voisinage de l'appareil était susceptible de créer une perturbation 200 fois plus grande que la marge d'erreur annoncée.

(2) R. H. Dicke — New research on old gravitation (Science-1959, 129, 621).

The Eötvös Experiment — Scientific American, Dec. 1961, 84.

Gravitation, an Enigma (J. Wash. Acad. Sc. 1958, 48, p. 213).

Gravitation without a Principle of Equivalence — (Rev. Mod. Phys. 1957, 29, 363).

L'attraction solaire s'exerce d'autre part sur  $c_1$  et sur  $c_2$ . Supposons que  $c_1$  soit plus fortement attiré que  $c_2$  (c'est-à-dire que  $\gamma_1 > \gamma_2$ ). Dans ce cas  $c_1$  sera plus fortement accéléré dans son approche que  $c_2$  ne sera freiné dans son éloignement : d'où une vitesse angulaire de l'équipage  $\omega_1 > \omega$ . Au contraire, douze heures plus tard,  $c_1$  est plus fortement freiné dans son éloignement que  $c_2$  n'est accéléré dans son approche. Il en résulterait une vitesse angulaire  $\omega_2 < \omega$ .

S'il existait une différence dans le rap-

$$\frac{\Delta m}{m} \leq 10^{-10}$$

Il est indispensable de noter que cette identité est purement locale au strict point de vue de l'expérience. Le rapport  $\frac{M}{m}$  est, en un lieu donné, indépendant du corps d'épreuve. En faire une constante universelle dépasse, en fait, les résultats d'expérience. En particulier, Dirac et Dicke lui-même ont envisagé des variations corrélées de la cons-

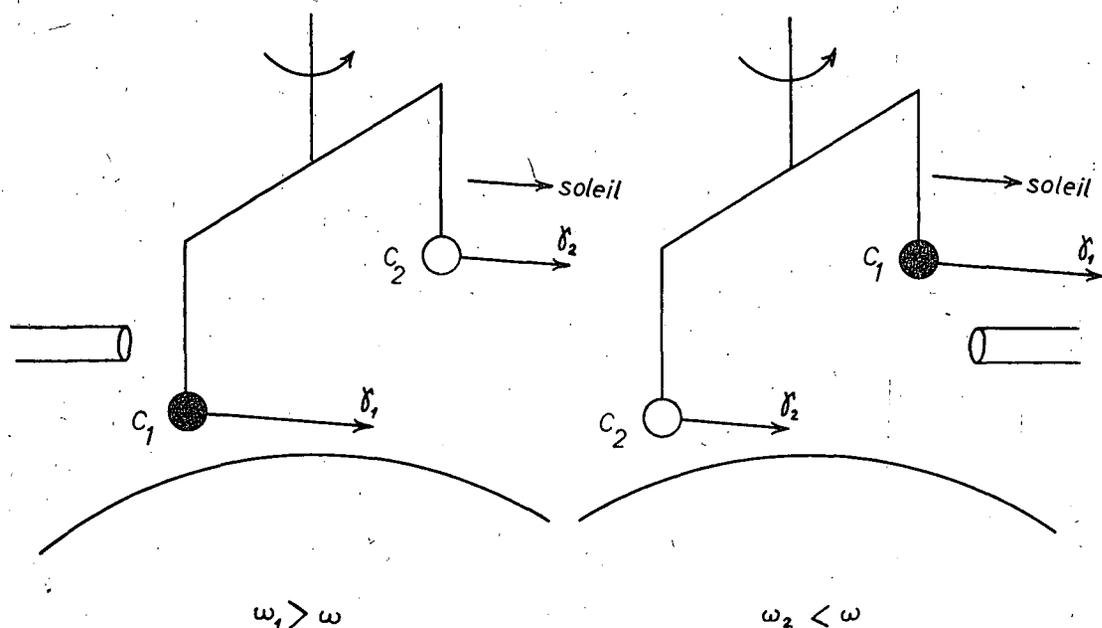


Fig. 3

port masse grave-masse inerte pour  $c_1$  et pour  $c_2$  on devrait donc observer une variation diurne de la vitesse angulaire de rotation de l'équipage. Aucune fluctuation n'étant observée, R. H. Dicke en conclut à la validité des conclusions sinon des prémisses des expériences d'Eötvös.

La grande précision atteinte par ces expériences (dispositif à trois corps) permet de conclure à la proportionnalité des masses (c'est à dire à leur identité pour des unités convenablement choisies) avec une marge d'erreur

tante de gravitation et de la constante de structure fine. Elles obligeraient à définir une énergie interne d'une particule qui serait fonction du potentiel de gravitation au point considéré. Dans ces conditions, la masse inerte qui intervient dans l'expérience d'Eötvös serait différente de la masse  $\bar{m} = \frac{E}{c^2}$  qui résulte, par exemple, de bilans d'énergie nucléaire

$$m = \bar{m} + U \frac{\partial \bar{m}}{\partial U}$$

Les comparaisons effectuées en mesurant  $m_i$  au spectrographe de masse,  $\bar{m}$  par des litans d'énergie n'ont encore donné aucun résultat très concluant.

## II. LES PRÉVISIONS DE LA RELATIVITÉ GÉNÉRALE.

Je rappellerai seulement que les prévisions expérimentales qu'elle introduit sont déduites

1) d'une loi de champ qui se présente comme une condition de structure imposée à la courbure d'un univers non euclidien

2) des lois du mouvement qui assimilent les trajectoires d'une particule aux lignes les plus droites, c'est-à-dire aux géodésiques d'un espace non euclidien. (Les grands cercles d'une sphère, par exemple). En effet, le

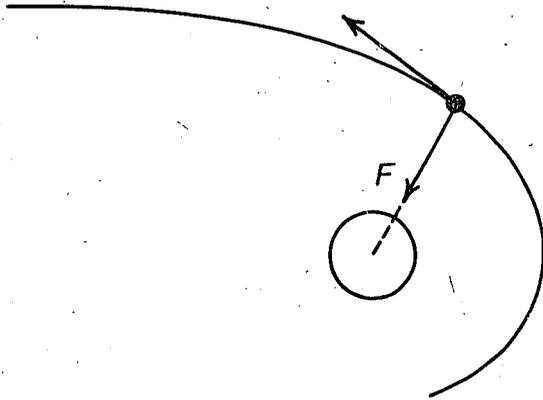


Fig. 4 — Newton: Le corps central exerce des «forces».

rôle des sources, c'est-à-dire des masses, n'est pas de créer des actions à distance mais de courber l'univers en leur voisinage. Dans cet univers courbe, une particule matérielle ou bien un photon se meut ensuite librement et décrit la généralisation d'une droite, c'est-à-dire une géodésique.

Ces conceptions de type cinématique (mais impliquant une cinématique non euclidienne) modifient complètement les postulats newto-

niens. Une vérification expérimentale aura donc d'autant plus de prix qu'elle résulte d'un bouleversement total des principes de base.

Supposons le champ de gravitation créé par une masse statique possédant la symétrie sphérique (soleil etc.). D'après la mécanique newtonienne, les trajectoires rapportées à un système de coordonnées polaires  $u = \frac{1}{r}, \theta, \varphi$  s'écrivent

$$(1) \quad r^2 \frac{d\varphi}{dt} = h$$

$$(2) \quad \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{Gm}{h^2}.$$

La première est la loi de Kepler (loi des aires),  $h$  la constante des aires. La seconde détermine le rayon vecteur  $r = \frac{1}{u}$  en fonction de l'angle  $\varphi$ .

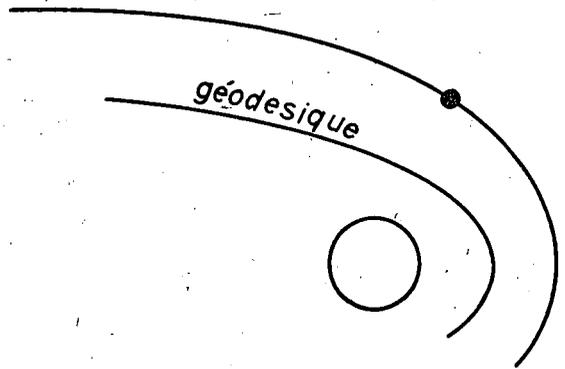


Fig. 5 — Einstein: Le corps central courbe l'univers en son voisinage.

Les géodésiques d'un espace de Riemann, dans le cas particulier où la structure de cet espace est déterminée par une masse statique possédant la symétrie sphérique, ont la forme suivante

$$(1)' \quad r^2 \frac{d\varphi}{ds} = \frac{h}{c} \quad ds \sim c dt$$

$$(2)' \quad \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{Gm}{h^2} + \frac{3Gm}{c^2} u^2.$$

Elles s'appliquent aux trajectoires d'une particule d'épreuve comme à celle d'un photon. Les corrections par rapport aux prévisions newtoniennes résulteront donc du terme supplémentaire petit  $\frac{3 G m}{c^2} u^2$ .

## A. MOUVEMENT DES PLANÈTES ET DES SATELLITES.

### 1. Mouvement des planètes et des satellites, sans tenir compte des rotations propres (Champs statiques).

S'il s'agit du mouvement d'une planète ou d'un satellite l'équation newtonienne (2) admet comme solution l'ellipse

$$(3) \quad u_0 = \frac{Gm}{h^2} [1 + e \cos(\varphi - \bar{\omega})]$$

les constantes d'intégration  $e$  et  $\bar{\omega}$  représentent respectivement l'excentricité et la longitude du périhélie.

La Relativité Générale prévoit, par l'intermédiaire de (2'), des solutions approchées

$$(3') \quad u = \frac{1}{p'} [1 + e \cos \chi]$$

dans lesquelles le paramètre  $p = (1 + \varepsilon)p'$  et l'angle  $\chi = (1 - \varepsilon)(\varphi - \bar{\omega})$  diffèrent peu du paramètre  $p = \frac{h^2}{Gm}$  et de l'angle  $\varphi - \bar{\omega}$

des orbites newtoniennes. Une méthode de perturbation permet de déterminer  $\varepsilon$  en fonction des caractéristiques de l'orbite et la précision spécifique  $\Delta \varphi = 2 \pi \varepsilon$  pour chaque révolution de la planète. On obtient en effet

$$(4) \quad \Delta \varphi = 2 \pi \varepsilon = \frac{6 \pi G m}{a c^2 (1 - c^2)} \text{ radians}$$

( $a = 1/2$  grand axe).

Cette précision spécifique entraîne la valeur séculaire

$$\Delta \Omega = \Delta \varphi \frac{100 A}{T} \text{ radians} \quad (100 A = 36.525)$$

$A = 365,25$  représentant la période de révolution de la terre autour du soleil et  $T$  celle de la planète, l'une et l'autre en jours sidéraux. Transformée en secondes d'arc cette avance séculaire s'écrit encore

$$(5) \quad \Delta \Omega'' = \frac{30 G M A}{a T c^2 (1 - c^2)} 60^4$$

Il est souvent avantageux de remplacer  $M$  par sa valeur en fonction de  $a$  et de  $T$ . Dans ce but, on utilise la 3ème loi de Kepler

$$(6) \quad a^3 = \frac{G M}{4 \pi^2} T^2 = \frac{G M}{4 \pi^2} T^2 \cdot 24^2 \cdot 60^2$$

et l'on obtient, en portant dans (5),

$$(7) \quad \Delta \Omega'' = \frac{5 \pi^2 a^2 A}{24 c^2 T^3 (1 - c^2)}$$

a) *Application aux planètes* — Dans le cas particulier où le champ de gravitation est créé par le soleil, on obtient à partir de (4)

$$(8) \quad \Delta \varphi'' = \frac{57,348 \cdot 10^{10}}{a (1 - c^2)} \frac{M_{\odot}}{G} = 1,983 \cdot 10^{33} \frac{G}{6,66 \cdot 10^{-8}}$$

L'avance du périhélie est d'autant plus grande que  $a$  est plus petit et  $e$  voisin de l'unité. Ces conditions sont réalisées pour la planète Mercure telle que

$$a = 5,72 \cdot 10^{12} \text{ cm}, \quad e = 0,2056, \quad T = 87,97 \text{ j.}$$

On obtient ainsi une prévision théorique

$$\Delta \Omega = 42'' 9$$

très voisine de la valeur

$$42'' 56$$

expérimentalement mise en évidence.

Or cette valeur est obtenue avec une précision indiscutable: la théorie newtonienne du mouvement de Mercure a été reprise complètement par Clemence en 1949 (1). Il a utilisé, dans ce but, la méthode de Newcomb en discutant toutes les données sur la planète Mercure données enregistrées de 1765 à 1937. Clemence a discuté ensuite (1947) la portée des comparaisons entre théorie et expérience. Leur caractère significatif est hors de doute.

Une méthode analogue a été appliquée par Morgan (1945) (2) à la précession du périhélie de la terre et, plus récemment, par Duncombe (1958) (3) au mouvement de Vénus. Les résultats comparés sont les suivants

Planètes	$a$ (10 <sup>6</sup> km)	$e$	$T$ jours sid <sup>e</sup>	$(\Delta\Omega)_{100}$ calc.	$(\Delta\Omega)_{100}$ obs.
Mercury	58	0,2056	87,97	42'' 9	42'' 56 ± 0'' 94
Venus				8'' 6	8'' 4 ± 4'' 8
Terre	149,5	0,0167	365,25	3'' 84	4'' 6 ± 2'' 7
Mars	227,8	0,0934	686,98	1'' 35	

En dépit de la faible excentricité terrestre les dernières comparaisons semblent assez convaincantes.

Pour confirmer ce genre de vérification, on s'est adressé récemment à l'astéroïde Icarus. Découvert en 1949 au Mont Palomar, cet astéroïde a 1,4 km de diamètre. Sa trajectoire possède les caractéristiques suivantes

$$a = 1,6 \cdot 10^{15} \text{ cm}, \quad e = 0,8265, \quad T = 408,65 j.$$

Elle présente donc une énorme excentricité. (Icarus se rapproche à 28 M. de km du soleil, alors que Mercure au périhélie en est distant

(1) G. M. Clemence — The Relativity effects in planetary motions. Rev. Mod. Phys. **19**, 1947, 361; Proc. Ann. Phil. Soc. **93**, 1949, 532.

(2) H. R. Morgan. The Earth's perihelion motion. Astr. J. J. 1945, 127.

(3) R. L. Duncombe — Relativity effects for the three inner planets (Astr. J. **61**, 1958, 456).

de 46 M. de km). Gilvarry a calculé (1953) (1) une précession théorique du périhélie

$$\Delta\Omega = 10'' 05.$$

Malheureusement, cet astéroïde dont l'éclat atteignait la 16<sup>e</sup> magnitude en 1949 fut retrouvé en 1950 et en 1952 avec un éclat diminué jusqu'à la 19<sup>e</sup> magnitude. Ce type d'expérience est donc fugitif. Gilvarry et La Paz ont proposé l'utilisation — non encore réalisée — d'une planète artificielle.

b) *Application aux satellites* — La vitesse  $V$  d'un satellite sur son orbite est relativement faible. Aussi la précession  $\Delta\varphi$  du périhélie reste petite au cours d'une révolution. Toutefois, la période de révolution des satellites proches demeure, elle aussi, très faible (2). Il est donc possible, en principe, d'observer un effet notable en un temps relativement court. Cet effet sera d'autant plus grand que l'excentricité de la trajectoire sera plus forte. Par exemple, tandis que l'avance séculaire du périhélie de la lune (3) est seulement

$$\Delta\Omega = 0'' 06 \quad (\text{valeur théorique}),$$

celles des périhélie des satellites proches pourraient atteindre

$$\Delta\Omega \sim 2000''.$$

Malheureusement, l'effet de précession du

(1) J. J. Gilvarry — Relativity Precession of the astéroïd Icarus. Pub. Astr. S. Pacific **65**, 1953, 173.

(2) J. J. Gilvarry — Vérification of General Relativity by means of Artificial Planets (Nature **183**, 1959, 666); La Paz (Publ. Astr. Soc. Pacific **66**, 1954, 13).

(3) Actuellement nous pouvons adopter, par exemple, les caractéristiques suivantes à titre d'ordre de grandeur

$$V < 8 \text{ km/s} \quad \text{distance moyenne satellite-terre} = 10^9 \text{ cm}, \quad e = 0,25, \quad T = \frac{1}{6} j.$$

Elles conduisent à une avance théorique

$$\Delta\Omega \approx 600''.$$

périgée d'un satellite (effet expérimentalement constaté) peut être attribué à de nombreux phénomènes perturbateurs. Déjà, dans le cas des planètes, l'effet global observé est dû, pour sa quasi-totalité, à l'influence perturbatrice des astres voisins. Par exemple, dans le cas de Mercure, l'effet relativiste (43'') n'est pas le 1/10 de l'effet total (572''). Cependant, il peut avec certitude en être dissocié et c'est cela qui constitue le caractère significatif de la mesure.

Dans le cas d'un satellite, l'influence perturbatrice du soleil est faible. Elle produirait une très petite avance du périgée ( $\Delta \Omega'' = 2''$  environ) et pourrait être négligée. Les difficultés les plus considérables résident dans l'évaluation exacte des corrections dues à la présence de l'atmosphère terrestre et, surtout, à la non sphéricité de la terre.

Si l'on réussit à améliorer la stabilité et la planéité des trajectoires il sera peut être possible, néanmoins, de mettre en évidence une avance expérimentale résiduelle. Sa comparaison avec la valeur théorique de l'avance relativiste permettrait alors d'étendre au domaine des satellites le premier test de la Relativité Générale. Cette extension n'est pas encore réalisée à l'heure actuelle.

## 2. Mouvement des planètes et des satellites (sans rotations propres) dans le champ de gravitation produit par un corps central en rotation.

On peut penser qu'une modification relativiste plus importante de la précession des périgées est due à la rotation propre du corps central (en l'occurrence de la terre). Cette influence peut être déduite de façon approchée des principes de la Relativité Générale. La solution relative à un champ statique possédant la symétrie sphérique n'est évidemment plus applicable. Des considérations approchées, dues à J. Lense et H. Thirring (1918), permettent néanmoins de compléter la classique solution de Schwarz-

schild relative à un champ statique et à symétrie sphérique: les termes supplémentaires, proportionnels à  $\frac{GI\omega}{c^2 r^3}$  ( $\omega$  étant la vitesse angulaire et  $I$  le moment d'inertie du corps central), permettent de prévoir une précession du périgée (ou du périhélie)

$$(9) \Delta \varphi_{\text{rot}} = - \frac{4,8 \pi R^2 \omega \sqrt{Gm}}{c^2 [a(1-e^2)]^{3/2}} \cos i \text{ radians}$$

par révolution.

( $R$  représente le rayon du corps central,  $i$  l'angle que fait le plan de l'orbite du satellite avec le plan équatorial du corps central).

La troisième loi de Kepler permet, comme précédemment, d'exprimer  $Gm$  en fonction des éléments de la trajectoire. D'autre part, la vitesse angulaire se traduit aisément en fonction de la période de révolution du corps central exprimée en secondes ( $\tau s$ ) ou en jours sidéraux ( $\tau$ )

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau s} = \frac{2\pi}{\tau} \frac{1}{24(60)^2}$$

On parvient ainsi à la prévision d'un retard séculaire.

$$(10) \Delta \Omega_{\text{rot}} = - \frac{\pi^2 R^2 A \cos i}{6 c^2 \tau T^2 (1-e^2)^{3/2}}$$

L'effet relativiste total est alors

$$\Delta \Omega + \Delta \Omega_{\text{rot}}$$

l'expression du 1er effet (sans rotation du corps central) étant encore

$$(11) \Delta \Omega = \frac{5 \pi^2 a^2 A}{24 e^2 T^3 (1-e^2)}$$

Ce dernier introduit toujours une avance des périhélies (ou des périgées) tandis que  $\Delta \Omega_{\text{rot}}$  représente un retard si  $\cos i > 0$ . Ce retard est d'autant plus grand que le plan de l'orbite du satellite se rapproche davantage du plan équatorial du corps central ( $\cos i = 0$ )

(cf. J. Ginzburg, Eksp. Fiz. Nank, 99, 1956, 11).

La valeur absolue du rapport entre les deux effets relativistes

$$(12) \quad \left| \frac{\Delta \Omega_{\text{rot}}}{\Delta \Omega} \right| = \left( \frac{R}{a} \right)^2 \frac{4 T \cos i}{5 \tau (1 - e^2)^{1/2}}$$

est d'autant plus grande que  $\frac{R}{a}$  est plus grand (satellites proches) et que  $\tau$  est plus petit c'est à dire que la vitesse angulaire du corps central est plus grande,

Or la vitesse angulaire du soleil est relativement faible ( $\tau = 25j$  pour le plan équatorial) et, d'autre part,  $\frac{R}{a}$  est assez petit pour les planètes du système solaire ( $\frac{R}{a} \sim 10^{-2}$  dans le cas de Mercure). Aussi, la précession relativiste des périhélies dues à la rotation du soleil est-elle négligeable par rapport à la précession qui constitue le classique premier effet. Par exemple, dans le cas le plus favorable, celui de Mercure, ( $\Delta \Omega_{\text{rot}}$ ) serait le l'ordre de  $0''02$  et

$$\left| \frac{\Delta \Omega_{\text{rot}}}{\Delta \Omega} \right| \sim 4 \cdot 10^{-4}$$

mais l'erreur expérimentale sur  $\Delta \Omega_{\text{rot}}$  est voisine de  $1''$ . Ces circonstances expliquent que les prévisions déduites du travail de Lense et Thirring soient restées à l'état de spéculation pure tant qu'il s'agissait de les appliquer au domaine des grosses planètes. Il suffisait d'attribuer à l'espace-temps la symétrie sphérique statique usuelle.

Par contre, il en va tout autrement dans le cas de la précession du périhélie de satellites.

Déjà, des vérifications expérimentales significatives semblent résulter de l'influence de la rotation de Jupiter sur la précession du périhélie de son 5<sup>e</sup> satellite Amalthée(1).

(1) En effet, la vitesse de rotation de Jupiter est considérable. On pourrait enregistrer pour le 5e satellite

$$\Delta \Omega_{\text{rot}} = 5' \quad \Delta \Omega = 36'$$

les mesures étant d'ailleurs extrêmement difficiles.

Pour des satellites artificiels tels que

$$a \sim 10^7 \text{ cm} \quad \frac{R}{a} \sim 10^{-2}$$

on pourrait en effet prévoir un retard théorique tel que

$$\left| \frac{\Delta \Omega_{\text{rot}}}{\Delta \Omega} \right| \sim 4 \cdot 10^{-2}.$$

Etant donné l'ordre de grandeur de  $\Delta \Omega$  ( $\sim 1700''$  pour les satellites proches), la précession due à la rotation de la Terre pourrait atteindre la valeur

$$\Delta \Omega_{\text{rot}} = -60''$$

dans les cas favorables.

Bien entendu, les corrections déjà signalées (perturbations dues à l'atmosphère terrestre, à la non sphéricité de la terre) devraient intervenir pour obtenir la précession globale. L'obtention d'orbites stables permettrait alors de comparer utilement l'avance expérimentale résiduelle avec une avance théorique résultant de la superposition des deux effets relativistes de précession.

L'influence de la rotation de la terre sur le mouvement des satellites paraît ainsi être un espoir considérable dans les vérifications futures de la Relativité Générale.

### 3. Influence de la rotation propre d'un corps soumis à un champ de gravitation. Le gyroscope.

Quel que soit le mouvement du corps central, une particule d'épreuve (planète, satellite) assimilée à un point matériel décrit une géodésique de l'espace non euclidien créé par la présence du corps central.

Il n'en est plus de même si le corps d'épreuve tourne sur lui-même et possède ainsi un moment de rotation propre ou spin. S'il s'agit d'une planète ou d'un satellite, la trajectoire diffère légèrement de la géodésique primitive.

D'autre part, s'il s'agit d'un corps tournant (gyroscope), porté lui-même par un satellite ou tout simplement par la terre, son moment de rotation propre  $S$  varie au cours du temps. Au contraire, d'après la mécanique newtonienne, un gyroscope parfaitement sphérique (sans moment torque) n'éprouve aucune précession quel que soit son mouvement dans

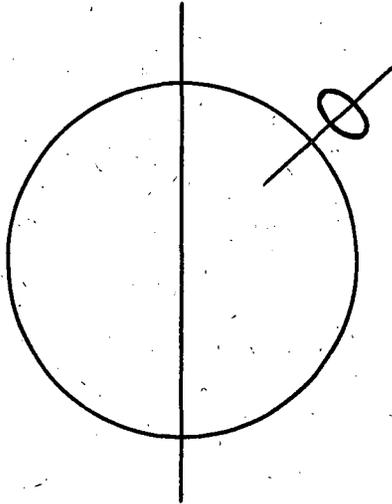


Fig. 6

un champ de gravitation. Son spin  $S$  reste constant au cours du temps.

L'expression de cette variation spécifiquement relativiste a été calculée récemment par L. I. Schiff (1960) (1). Le résultat en est le suivant :

Dans le système de référence lié au gyroscope (système propre), on obtient

$$(13) \quad \frac{dS^0}{dt} = \Omega \wedge S^0$$

en posant

$$(14) \quad \Omega = \frac{3 G m}{2 r^3 c^2} (r \wedge v) + \frac{1}{2 c^2} (\Gamma \wedge v)$$

$r$  distance du gyroscope au corps central,

(1) L. I. Schiff — Motion of a gyroscope according to Einstein's theory of gravitation (Proc. of the Nat. Ac. Sc. 46, 1960, 87).

$\Gamma$  représente les accélérations externes (non gravitationnelles) qui peuvent s'exercer sur le gyroscope.

Ce résultat est valable si le corps central est lui-même sans rotation propre. S'il est animé, au contraire, d'une vitesse angulaire  $\omega$ , il faut changer  $\Omega$  en

$$(15) \quad \Omega' = \Omega + \frac{GI}{c^2 r^3} \left[ \frac{3r}{r^2} (\omega \cdot r) - \omega \right].$$

Le vecteur  $\Omega'$  représente la vitesse angulaire de précession de l'axe du gyroscope. La variation  $\frac{dS^0}{dt}$  est dans le système propre orthogonal au plan formé par  $S^0$  et par  $\Omega'$ . Aussi, dans ce système propre, la valeur de  $S^0$  est constante et la fréquence de rotation l'est également. Selon la remarque de L. Schiff, le gyroscope se comporte comme une horloge de fréquence donnée, constante dans le système propre, mais susceptible de présenter, hors de ce système propre, des effets Doppler caractéristiques.

Toute mesure va consister à comparer la direction de l'axe du spin  $S^0$  avec une direction fixe. Celle-ci est déterminée, par exemple, au moyen du système d'inertie dont l'origine est le lieu d'observation et dont les axes sont dirigés vers 3 étoiles fixes. La vitesse angulaire de précession  $\frac{dS^0}{dt}$  est expérimentalement connue. On peut en déduire la vitesse angulaire de précession ( $\Omega'$ ) exp. et comparer avec la valeur théorique (15).

On peut essayer de réaliser des expériences soit sur un satellite, soit sur la terre. La réalisation d'un gyroscope sur un satellite est évidemment fort délicate. Elle présente l'avantage de supprimer ipso facto l'intervention des forces extérieures puisque le satellite est en chute libre. Les effets seraient sensiblement

$$\Omega' = g \frac{R}{c^2} \frac{3}{2} \left( \frac{R}{r} \right) \omega_0$$

$\omega_0$  étant la vitesse angulaire du gyroscope,

( $\omega_0 \gg \omega$ ). Ils conduiraient à une précession de  $6 \cdot 10^{-9}$  radian par révolution du gyroscope si le satellite évolue à faible distance de la terre.

La réalisation d'un gyroscope terrestre dont l'axe serait perpendiculaire à l'axe de rotation terrestre conduirait à une précession

$$\Omega \sim 3,5 \cdot 10^{-9} (1 + \cos^2 \lambda) \text{ radians par jour}$$

en un lieu de latitude  $\lambda$ .

Cette précession semble pouvoir être atteinte avec des montages suffisamment précis. Deux types de gyroscopes (destinés à des satellites) sont en construction à l'heure actuelle: l'un, constitué par une sphère conductrice, serait soutenu par un champ électrostatique (A. Nordsieck); l'autre, formé par une sphère superconductrice, serait maintenu par un champ magnétostatique (W. M. Farbank). Ces réalisations fort délicates, on l'imagine, seraient terminées vers 1965.

### B — LA DÉVIATION DES RAYONS LUMINEUX DANS UN CHAMP DE GRAVITATION.

Toutes les vérifications précédentes concernent le mouvement des corps doués de masse dans un champ de gravitation.

Néanmoins, les équations des trajectoires géodésiques de l'espace-temps, s'appliquent de la même manière au rayon lumineux. Toutefois le photon est une particule de masse nulle et, par conséquent, de vitesse  $c$ . Il en résulte que l'intervalle élémentaire

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = dt^2 (c^2 - v^2) = 0$$

est identiquement nul: les photons décrivent donc des géodésiques de longueur nulle.

La condition  $ds = 0$  transportée dans la

loi de Kepler entraîne  $h \rightarrow \infty$  c'est-à-dire

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{3 G m}{c^2} u^2 \quad \left| \quad \frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = 0 \right.$$

selon qu'il s'agit de l'équation einsteinienne ou newtonienne des trajectoires.

Retranscrite en coordonnées cartésiennes, la loi newtonienne admet pour solution la droite

$$x = R.$$

Au contraire, la Relativité Générale prévoit

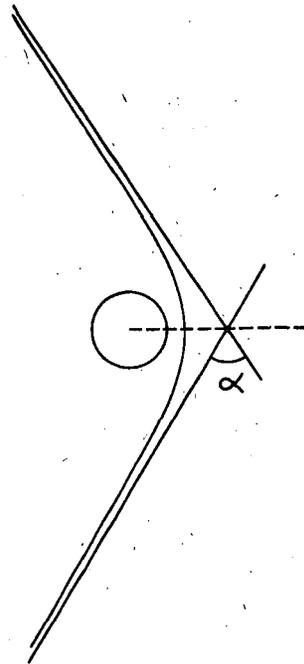


Fig. 7

par rapport à cette droite un écart  $\alpha$  tel que

$$x \neq R \quad \alpha = \frac{4 G m}{c^2 R}$$

$R$  est la distance du corps créant le champ de gravitation au rayon lumineux considéré.

Un rayon lumineux provenant d'une étoile située au voisinage apparent du soleil sera donc dévié. Il en résulte qu'un observateur terrestre pourra, grâce à cette déviation,

voir une étoile qui devrait être normalement occultée par le soleil.

Toutefois, en raison de l'éclat du soleil, une observation de ce genre ne peut être réalisée que lors d'une éclipse de soleil. Celui-ci est alors occulté et on peut observer et photographier ce qui se passe à son voisinage apparent.

Les mesures sont néanmoins extrêmement difficiles. Tout d'abord, l'éclat de la couronne solaire rend pratiquement impossible toute mesure réalisée pour des distances inférieures à  $2 R_{\odot}$ . Il en résulte que les résultats doivent être extrapolés pour obtenir la déviation expérimentale maximum.

D'autre part, les photographies réalisées doivent être comparées avec celles que l'on obtiendrait en dehors de toute influence du champ de gravitation solaire. On calculera ainsi la déviation  $\alpha$ . Pour cela, il faut réaliser de nouvelles photographies à 6 mois d'intervalle. Bien entendu, les conditions extérieures (température, etc.) ont changé et des corrections d'échelle systématiques doivent être entreprises. On obtient alors une loi

$$\alpha = \frac{k_1}{r} + k_2 r$$

dans laquelle  $k_1$  mesure le décalage gravitationnel et  $k_2$  les corrections d'échelle.

On connaît environ 13 mesures réalisées depuis 1919 au cours d'éclipses variées. Les premières furent faites par Eddington sur la constellation des Hyades qui se trouvait alors au voisinage apparent du soleil. Les dernières sont dues à Biesbroeck (1952). Les corrections ont été réalisées par divers auteurs (Finlay-Frendlich, Danjon, Mikhaïlov). Les plus récentes (1959) et les plus pertinentes sont dues à Mikhaïlov (1).

Elles conduisent au tableau suivant:

Eclipse	n.° des étoiles	Mesure	$\alpha$ observé (secondes d'arc)	$\alpha$ corrigé (secondes d'arc)
1919	7	Eddington Davidson, Dyson	$1,98 \pm 0,12$	$2,07 \pm 0,09$
1919	5	id.	$1,61 \pm 0,50$	
1922	71	Campbell et Trumpler (Lick Laboratory)	$1,72 \pm 0,11$	$1,85 \pm 0,11$
1922	145	id.	$1,82 \pm 0,15$	2,1
1929	18	Finlay-Frendlich Kluber et Braun	$2,24 \pm 0,10$	$1,96 \pm 0,08$
1936	29	id.	2,70	$2,68 \pm 0,37$
1947	51	Biesbroeck	$2,01 \pm 0,27$	$2,20 \pm 0,38$
1952	11	id.	$1,70 \pm 0,10$	$1,45 \pm 0,18$
Valeur moyenne			1,97	2,05

Les conclusions qu'on en peut tirer sont les suivantes:

L'effet de déviation des rayons lumineux dans un champ de gravitation existe et il possède l'ordre de grandeur prévu par la Relativité Générale. Néanmoins, le décalage en tant que «preuve de la Relativité Générale» est loin d'être la meilleure.

Si l'on considère la précision des mesures, elle est surclassée de loin par les mesures d'effets Mössbauer dont nous parlerons la prochaine fois.

Si nous nous basons sur la valeur probante en elle-même, c'est-à-dire sur le caractère qui fait intervenir le maximum de paramètres propres à une théorie donnée et uniquement à cette théorie, elle est très inférieure aux actuelles mesures de précession des périhélie et aux espoirs que fourniraient les expériences sur les corps tournants (corps central et gyroscope).

Néanmoins, la déviation des rayons lumineux a été longtemps l'élément spectaculaire et, si l'on peut dire, émotif qui a entraîné une adhésion des esprits à la Relativité Générale. Whitehead retrace l'émotion que ressentit la Royal Society quand Eddington vint exposer les résultats de son expédition, lors de l'éclipse de 1917 et annoncer la substitution, à la théorie de Newton, de cette nouvelle cosmo-

(1) Mikhaïlov — Doklady Akad Nauh 1956; Astr. Journ. USSR 33, 1956, 919 Monthly Notices 119, 1959, 593.

logie due à un jeune allemand, en cet anniversaire de l'armistice le 6 novembre 1919.

«L'atmosphère d'intense émotion fut exactement celle du drame grec» écrit-il. Nous formions le chœur qui commente les décrets du destin, tels qu'ils sont révélés par le cours de l'évènement suprême. Il y avait une valeur de drame dans le très scénique, très traditionnel cérémonial avec, en arrière plan, le portrait de Newton pour nous rappeler que la plus grande des généralisations de la science venait, après plus de deux siècles, de recevoir sa première atteinte. Nul intérêt personnel ne se trouvait en jeu; c'est une grande aventure de la pensée qui venait d'aborder heureusement au rivage».

Et il ajoute: «L'essence du drame tragique n'est point dans le malheur. Elle réside

dans l'oeuvre fatale des choses. Cette fatalité sans pitié, voilà ce qui passe à travers la pensée scientifique. Les lois de la physique sont les décrets du destin».

Quel est le caractère inéluctable d'une grande théorie physique? Nous nous en rendrons compte en examinant les interprétations concurrentes, c'est à dire les possibilités des interprétations euclidiennes, mais relativistes au sens restreint, des phénomènes de gravitation. Néanmoins, les preuves «décisives» ne sont pas forcément les meilleures preuves, et ceci tient au fait suivant: la vérification ou l'infirmité d'une grande théorie physique qui apparaît au profane comme un évènement dépouillé de tout contenu psychologique peut, au contraire, par sa fatalité et son esthétique présenter une résonance profondément humaine.

## Teoria e Prática da Ponte de Wheatstone

por RÔMULO DE CARVALHO

1. Suponhamos seis condutores eléctricos ligados entre si conforme indica a figura 1. Poderá encarar-se o conjunto como sendo

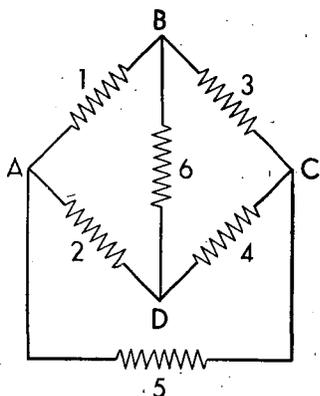


Fig. 1

composto por um circuito de 4 condutores em série (1, 2, 3 e 4) aos quais se ligaram, em derivação, os condutores 5 e 6. Poderia

o mesmo conjunto ser esquematizado de outras maneiras, como por exemplo se vê na figura 2, em que a disposição relativa dos

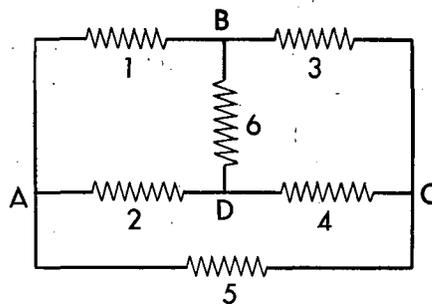


Fig. 2

condutores não difere da disposição da figura 1. Prefere-se o esquema da figura 1 porque nele se distingue um quadrilátero (A, B, C, D) que permite falar em condutores adjacentes ou opostos consoante os lados do