logie due à un jeune allemand, en cet anniversaire de l'armistice le 6 novembre 1919.

«L'atmosphère d'intense émotion fut exactement celle du drame grec» écrit-il. Nous formions le choeur qui commente les décrets du destin, tels qu'ils sont révélés par le cours de l'évènement suprême. Il y avait une valeur de drame dans le très scénique, très traditionnel cérémonial avec, en arrière plan, le portrait de Newton pour nous rappeler que la plus grande des généralisations de la science venait, après plus de deux siècles, de recevoir sa première atteinte. Nul intérêt personnel ne se trouvait en jeu; c'est une grand aventure de la pensée qui venait d'aborder heureusement au rivage».

Et il ajoute: «L'essence du drame tragique n'est point dans le malheur. Elle réside dans l'oeuvre fatale des choses. Cette fatalité sans pitié, voilà ce qui passe à travers la pensée scientifique. Les lois de la physique sont les décrets du destin».

Quel est le caractère inéluctable d'une grande théorie physique? Nous nous en rendrons compte en examinant les interprétations concurrentes, c'est à dire les possibilités des interprétations euclidiennes, mais relativistes au sens restreint, des phénomènes de gravitation. Néanmoins, les preuves «décisives» ne sont pas forcément les meilleures preuves, et ceci tient au fait suivant: la vérification ou l'infirmation d'une grande théorie physique qui apparaît au profane comme un évènement dépouillé de tout contenu psychologique peut, au contraire, par sa fatalité et son esthétique présenter une résonnance profondément humaine.

Teoria e Prática da Ponte de Wheatstone

por RÓMULO DE CARVALHO

1. Suponhamos seis condutores eléctricos ligados entre si conforme indica a figura 1. Poderá encarar-se o conjunto como sendo

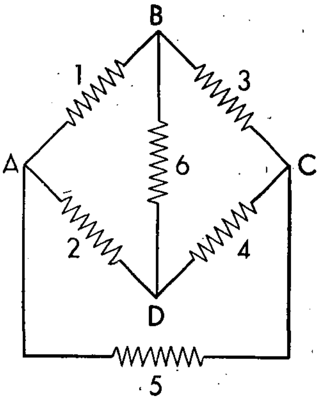

Fig. 1

composto por um circuito de 4 condutores em série (1, 2, 3 e 4) aos quais se ligaram, em derivação, os condutores 5 e 6. Poderia o mesmo conjunto ser esquematizado de outras maneiras, como por exemplo se vê na figura 2, em que a disposição relativa dos

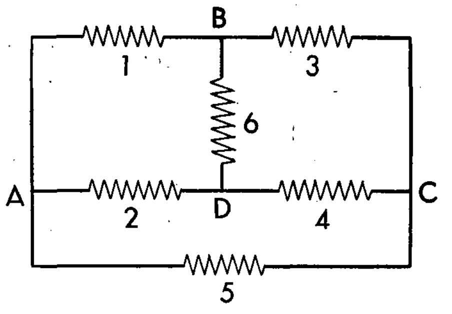

Fig. 2

condutores não difere da disposição da figura 1. Prefere-se o esquema da figura 1 porque nele se distingue um quadrilátero (A, B, C, D) que permite falar em condutores adjacentes ou opostos consoante os lados do quadrilátero que ocupam, o que facilita a exposição do assunto.

Repare-se em que, em qualquer dos esquemas, cada um dos seis condutores é adjacente de 4 deles (por exemplo o condutor 1 é adjacente de 2, 5, 3 e 6). Nas referências que se lhes faz designam-se por «condutores (ou ramos) adjacentes». Aos que o não são dá-se o nome de «condutores (ou ramos) conjugados». São conjugados 1 e 4, assim como 3 e 2, e 5 e 6. A 1 e 4, e a 3 e 2, também se chama «condutores (ou ramos) opostos».

Suponhamos que se introduz uma força electromotriz num dos seis ramos desta montagem. A corrente fornecida irá circular por todos os condutores do conjunto mas prova-se que é possível escolher valores para as resistências dos ramos de tal modo que não passe corrente no conjugado daquele em que se introduziu a força electromotriz. Exemplificando: introduzindo uma f. e. m. em 5 é possível escolher as resistências de 1, 2, 3 e 4 de tal modo que não haja corrente em 6; ou, inversamente, introduzindo uma f. e. m. em 6 é possível escolher as resistências de 1, 2, 3 e 4 de tal modo que não haja corrente em 5.

2. Consideremos o problema no máximo da sua generalização. Suponhamos que há forças electromotrizes em todos os ramos do conjunto, as quais designaremos por $e_1, e_2, \cdots, e_6$. Chamaremos $r_1, r_2, \cdots, r_6$, às resistências dos seis ramos, e $i_1, i_2, \cdots, i_6$, às intensidades das correntes que os percorrem.

A aplicação da lei dos nodos aos pontos A e C da figura 1 mostra, respectivamente, que:

$$i_5 = i_1 + i_2$$
$$i_5 = i_3 + i_4$$

e a aplicação da lei das malhas, às malhas 1, 3, 5 e 5, 2, 4 mostra, respectivamente, que:

$$i_1 r_1 + i_3 r_3 + i_5 r_5 = e_1 + e_3 + e_5$$
$$i_5 r_5 + i_2 r_2 + i_4 r_4 = e_5 + e_2 + e_4$$

(Entende-se que os sinais das forças electromotrizes estão implícitos nos símbolos $e_1, e_2, \cdots, e_6$).

Suporemos agora que se faz variar a f. e. m. do ramo 6 e vamos demonstrar que é possível criar uma situação tal que essa variação não provoque qualquer mudança no ramo 5, que é conjugado de 6.

Variando a f. e. m. do ramo 6 todas as intensidades variarão de quantidades di, que representaremos por $di_1, di_2, \cdots, di_6$, supondo implícitos, nesta representação, os respectivos sinais algébricos. As correntes anteriores passarão então a valer $i_1 + di_1$, $i_2 + di_2, \cdots, i_6 + di_6$. A aplicação das leis dos nodos e das malhas, aos mesmos elementos de há pouco, dará:

$$i_5 + di_5 = (i_1 + di_1) + (i_2 + di_2)$$
$$i_5 + di_5 = (i_3 + di_3) + (i_4 + di_4)$$
$$(i_1 + di_1)\, r_1 + (i_3 + di_3)\, r_3 + (i_5 + di_5)\, r_5 = e_1 + e_3 + e_5$$
$$(i_5 + di_5)\, r_5 + (i_2 + di_2)\, r_2 + (i_4 + di_4)\, r_4 = e_5 + e_2 + e_4$$

Estas quatro últimas equações podem simplificar-se atendendo às outras quatro anteriores. Ficará:

$$di_5 = di_1 + di_2$$
$$di_5 = di_3 + di_4$$
$$di_1 \cdot r_1 + di_3 \cdot r_3 + di_5 \cdot r_5 = 0$$
$$di_5 \cdot r_5 + di_2 \cdot r_2 + di_4 \cdot r_4 = 0$$

Ora nós pretendíamos que a variação de f. e. m. efectuada no ramo 6 não provocasse qualquer mudança na corrente do ramo 5, isto é, que enquanto i_1 passou a $i_1 + di_1$, e i_2 a $i_2 + di_2$, etc., a intensidade i_5 continuasse a valer i_5. Por outras palavras: pretendemos que di_5 seja igual a zero. Nestas condições o sistema anterior torna-se em:

$$di_1 + di_2 = 0$$
$$di_3 + di_4 = 0$$
$$di_1 \cdot r_1 + di_3 \cdot r_3 = 0$$
$$di_2 \cdot r_2 + di_4 \cdot r_4 = 0$$

que pode escrever-se:

(1) $d\,i_1 = -\,d\,i_2$

(2) $d\,i_3 = -\,d\,i_4$

(3) $d\,i_1 \cdot r_1 = -\,d\,i_3 \cdot r_3$

(4) $d\,i_2 \cdot r_2 = -\,d\,i_4 \cdot r_4$

Substituindo em (3) os valores de $d\,i_1$ e $d\,i_3$ dados por (1) e (2), vem:

$$-\,d\,i_2 \cdot r_1 = d\,i_4 \cdot r_3$$

e esta equacão, dividida, membro a membro, por (4), dá:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}$$

ou:

$$r_1 \cdot r_4 = r_2 \cdot r_3 .$$

3. Conclusão: se os quatro condutores ligados em série, segundo o esquema da figura 1, tiverem resistências de valores tais (r_1, r_2, r_3 e r_4) que os produtos das resistências opostas sejam iguais ($r_1 \cdot r_4 = r_2 \cdot r_3$), qualquer variação de f. e. m. efectuada no ramo 6, não modifica o valor da corrente que estava passando no ramo 5, seu conjugado. Inversamente, qualquer variação de f. e. m. efectuada no ramo 5, não modifica o valor da corrente que estava passando no ramo 6.

Onde se fala em variação de f. e. m. poder-se-ia falar em resistência que a conclusão seria a mesma porque, variando a resistência do ramo 6, provoca-se uma variação na intensidade da corrente, ou seja a mesma consequência que resultaria da variação da f. e. m.. Falando em geral diremos portanto que a intensidade da corrente que passa no ramo 6 (ou no 5) não se altera quando se faz variar a f. e. m. ou a resistência do ramo 5 (ou 6), desde que sejam iguais os produtos das resistências opostas do quadrilátero.

O que demonstrámos relativamente aos ramos 5 e 6, demonstrava-se anàlogamente para qualquer par de conjugados (1 e 4; 2 e 3). A conclusão seria sempre a mesma: *a variação de f. e. m. ou de resistência (ou de ambas) em qualquer ramo da montagem da figura 1 não causa qualquer modificação no ramo que lhe for conjugado, desde que os produtos das restantes resistências opostas sejam iguais.* (Os pares de resistências opostas são 1 e 4, 2 e 3, 5 e 6).

4. Fixemos a atenção, para simplificar o que vai seguir-se, num dado par de ramos conjugados, o par 5-6, e vamos demonstrar que a condição referida de serem iguais os produtos das resistências opostas ($r_1 \cdot r_4 = r_2 \cdot r_3$) arrasta consigo a seguinte consequência: os potenciais (V_B e V_D) nos pontos (B e D) em que o ramo 6 se liga ao quadrilátero, têm de ser iguais entre si. Dizer isto ($V_B = V_D$) ou dizer que, naquelas condições, não passa corrente no ramo 6, é a mesma coisa.

Vamos supôr, por hipótese, que é possível encontrar valores r_1, r_2, r_3 e r_4 (que não sabemos como estarão relacionados entre si), de tal modo que não passe corrente no ramo 6. Se isto suceder conclui-se que toda a corrente (i) proveniente de um gerador colocado no ramo 5, se desdobrou em duas parcelas quando atingiu o ponto A: uma parcela ($i_{1,3}$) que seguiu o caminho ABC; outra parcela ($i_{2,4}$) que seguiu o caminho ADC.

Vamos calcular os valores dos potenciais em $B\,(V_B)$ e em $D\,(V_D)$.

Para isso imaginemos um fio homogéneo e bem calibrado, ABC, cuja resistência total seja igual a $r_1 + r_3$. À resistência r_1 corresponde um certo comprimento c_1 e à resistência r_3 um comprimento c_3. O comprimento total do fio será $c_1 + c_3$ (fig. 3).

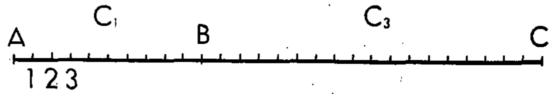

Fig. 3

O potencial desse fio irá decrescendo desde A até C e a diferença de potencial correspondente a cada unidade de comprimento será $\dfrac{V_A - V_C}{c_1 + c_3}$. A diferença de potencial correspondente a c_1 unidades de comprimento, ou seja, entre A e B, será:

$$V_A - V_B = c_1 \cdot \frac{V_A - V_C}{c_1 + c_3}.$$

Donde, o potencial no ponto B será:

$$V_B = V_A - c_1 \frac{V_A - V_C}{c_1 + c_3}. \tag{5}$$

Raciocinando anàlogamente para os ramos 2 e 4 do quadrilátero da figura 1 acharemos que o potencial no ponto D será dado por:

$$V_D = V_A - c_2 \frac{V_A - V_C}{c_2 + c_4}. \tag{6}$$

A diferença de potencial entre B e D será, subtraindo (6) de (5):

$$V_B - V_D = \left(\frac{c_2}{c_2 + c_4} - \frac{c_1}{c_1 + c_3}\right)(V_A - V_C).$$

Como os comprimentos considerados são proporcionais às respectivas resistências, escreveremos:

$$V_B - V_D = \left(\frac{r_2}{r_2 + r_4} - \frac{r_1}{r_1 + r_3}\right)(V_A - V_C).$$

Alcançámos esta conclusão partindo da hipótese de que não passava corrente no ramo 6, o que significa que $V_B - V_D = 0$. Esta condição dá, na equação anterior, o seguinte:

$$\left(\frac{r_2}{r_2 + r_4} - \frac{r_1}{r_1 + r_3}\right)(V_A - V_C) = 0.$$

Como $V_A - V_C$ é forçosamente diferente de zero, terá de ser:

$$\frac{r_2}{r_2 + r_4} - \frac{r_1}{r_1 + r_3} = 0$$

ou

$$\frac{r_2 + r_4}{r_2} = \frac{r_1 + r_3}{r_1}$$

ou

$$1 + \frac{r_4}{r_2} = 1 + \frac{r_3}{r_1}$$

ou

$$r_1 \cdot r_4 = r_2 \cdot r_3.$$

Reunindo esta conclusão com a do § 3 diremos que: quando na montagem representada na figura 1 as resistências ligadas em série forem tais que os produtos das resistências opostas tenham o mesmo valor, se introduzirmos uma f. e. m. no ramo 5, não passa corrente no ramo 6, seu conjugado e assim sucederá qualquer que seja a f. e. m. colocada em 5 ou qualquer que seja o valor da resistência desse ramo.

5. O físico inglês Charles Wheatstone (1802-1875) teve a boa lembrança de aproveitar esta propriedade dos ramos conjugados da montagem da figura 1 para efectuar medidas de resistência de condutores. O processo consistiria em ligar em série três resistências variáveis e mais a resistência cujo valor se pretenderia conhecer. Seriam esses os quatro ramos do quadrilátero. No ramo 5 (ou no 6) pôr-se-ia um gerador de corrente com seu interruptor; no ramo 6 (ou no 5) um galvanómetro com outro interruptor. Procurar-se-iam então, por tentativas, os valores que se deveriam dar às resistências variáveis para que o galvanómetro não acusasse corrente quando os interruptores estivessem fechados. Conseguir-se-ia esse resultado quando os produtos das resistências opostas do quadrilátero fossem iguais o que permitia conhecer o valor da resistência desconhecida.

Embora se tenham imaginado outros processos para medida de resistências, este avulta entre todos pela precisão que permite dar ao resultado. Se o galvanómetro for bastante sensível pode-se variar a resistência entre limites muito apertados e ter a certeza de que passa corrente ou não no ramo em que está colocado.

Wheatstone publicou as suas memórias sobre o assunto em 1843 (*Philosophical*

Transactions, II, 323) e em 1844 (*Poggendorff Annalen*, 62, pág. 535). O interêsse que despertou reflecte-se nos trabalhos que muitos outros cientistas publicaram nos anos subsequentes relacionados com o mesmo tema, como, por exemplo, Maxwell e Heaviside, em 1873; Gray, em 1888; Lehfeldt e Rayleigh, em 1891; e Kohlrausch, em 1898.

A montagem esquematizada na figura 1 ficou conhecida por «ponte de Wheatstone», designando-se, em particular, por «ponte», o ramo onde se coloca o galvanómetro.

7. A precisão da medida de uma resistência pelo processo da ponte de Wheatstone depende da sensibilidade do galvanómetro e esta por sua vez depende das resistências da montagem. O cálculo matemático permite chegar às seguintes conclusões. Suponhamos que se atingiu a situação em que $r_1 r_4 = r_2 r_3$ e que r_4 é a resistência desconhecida. Se, nestas condições, provocarmos uma pequena variação de r_3, por exemplo, o galvanómetro deverá indicar uma pequena variação de intensidade. Esta variação (mostra o cálculo) é máxima quando $r_1 = \sqrt{r_g \cdot r_0}$ e $r_2 = \sqrt{r_g \cdot r_4 \dfrac{r_0 + r_4}{r_g + r_4}}$, sendo r_g e r_0, respectivamente, as resistências do galvanómetro e do gerador.

Também interessa saber que a potência fornecida pelo gerador é máxima quando

$$r_0 = \frac{(r_1 + r_3)(r_2 + r_4)}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4}$$

e a sensibilidade do galvanómetro é máxima quando

$$r_g = \frac{(r_1 + r_2)(r_3 + r_4)}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4}.$$

A sensibilidade máxima da medida de uma resistência corresponderia ao caso ideal de todas as resistências serem iguais entre si:

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_g = r_0 .$$

8. Tudo o que temos exposto até aqui relativamente aos ramos 5 e 6 da figura 1 poderia aplicar-se a qualquer par de ramos dessa mesma figura desde que fossem conjugados, como o são o 5 e o 6. Quando, porém, se trata da utilização restrita das propriedades dos ramos conjugados para a medição das resistências segundo o processo de Wheatstone, então são exactamente aqueles ramos 5 e 6 os que nos interessa considerar. É neles que, como dissemos, se coloca o galvanómetro, num deles, e o gerador, no outro, ambos acompanhados de interruptores. Como conjugados que são é indiferente, em princípio, instalar o galvanómetro no ramo 6 e o gerador no ramo 5, ou este no ramo 6 e aquele no 5. Em princípio é indiferente mas, na prática, não é.

As duas situações correspondem aos esquemas das figuras 4 e 5. Repare-se, entretanto, em que o esquema da figura 5 corresponde exactamente ao da figura 6 com a vantagem de este permitir uma comparação mais fácil com o da figura 4. Vamos compará-los.

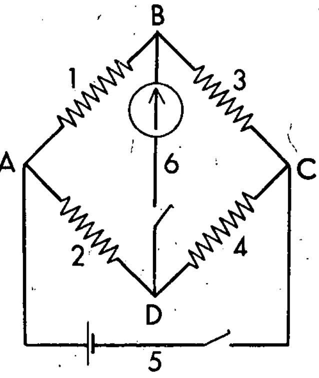

Fig. 4

Perguntar se é ou não indiferente a colocação do galvanómetro nos ramos 5 ou 6, e a do gerador nos ramos 6 ou 5, é o mesmo que perguntar se é ou não indiferente ligar os terminais do galvanómetro às intersecções das resistências 1-3, 2-4 (fig. 4) ou às intersecções das resistências 1-2, 3-4 (fig. 6)). Se as resistências r_1, r_2, r_3, r_4, r_0 e r_g fossem iguais (que é o caso ideal da máxima sensibilidade da medida, § 7) seria indiferente usar o esquema da figura 4 ou da figura 6, como é evidente. Mas a realidade é outra. A resistência do galvanómetro é, na generalidade dos casos, maior do que a do gerador. Quanto às quatro resistências do quadrilátero, no caso de serem todas ou algumas diferentes, como normalmente sucede, serão

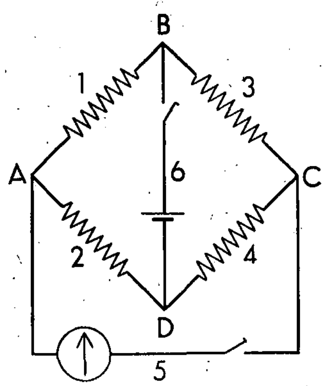

Fig. 5

duas maiores e duas menores, podendo mesmo serem iguais duas a duas. Como os produtos das resistências opostas têm de ser iguais para efeitos de medida pelo processo de Wheatstone, sucede que nunca as duas maiores

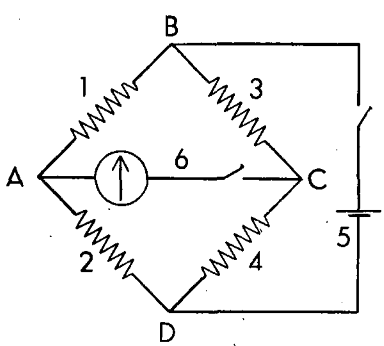

Fig. 6

poderão ser as opostas, nem também as duas menores. As maiores têm de ser adjacentes assim como as menores. No caso de serem iguais duas a duas, serão também duas maiores e duas menores, o que está contido no caso anterior.

A questão posta reduz-se portanto a saber se o galvanómetro deverá ficar ligado à intersecção das resistências maiores, de um lado, e das menores do outro, ou às intersecções das resistências maiores com as menores. A aplicação do cálculo numérico à determinação dos valores das intensidades das correntes que o galvanómetro indicará conforme o ramo em que estiver (para um dado gerador e dadas resistências r_1, r_2, r_3 e r_4), mostra que a montagem mais conveniente é a seguinte: *o ramo que contiver o condutor de maior resistência (galvanómetro ou gerador) deve ligar-se à intersecção das resistências maiores do quadrilátero, por um lado, e à intersecção das resistências menores, por outro. Como o galvanómetro tem, normalmente, resistência maior do que o gerador, será ele que deverá ficar ligado àquelas intersecções.*

9. Outro facto a considerar na medição de resistências por meio da ponte de Wheatstone, é o aquecimento provocado nos condutores pela passagem da corrente, pois a elevação de temperatura modifica o valor das resistências eléctricas. Este factor tem tanta importância que pode até suceder que a regra acabada de expor na alínea 8 perca a sua validade, isto é, pode deixar de ter interesse ligar o galvanómetro (no caso frequente de a sua resistência ser superior à do gerador) à intersecção das resistências maiores e à das menores do quadrilátero da montagem da figura 1.

Suponhamos um caso concreto em que a resistência do galvanómetro fosse superior à do gerador e em que as resistências, a frio, do quadrilátero, fossem $r_1 = 10\,\Omega$; $r_2 = 80\,\Omega$; $r_3 = 5\,\Omega$ e $r_4 = 40\,\Omega$. Os números estão escolhidos de modo que os produtos das resistências opostas tenham o mesmo valor ($r_1 \cdot r_4 = 400$; $r_2 \cdot r_3 = 400$). A montagem conveniente, segundo o que indicámos na alínea 8, seria com o galvanómetro ligado, por um lado, à intersecção das resistências menores, $10\,\Omega$ e $5\,\Omega$ (r_1 e r_3) e, por outro lado, à intersecção das resistências maiores, $80\,\Omega$ e $40\,\Omega$ (r_2 e r_4) (fig. 7).

Ligando os interruptores não deveria passar corrente na ponte (ramo BD) em consequência da igualdade daqueles produtos. Contudo, poderia passar. Vejamos porquê.

Se não passasse corrente em BD, a intensidade total I dividir-se-ia em duas partes: i, que percorreria o caminho ABC, de resistência $10\,\Omega + 5\,\Omega = 15\,\Omega$; e i', que percorreria o caminho ADC, de resistência $80\,\Omega + 40\,\Omega = 120\,\Omega$. Como a resistência de ADC é 8 vezes maior do que a de ABC, a corrente i' seria 8 vezes menor do que a

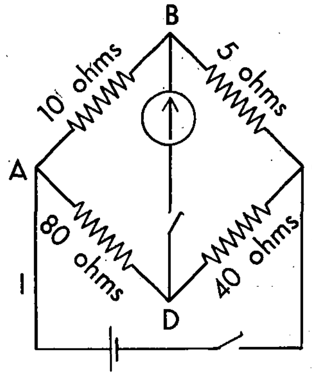

Fig. 7

corrente i. As resistências r_2 e r_4 seriam percorridas por uma corrente 8 vezes menor do que as resistências r_1 e r_3. Bastaria esta diferença para que o aquecimento das resistências fosse diferente e, portanto, para que os seus valores, com o circuito fechado, já não satisfizessem à igualdade dos produtos das resistências opostas do quadrilátero. Mas, além disto, podem as resistências serem construídas de metais ou ligas diferentes e, alguma ou algumas delas, sofrerem notável variação de resistência em relação às restantes.

Se, neste exemplo numérico, ligássemos antes o gerador, em vez do galvanómetro, aos terminais BD, o resultado da medida da resistência que estivéssemos praticando seria mais correcto. De facto (fig. 8) a corrente do gerador, ao chegar a B, dividia-se em duas parcelas, uma i'' que percorreria o caminho BAD, de resistência $10\,\Omega + 80\,\Omega = 90\,\Omega$; e outra, i''', que percorria o caminho BCD, de resistência $5\,\Omega + 40\,\Omega = 45\,\Omega$. Como a resistência de BAD era o dobro da resistência de BCD, a corrente i''' seria o dobro de i''. As duas metades do quadrilátero eram percorridas, neste caso, por correntes cujas intensidades eram o dobro uma da outra, enquanto no caso anterior uma das correntes tinha a intensidade 8 vezes maior do que a outra. Reparando nos números dados reconhece-se até que a resistência r_1 é, no caso da figura 7, percorrida por uma corrente 8 vezes maior do que a resistência r_4 e, no caso da figura 8, a mesma resistência r_1 é percorrida por uma corrente cuja intensidade é metade da que percorre r_4. As consequências das duas montagens (figs. 7 e 8) são, portanto, muito diferentes.

O inconveniente que resulta do aquecimento das resistências pela passagem da corrente ficaria idealmente anulado no caso de as resistências do quadrilátero serem iguais e feitas do mesmo material. Na impossibilidade de se trabalhar nesta situação

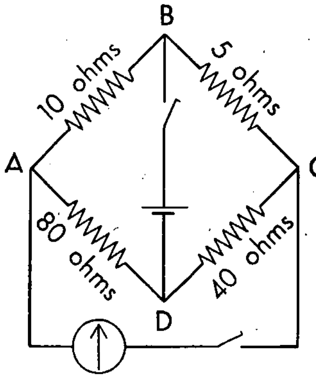

Fig. 8

óptima, convém que os valores das resistências utilizadas sejam o mais próximo possível umas das outras e que, pelo menos, aquelas três resistências do quadrilátero que se consideram conhecidas para efeitos da determinação do valor da quarta resistência, sejam feitas da mesma substância.

10. Uma das maneiras de avaliar a resistência dos condutores por meio da ponte de Wheatstone consiste em utilizar a chamada *caixa em ponte*. Trata-se de uma caixa onde estão instaladas três filas de resistências cuja disposição e valores se vêem indicados na figura 9.

A caixa comporta quatro terminais (A, B, C, D) que correspondem aos quatro vértices do quadrilátero das figuras anteriores. A resistência cujo valor se pretende

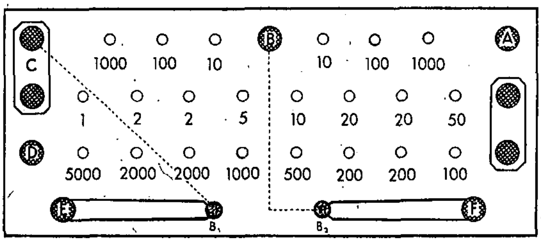

Fig. 9

conhecer liga-se a A e a D ficando montada em série com as restantes. O galvanómetro liga-se a B e ao terminal oposto, D. Em vez de se utilizar realmente o terminal B, é preferível fazer a respectiva ligação ao terminal (F) de um interruptor (que se põe em comunicação com aquele premindo o botão B_2) e que faz parte da própria instalação da caixa evitando assim o emprego de um interruptor auxiliar. O gerador liga-se a A e ao seu oposto C, ou melhor, ao terminal E de um interruptor que está ligado a C, e com o qual se trabalha premindo o botão B_1.

O galvanómetro é ligado a B e D por duas razões: 1) porque estamos a supor o caso mais frequente de a resistência do galvanómetro ser superior à do gerador; 2) porque, pela maneira como a caixa está montada, podemos fazer as resistências AB e BC iguais entre si e reservar CD para resistência variável. As duas que são iguais entre si serão forçosamente as duas maiores ou as duas menores e, portanto, ficará o galvanómetro instalado de acordo com a conveniência citada no § 8.

É essencial, no manejo da caixa, que as cravelhas estejam fortemente introduzidas nos respectivos orifícios [1]. A falta de cumprimento desta obrigação é motivo frequente de erros na medida de resistências.

Depois de montado o circuito introduzem-se resistências iguais nos ramos AB e BC da caixa, cujo valor seja o mais próximo possível do valor da resistência desconhecida, se porventura se fizer ideia da sua ordem de grandeza. Se não se fizer ideia, tenta-se. Feito isso introduz-se um valor da mesma ordem dos anteriores na resistência variável CD e estabelecem-se os contactos dos interruptores, primeiro o do gerador e depois o do galvanómetro para evitar o efeito das extra-correntes no instrumento de medida. (A abertura dos interruptores faz-se por ordem inversa). Observa-se o desvio no galvanómetro (que deverá estar chantado) e procura-se anular a corrente que passa por ele. Depois de conseguido isso e de se conhecer já, portanto, um valor bastante aproximado da resistência a medir, deve-se recomeçar o trabalho escolhendo, se for possível, as resistências dos ramos AB e BC que mais se aproximem do valor que se está determinando.

Como as resistências daqueles ramos são apenas três (10Ω, 100Ω e 1000Ω) resulta que só em casos muito excepcionais poderíamos tirar proveito deste dispositivo, quando as resistências a medir tivessem valores muito próximos daqueles, ou os próprios, para fugirmos aos erros causados pelo aquecimento das bobinas. Podemos reduzir muito estes erros empregando um gerador de tensão baixa, um elemento de pilha Leclanché, por exemplo, ou um elemento de pilha seca. A este gerador ainda se pode ligar um reóstato, em série, para diminuir a intensidade da corrente lançada na caixa.

11. Como o valor mínimo das resistências do ramo maior da caixa em ponte é de 1 ohm, e a totalidade das resistências desse ramo perfaz 11110 ohms, é possível, es-

(1) Na figura 9 estão representados os orifícios onde entram as cravelhas.

colhendo convenientemente as 16 resistências que compõem esse ramo, introduzir no circuito todos os valores inteiros sucessivos, desde 1 até 11110. Podemos, portanto, efectuar medidas de resistência, com a caixa em ponte, dentro daqueles largos limites. As possibilidades, porém, não terminam aqui. Combinando convenientemente o par de resistências introduzidas nos ramos menores, podemos prolongar as medidas até décimos e centésimos de ohm.

Suponhamos que para efectuar a medida de uma resistência introduzíamos 10 ohms em cada um dos ramos menores e que verificávamos que o galvanómetro acusava respectivamente um desvio de 0,5 divisões para a esquerda e de 0,6 para a direita conforme se introduziam 23 ohms ou 24 ohms no ramo maior da caixa. Concluiríamos que o valor da resistência a medir estaria contido entre 23 e 24 ohms. Para conhecermos a fracção decimal do ohm no valor dessa medida introduziríamos 230 ohms (23×10) no ramo maior; no ramo menor oposto a este, AB, mantínhamos os 10 ohms e no outro menor, BC, introduzíamos 100 ohms. Se, nestas condições, o galvanómetro parecesse manter-se no zero concluiríamos que a resistência desconhecida valia 23,0 ohms. Se o galvanómetro não indicasse rigorosamente o zero, iríamos aumentando a resistência do ramo maior para 231 ohms, 232, 233, etc., até anularmos a corrente na ponte. Se isso sucedesse, suponhamos, com 234 ohms, diríamos que a resistência valia 23,4 ohms pois o seu valor seria dado por $\dfrac{234 \times 10}{100}$.

Se quiséssemos a aproximação de centésimas introduziríamos, nos ramos menores, resistências de 10 ohms e 1000 ohms. A caixa em ponte fica assim com um possível âmbito de medidas de resistências desde $0{,}01\,\Omega$ até $11110\,\Omega$.

12. Quando os estudantes liceais recorrem à caixa em ponte para efectuarem a medida de uma resistência é muito frequente chamarem o professor para lhe dizerem que o galvanómetro deve estar estragado porque marca sempre o mesmo quer introduzam, no ramo maior da caixa, uma resistência de 100 ohms, quer de 1000, de 2000 ou de 5000.

Este facto, que realmente se observa, tem a sua justificação. Como vimos (§ 4) a diferença de potencial entre os terminais da ponte onde está ligado o galvanómetro é dada pela expressão

$$V_B - V_D = \left(\frac{r_2}{r_2 + r_4} - \frac{r_1}{r_1 + r_3}\right)(V_A - V_C).$$

Suponhamos que, para efectuar a medida de uma resistência, fazemos $r_1 = r_3$ (usando as letras de acordo com as figuras anteriores, por exemplo, a figura 4), e suponhamos ainda que r_4 é a resistência desconhecida, sendo portanto r_2 a resistência que vamos sujeitar a variações. Se $r_1 = r_3$ o cociente $\dfrac{r_1}{r_1 + r_3}$ da expressão anterior fica igual a 1/2 e, portanto:

$$V_B - V_D = \left(\frac{r_2}{r_2 + r_4} - \frac{1}{2}\right)(V_A - V_C).$$

Se a resistência desconhecida (r_4) for pequena, os valores da fracção $\dfrac{r_2}{r_2 + r_4}$ pouco diferem à medida que se for aumentando r_2. Se, por exemplo, r_4 valesse 20 ohms, aquela fracção daria 0,7 para $r_2 = 50$ e daria 0,99 para $r_2 = 5000$. Numa variação tão ampla de resistência, desde 50 ohms a 5000 ohms, a diferença entre os valores daquela fracção era apenas de cerca de 0,3. Para aqueles valores $r_2 = 50\,\Omega$ e $r_4 = 20\,\Omega$ a expressão anterior dá:

$$V_B - V_D = 0{,}2\,(V_A - V_C).$$

Para $r_2 = 5000\,\Omega$ e $r_4 = 20\,\Omega$, dá

$$V_B - V_D = 0{,}5\,(V_A - V_C).$$

Conclui-se que para uma grande variação da resistência r_2 (suposta pequena a resistência r_4) a variação da tensão $V_B - V_D$ nos terminais do galvanómetro é muita pequena, podendo passar despercebido o fraco desvio do ponteiro do instrumento.

13. A ponte de Wheatstone também pode ser utilizada para medir a resistência dos próprios galvanómetros e a resistência interior dos geradores hidroeléctricos, colocando qualquer desses objectos no ramo destinado à resistência desconhecida. As figuras 10 e 11 referem-se a essas montagens.

Na figura 10 (medida da resistência de um galvanómetro) quando se fecha o interruptor 2 (deixando 1 aberto), a corrente debitada pelo elemento E, divide-se, ao chegar a A, pelos ramos ABC e ADC.

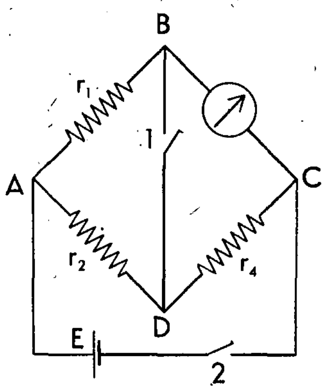

Fig. 10

A agulha do galvanómetro marcará assim um certo desvio. Se, de seguida, fecharmos o interruptor 1 (continuando o 2 fechado) sucederá que uma fracção da corrente se desvia para a ponte BD, excepto se o potencial de B for igual ao de D. É isso exactamente o que se pretende. O trabalho consiste, portanto, em variar as resistências r_1, r_2 e r_4 de tal modo que o galvanómetro indique o mesmo desvio quer o interruptor 1 esteja aberto quer esteja fechado. Quando isso suceder será $V_B = V_D$ e, portanto, $r_1 \cdot r_4 = r_2 \cdot r_g$, sendo r_g a resistência do galvanómetro que se pretende conhecer.

Na figura 11 (medida da resistência interior de um elemento E) procura-se anàlogamente variar as resistências r_1, r_2 e r_4 de tal modo que o galvanómetro acuse sempre o mesmo desvio (estando 2 fechado) quer o interruptor 1 esteja aberto quer fechado. Será então $r_1 \cdot r_4 = r_2 \cdot r_0$ sendo r_0 a resistência interior do gerador hidroeléctrico que se pretende conhecer. Este método de medida chama-se *método de Mance.*

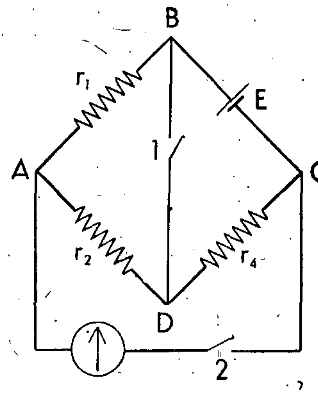

Fig. 11