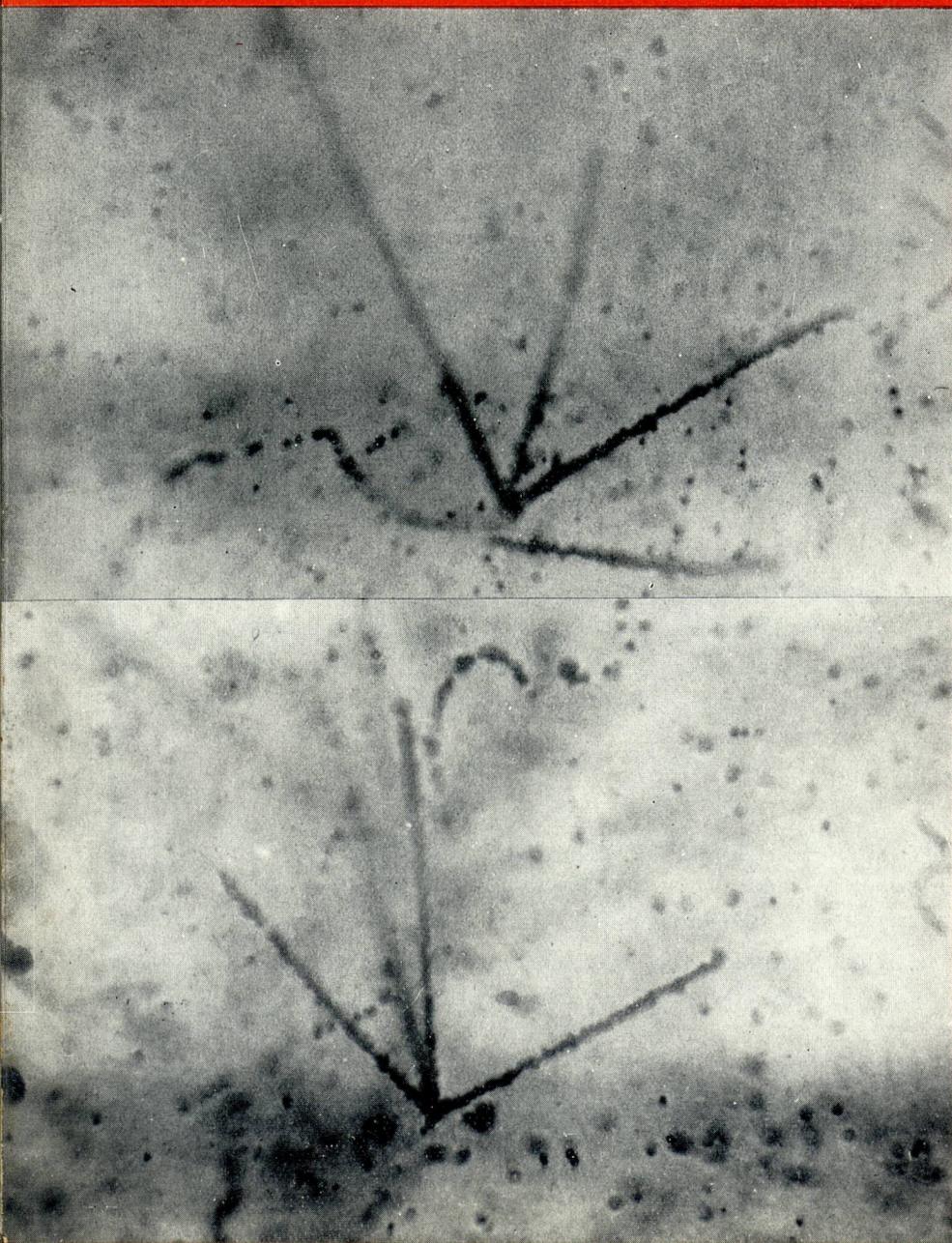


# GAZETA DE FISICA

RÉVISTA DOS ESTUDANTES DE FÍSICA  
E DOS FÍSICOS E TÉCNICO-FÍSICOS PORTUGUESES

VOL. IV, FASC. 4  
ABRIL 1963



Trajectórias de partículas  $\alpha$   
do Th X e seus descendentes,  
numa emulsão nuclear (foto-  
grafia obtida no Laboratório  
de Física da Faculdade de  
Ciências de Lisboa)

VOL. IV

# GAZETA DE FÍSICA

FASC. 4

ABRIL — 1963

PUBLICAÇÃO TRIMESTRAL DESTINADA AOS ESTUDANTES DE FÍSICA E AOS FÍSICOS E TÉCNICO-FÍSICOS PORTUGUESES • VOLUMES PUBLICADOS :  
VOL. I — 1946 A 1948 — IX FASCÍCULOS — 288 PÁGINAS  
VOL. II — 1948 A 1953 — X FASCÍCULOS — 280 PÁGINAS  
VOL. III — 1953 A 1960 — IX FASCÍCULOS — 276 PÁGINAS

---

## S U M Á R I O

---

O ensino elementar da Cinemática por meio de gráficos, <i>por Rómulo de Carvalho</i> . . . . .	97
A estrutura interna da Terra, <i>por R. O. Vicente</i> . . . . .	111
Progressos recentes em Física Corpuscular ( <i>Continuação do número anterior</i> ) . . . . .	114
Antologia . . . . .	121
Pontos de Exame — Exames Universitários (Física) . . . . .	124
Boletim bibliográfico . . . . .	127
Noticiário . . . . .	128

---

*A matéria de cada artigo é tratada sob a inteira responsabilidade do autor*

---

COMISSÃO DE REDACÇÃO: — Rómulo de Carvalho — Lidia Salgueiro  
— José V. Gomes Ferreira — Maria Helena Sampaio Carepa  
— F. Bragança Gil — J. Sousa Lopes — Maria Teresa Gonçalves

★

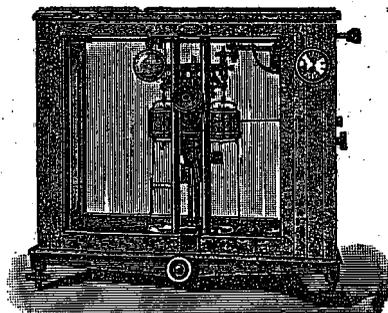
PROPRIEDADE E EDIÇÃO: GAZETA DE MATEMÁTICA, LDA. \* CORRESPONDÊNCIA: GAZETA DE FÍSICA — LABORATÓRIO DE FÍSICA DA FACULDADE DE CIÊNCIAS DE LISBOA — RUA DA ESCOLA POLITÉCNICA — LISBOA \* NÚMERO AVULSO: ESC. 15\$00 \* ASSINATURA DE 4 NÚMEROS: PORTUGAL, ESC. 50\$00; ESTRANGEIRO, ESC. 70\$00 \* DISTRIBUIÇÃO PARA AS LIVRARIAS: RUA DAS CHAGAS, 17-1.º, D, TELEFONE 366917, LISBOA

# PIMENTEL & CASQUILHO, L.<sup>DA</sup>

INSTRUMENTOS DE PRECISÃO

BALANÇAS DE PRECISÃO E ANALÍTICAS,  
CAIXAS DE PESOS, LUPAS, TERMÓMETROS,  
DENSÍMETROS, CONTA-SEGUNDOS

MATERIAL DE VIDRO,  
PÓRCELANA E QUARTZO



RUA DO JARDIM DO REGEDOR, 24-2.º

LISBOA

TELEF.: 324314 • TELEG.: TEGNA



## KORES, LDA.

*FÁBRICA DE:*

- PAPEIS QUÍMICOS
- FITAS PARA MÁQUINAS
- STENCILS
- TINTAS PARA DUPLICADORES

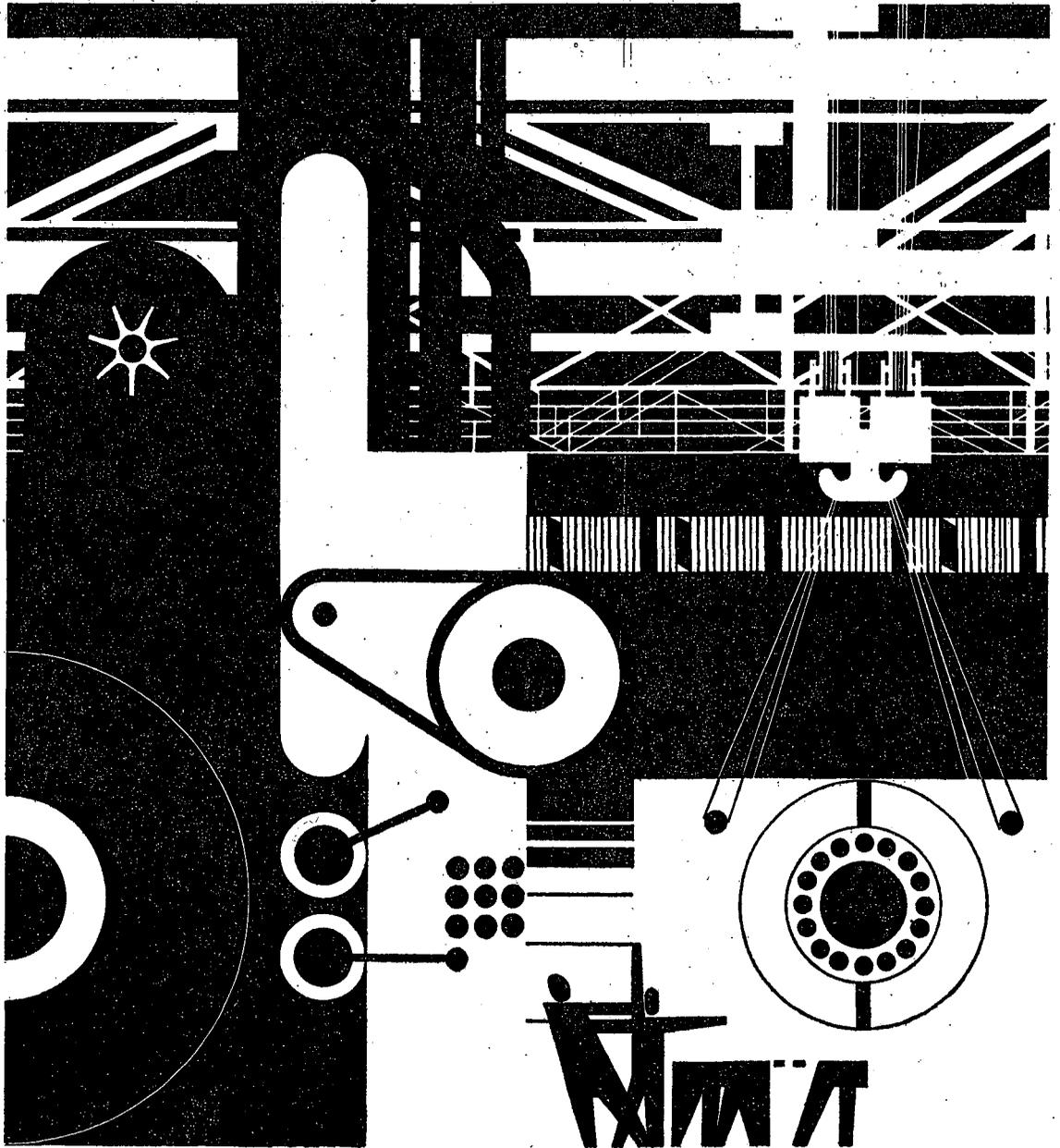
CABO RUIVO

LISBOA



A SHELL PORTUGUESA TEM, A DISPOSIÇÃO DAS GRANDES EMPRESAS, PESSOAL ESPECIALIZADO EM TODOS OS PROBLEMAS OU NECESSIDADES DA INDÚSTRIA, E OFERECE-LHES UMA GAMA, SEMPRE EM AUMENTO, DE PRODUTOS CUJA QUALIDADE É GARANTIDA POR UMA LONGA EXPERIÊNCIA E PELO TRABALHO CONTÍNUO DE LABORATÓRIOS E CENTROS DE PESQUISAS ESPALHADOS POR TODO O MUNDO.

**SHELL PORTUGUESA, S.A.R.L.**



## O ensino elementar da Cinemática por meio de gráficos

Em 1956, um grupo de professores americanos, universitários e do ensino médio, resolveu organizar e publicar um curso de Física destinado à iniciação desta ciência. Designa-se esse grupo por *Physical Science Study Committee* (PSSC) e é constituído por algumas das maiores notabilidades que exercem o ensino da Física nos Estados Unidos ou que estão interessadas no seu desenvolvimento. Dentre eles avultam, pela sua categoria profissional e pela intervenção permanente e superior que tiveram na organização deste curso, os professores Jerrold R. Zacharias e Francis L. Friedman, ambos do Departamento de Física do Instituto de Tecnologia de Massachusetts.

A elaboração do curso, a sua planificação, os ensaios a que foi sujeito, a sua discussão, a redacção do texto, consumiram quatro anos de trabalho e exigiram a colaboração de centenas de especialistas, na sua maioria professores, a que se juntaram investigadores, fotógrafos e desenhadores.

O curso foi escrito, modificado, novamente escrito, e assim seguidamente, em sucessivas redacções, até se considerar excelente. Antes de publicado foi experimentado em 1500 escolas dos Estados Unidos sobre uma totalidade de 80 000 alunos.

Deste trabalho, sério e monumental, resultou a obra intitulada *Physics* editada por D. C. Heath and Company, Boston, Massa-

chusetts, com 700 páginas de grande formato, primorosamente ilustrada<sup>(1)</sup>.

Independentemente desta obra, mas em complemento dela, foi também publicado um Guia de Laboratório que acompanha a exposição do texto.

É claro que um livro organizado em condições tão excepcionais tem que ser necessariamente bom. E é. Pelo seu aspecto torna-se um prazer lê-lo, e pelo seu conteúdo é uma permanente fonte de sugestões didácticas e de esclarecimentos e ensinamentos de toda a ordem.

Apesar de todas as excelências, inegáveis, não podemos subtrair-nos, nalguns passos da sua leitura, a certa surpresa não só no tratamento de alguns pormenores como na própria planificação do trabalho. Sem dúvida que o nosso ambiente pedagógico é notavelmente distinto do correspondente americano e que a essa diferença se pode atribuir certo grau daquela referida surpresa. Contudo, mesmo esforçando-nos por entender o ambiente em que esse ensino decorrerá, ficamos indecisos sobre a validade de algumas atitudes didácticas.

A surpresa que sentimos torna-se mais relevante na apreciação dos conhecimentos matemáticos que o ensino da Física exige.

(1) Há edição, em língua espanhola, da Editorial Reverté.

Entende-se que uma iniciação da Física, embora com características tão acentuadamente práticas e experimentais como estas, exija certa preparação matemática e, na verdade, abundam em todo o curso as expressões matemáticas e as aplicações numéricas. A leitura do texto, porém, deixa a impressão de que o estudante vai adquirindo os conhecimentos matemáticos à medida que necessita deles e que não tem nenhuma preparação nesse sentido mesmo ao nível elementar. Por exemplo, logo de início, ao tratar-se das medidas de tempo (cap. 2.º, § 7), indica-se, a propósito, quantos segundos decorreram, até hoje, desde que apareceu o primeiro animal sobre a superfície sólida da Terra. Esse número de segundos corresponde a 12 seguido de quinze zeros. Após isto diz-se quanto tempo leva um raio de luz a atravessar o vidro de uma janela, o que corresponde a uma fracção de segundo cujo numerador é 1, e o denominador o algarismo 1 seguido de onze zeros. Dir-se-ia que o motivo por que os autores da obra apresentam estes exemplos fosse o de provocarem uma oportunidade para ensinarem as potências de 10. Realmente, em pouco mais de uma página ensinam, como se fosse a primeira vez que os alunos recebessem tais conhecimentos, as potências de 10 de expoente positivo e negativo, a multiplicação e divisão dessas potências e a soma de produtos em que um dos factores é uma potência de 10.

Oito páginas adiante estão os autores estudando as medidas de comprimento, ensinando a avaliar distâncias por triangulação. Supondo que querem medir a largura de um rio (Cap. 3.º, § 2), constroem dois triângulos convenientes recorrendo à relação de proporcionalidade directa entre os lados homólogos. Conclui-se, portanto, que os estudantes já conhecem essas regras, como seria admissível, visto não estarem ali expostas. Apesar disso, é a seguir, no Cap. 4.º, § 1, que se vai explicar o que é uma proporcionalidade directa em termos tão minuciosos como se os estudantes desconhecessem o assunto por completo.

Ultrapassando repentinamente a elementaridade destes conhecimentos, já vamos encontrar, pouco mais adiante, o conceito de «velocidade de um móvel num dado instante», com a expressão matemática  $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta d}{\Delta t}$ .

Num intervalo de 26 páginas vai-se da apresentação da proporcionalidade directa à noção de limite, o que é surpreendente, acentuando que as 26 páginas não são de exposição matemática mas de Física onde, de longe em longe, surge um recurso à Matemática.

Da leitura deste curso interessou-nos especialmente o estudo da Cinemática todo baseado em representações gráficas. Encontrámos-lhe vários pormenores de que discordámos e que seria fastidioso e inútil apontar. Confunde-se, por exemplo, a distância percorrida por um móvel durante um certo intervalo de tempo, com a distância a que o móvel se encontra do ponto de partida, ao fim desse mesmo tempo (caso da figura 15 no Cap. 5.º).

A leitura desse capítulo despertou-nos o gosto de redigir as páginas que se seguem, aproveitando a linha geral da exposição do curso americano e adaptando-a ao nosso modo de expôr. À margem do horário das aulas do Liceu em que trabalhamos, reunimos um grupo de alunos bem dotados, do 6.º ano, e fizemos-lhes uma lição dentro destes moldes, que nos pareceu proveitosa. É o que apresentaremos na continuação.

#### A) Estudo dos gráficos espaço-tempo

1. Quando um corpo se desloca mantendo sempre o mesmo valor numérico da velocidade dizemos que o seu movimento é *uniforme*; no caso contrário dizemos que é *variado*.

Falemos primeiro do movimento uniforme.

Se formos de automóvel e virmos que, durante um longo trajecto, o ponteiro do marcador das velocidades indica *sempre* 60 km/h, saberemos que o nosso carro se desloca com movimento uniforme e que, se

assim se mantivesse, andaria 60 km em cada hora, 30 km em meia hora, 15 km em um quarto de hora, 1 km em cada minuto, e ser-nos-ia sempre fácil saber que espaço percorreria num dado intervalo de tempo, e também quanto tempo gastaria para andar um certo percurso. Quando um movimento é uniforme não há dificuldade em resolver tais problemas porque, por ser uniforme, os espaços percorridos hão-de ser directamente proporcionais aos tempos gastos em percorrê-los. Representando por  $e$  qualquer espaço percorrido, e por  $t$  o tempo gasto em percorrê-lo, os valores de  $e$  serão directamente proporcionais aos valores de  $t$ , o que se exprime escrevendo

$$\frac{e}{t} = \text{constante}$$

Esta constante, cujo valor se obtém dividindo o espaço andado pelo tempo gasto, é exactamente a velocidade de que o móvel vai animado. Se a representarmos por  $v$  escreveremos

$$\frac{e}{t} = v$$

ou então

$$e = vt$$

que chamaremos *equação do espaço andado por um corpo com movimento uniforme*

Quanto maior for o valor de  $t$ , maior será, evidentemente, o respectivo valor de  $e$ .

2. Podemos fazer a representação gráfica desta equação (fig. 1) traçando dois eixos coordenados rectangulares, marcando num deles os valores dos espaços percorridos ( $e$ ) e no outro os valores dos tempos gastos em percorrê-los ( $t$ ).

Suponhamos que o corpo considerado percorria 50 m em 1 minuto, 100 m em 2 minutos, 150 m em 3 minutos, e que assim continuava, nesse ritmo, com movimento uniforme. A linha representativa do movimento seria a recta  $OA$ . (O ponto  $O$ , que é a origem das coordenadas, corresponde a  $t=0$  e a  $e=0$ , o que significa que o corpo,

no instante «zero», isto é, no momento em que se iniciou a contagem do tempo, ainda não tinha começado a mover-se).

Concluiremos que o gráfico espaço-tempo de um movimento uniforme é uma linha recta.

3. Se quisermos conhecer o valor da velocidade de que o móvel vai animado também o gráfico nos poderá informar. Bastará olhar para ele para vermos imediatamente

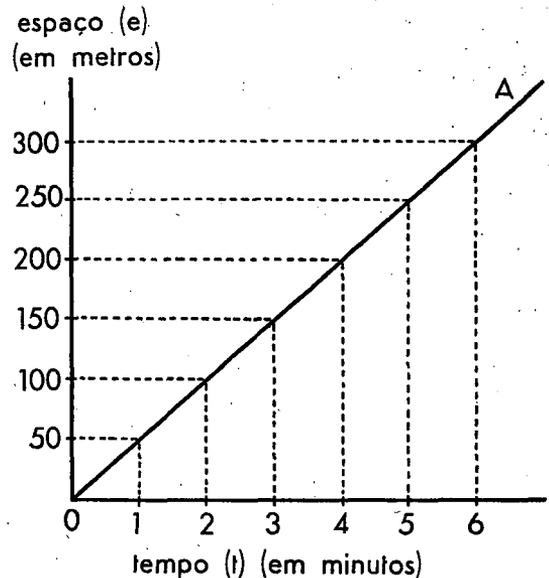


Fig. 1

que o móvel andou 50 m em 1 minuto e que, portanto, a sua velocidade vale 50 metros por minuto (50 m/min). Mas poderíamos chegar ao mesmo resultado servindo-nos de outros valores inscritos nos eixos coordenados. Por exemplo: entre os tempos 3 e 5 (ou seja, 2 minutos) o móvel andou um percurso compreendido entre 150 m e 250 m (ou seja, 100 m). A sua velocidade é, portanto, de 100 metros em 2 minutos, ou seja 50 m/min, como já sabíamos.

O cálculo da velocidade pode ser feito recorrendo a quaisquer dois pontos da recta  $OA$ . Repare-se na figura 2 em que repetimos o mesmo gráfico da figura 1 mas sem traçarmos as linhas que serviram para determinar

os pontos da recta  $OA$ . Marcámos, nessa linha, dois pontos quaisquer,  $P$  e  $Q$ , e a partir deles vamos calcular a velocidade do móvel.

Para isso tracemos os segmentos  $PR$  e  $QR$  respectivamente paralelos aos eixos  $t$  e  $e$ .

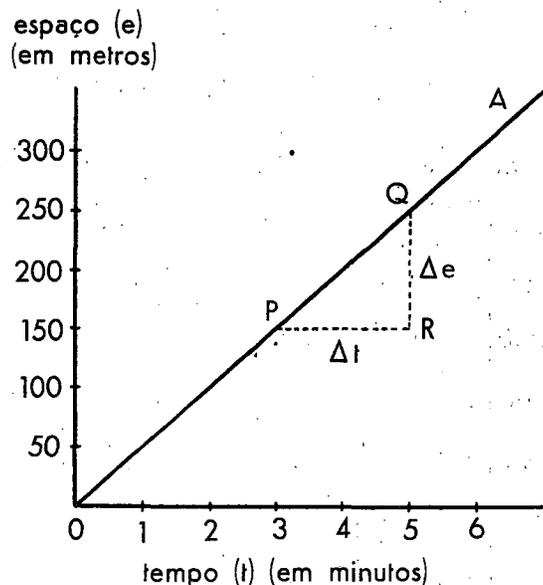


Fig. 2

O segmento  $QR$  corresponde a um certo espaço (250m–150m) que representaremos, em geral, por  $\Delta e$  (delta  $e$ ); o segmento  $PR$  corresponde ao intervalo de tempo (5min–3min) gasto em percorrer o espaço  $\Delta e$ . Representêmo-lo por  $\Delta t$  (delta  $t$ ). A velocidade do móvel será dada, em geral, pelo quociente  $\frac{\Delta e}{\Delta t}$  (que neste caso, é igual a 50 m/min) (1). Poderíamos assim escrever:

$$v = \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

4. A razão entre os segmentos  $QR$  e  $PR$  (ou seja, entre  $\Delta e$  e  $\Delta t$ ) é aquilo a que

(1) O símbolo  $\Delta e$  representa, em geral, uma diferença de espaços percorridos; e o símbolo  $\Delta t$  uma diferença de tempos gastos.

costuma chamar-se o *declive* da recta ( $OA$ ). Numa rua ou numa estrada que sobe é costume falar-se em declive para dar a entender-se a inclinação da subida é muito ou pouco acentuada. Quando percorremos uma rampa, passando de um nível inferior para outro superior, subimos um tanto na vertical e avançamos um tanto na horizontal. Quem subisse uma rampa que fosse representada pela recta  $OA$  da figura 2, e caminhasse desde  $P$  até  $Q$ , quando chegasse a  $Q$  teria subido o comprimento  $\Delta e$  na vertical e avançado o comprimento  $\Delta t$  na horizontal. O declive da rampa seria dado pelo quociente  $\frac{\Delta e}{\Delta t}$ .

Concluimos que no gráfico da equação do movimento uniforme  $e = vt$ , o declive da recta representativa indica a velocidade do móvel.

5. Com os conhecimentos que já adquirimos será fácil interpretar o movimento representado no gráfico da figura 3. Significa

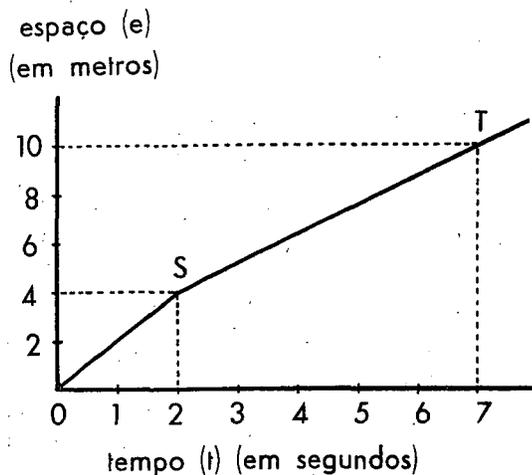


Fig. 3

que um certo móvel percorreu 4 metros em 2 segundos, com movimento uniforme de velocidade igual a 2 m/s ( $= \frac{4 \text{ m}}{2 \text{ s}}$ ), e que ao fim desses 2 segundos mudou a velocidade

constante, que levava, para outro valor passando a percorrer  $10\text{ m} - 4\text{ m} = 6\text{ m}$  em  $7\text{ s} - 2\text{ s} = 5\text{ s}$ . Agora a sua velocidade, também constante durante essa parte do trajecto, valia  $1,2\text{ m/s}$  ( $= \frac{6\text{ m}}{5\text{ s}}$ ).

Bastaria reparar em que o segmento  $ST$  faz, com o eixo dos tempos, um ângulo menor do que o segmento  $OS$ , para se concluir que a velocidade correspondente a  $ST$  era menor do que a correspondente a  $OS$ . Como o declive dos dois segmentos é diferente conclui-se que o movimento foi executado com velocidades diferentes. A maior velocidade corresponde ao declive maior.

6. Observemos agora o gráfico da figura 4. Que significará?

Significa que um certo móvel começou a deslocar-se com movimento uniforme percor-

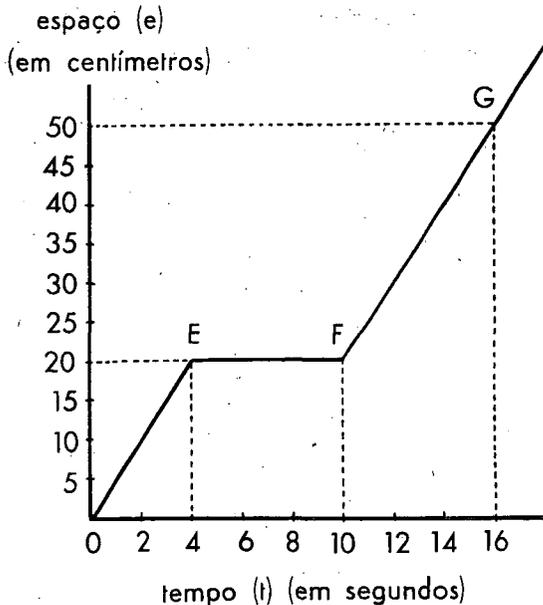


Fig. 4

rendo  $20\text{ cm}$  em  $4\text{ s}$ , com a velocidade constante de  $5\text{ cm/s}$  ( $= \frac{20\text{ cm}}{4\text{ s}}$ ) (segmento  $OE$ ).

Ao fim de  $4$  segundos parou (ponto  $E$ ) e esteve parado durante  $6$  segundos ( $= 10\text{ s} - 4\text{ s}$ ).

Realmente o segmento  $EF$  significa que o móvel esteve parado visto ser paralelo ao eixo dos tempos, isto é, enquanto o tempo decorreu desde  $4$  segundos até  $10$  segundos, o espaço percorrido manteve-se constante ( $20\text{ cm}$  em  $E$ , ou em  $F$ , ou em qualquer ponto de  $EF$ ). O móvel esteve, portanto, parado. Ao fim de  $10$  segundos voltou a andar e percorreu então  $30\text{ cm}$  ( $= 50\text{ cm} - 20\text{ cm}$ ) em  $6\text{ s}$  ( $16\text{ s} - 10\text{ s}$ ), com movimento uniforme de velocidade constante igual a  $5\text{ cm/s}$  ( $= \frac{30\text{ cm}}{6\text{ s}}$ ). Quer dizer que

o móvel retomou o seu movimento exactamente com a mesma velocidade que tivera antes, o que aliás se concluiu imediatamente do gráfico por o segmento  $FG$  ser paralelo a  $OE$ , isto é, por o declive de  $FG$  ser o mesmo de  $OE$ .

7. Consideremos agora o caso representado na fig. 5. Ai as grandezas cujos valores estão assinalados nos eixos coordenados continuam a ser o espaço e o tempo, mas a linha ( $L$ ) traçada já não é recta nem poligonal. É curva.

Se a linha é curva isso significará que o movimento de que se trata não é uniforme, isto é, a velocidade não tem valor constante. De facto vê-se, por exemplo, no gráfico que o móvel andou  $12\text{ km}$  em  $10$  minutos, mas que, em  $30$  minutos, que é triplo do intervalo de tempo, não andou o triplo do espaço, que seria  $36\text{ km}$ . Andou  $20\text{ km}$ .

Concluiremos que *um movimento é variado quando o seu gráfico espaço-tempo for uma linha curva.*

8. Se o movimento representado na fig. 5 é variado poderemos perguntar quanto valerá, por exemplo, a sua velocidade correspondente ao ponto  $A$ ? Talvez, depois do que dissemos, haja a tentação de responder que vale  $\frac{12\text{ km}}{10\text{ min}}$ , ou seja  $72\text{ km/h}$ , mas fã-

cilmente se perceberá que não é assim. O que o gráfico informa é que o móvel andou  $12\text{ km}$  em  $10$  minutos mas isso não quer dizer, de

modo nenhum, que ao fim dos 10 minutos a sua velocidade fosse de  $\frac{12 \text{ km}}{10 \text{ min}}$ , isto é, 72 km/h. Se o automóvel em que passamos gastar uma hora para percorrer 50 km, por

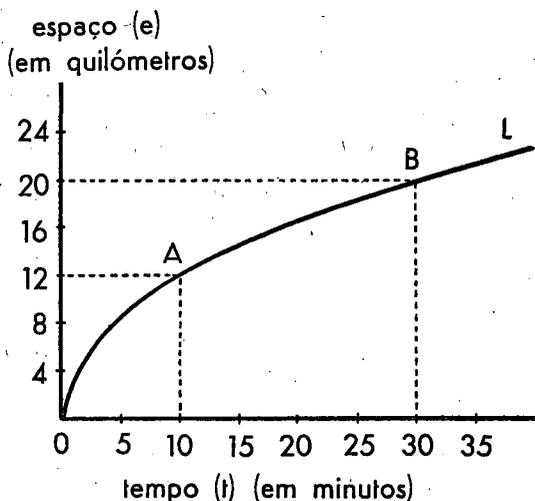


Fig. 5

exemplo, isto não significa que ao fim de uma hora o marcador das velocidades esteja indicando 50 km/h. O nosso automóvel teria andado umas vezes mais depressa, outras vezes mais devagar, conforme as conveniências e as necessidades, mas, no total, teria percorrido 50 quilómetros em 1 hora. Num caso destes diremos que a *velocidade média* do automóvel foi de 50 km/h, o que não significa que andasse 50 km em 1 hora, nem 25 km em meia hora nem 5 km em 6 minutos.

Chamamos *velocidade média* à velocidade (*constante*) com que um corpo deveria percorrer um certo espaço, *com movimento uniforme*, para gastar o mesmo tempo que realmente gastou percorrendo esse espaço com a sua velocidade variável, conforme era.

Assim, voltando ao gráfico da fig. 5 e verificando que o ponto A corresponde a um espaço *total* de 12 km percorrido num tempo *total* de 10 minutos, podemos concluir que a *velocidade média* do móvel durante esse intervalo de tempo vale  $\frac{12 \text{ km}}{10 \text{ min}}$ , ou

seja 72 km/h. O que não sabemos é quanto vale a velocidade no instante correspondente ao ponto A, isto é, 10 minutos depois de ter iniciado o movimento.

Na fig. 6 repetimos o gráfico da fig. 5 e acrescentámos apenas um segmento de recta que vai de O a A, para mostrarmos que, se o móvel percorresse os 12 km em 10 minutos *com movimento uniforme*, o gráfico espaço-tempo seria esse segmento de recta OA. A *velocidade constante* do móvel seria dada por  $\frac{\Delta e}{\Delta t} = 72 \text{ km/h}$ . Esse seria o valor da *velocidade média* do movimento variado de que estamos tratando, relativo àquele intervalo de tempo.

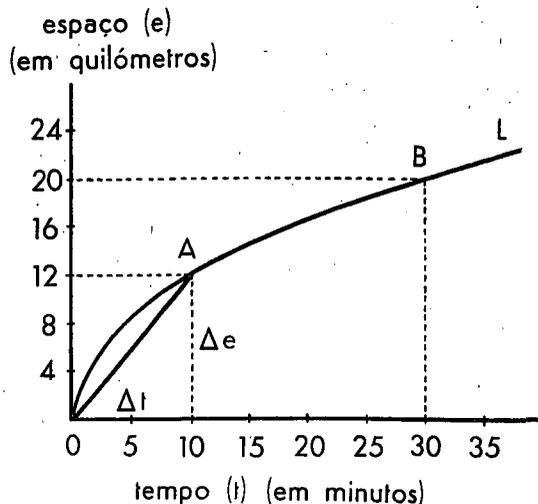


Fig. 6

9. Mas não será possível conhecer realmente a velocidade que o móvel tem em qualquer instante, relativamente ao ponto A ou a B, ou a outro qualquer, por intermédio do gráfico? Vamos ver que é.

Na fig. 7 voltámos a repetir o gráfico das figs. 5 e 6 e vamos de novo considerar o mesmo ponto A da curva traçada. A questão posta é esta: quanto valerá a velocidade do móvel no instante correspondente ao ponto A?

Para tentarmos responder à pergunta marcámos no gráfico dois pontos, P e Q,

de maneira que  $A$  ficasse entre eles (sem ser necessário que ficasse ao meio) e unimos  $PQ$  por um segmento de recta. Podemos afirmar, de acordo com o que dissemos anteriormente, que o declive desse segmento de recta  $PQ$  representa a *velocidade média* do móvel no intervalo de tempo que decorreu entre 5 minutos e 15 minutos. Nesses 10 minutos de intervalo ( $= 15 \text{ min} - 5 \text{ min}$ ) o móvel percorreu  $6,2 \text{ km}$  ( $= 14,5 \text{ km} - 8,3 \text{ km}$ )<sup>(1)</sup>.

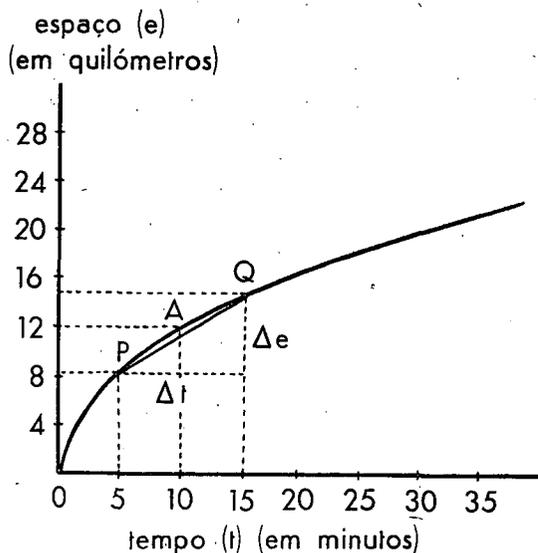


Fig. 7

A sua velocidade média  $\left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right)$  foi de  $\frac{6,2 \text{ km}}{10 \text{ min}}$ , ou seja de  $37,2 \text{ km/h}$ .

Este valor nada nos diz, porém, a respeito da velocidade no momento correspondente ao ponto  $A$  porque, em 10 minutos de intervalo, podiam-se ter dado grandes variações de velocidade, embora a média ficasse nos  $37,2 \text{ km/h}$ . No instante correspondente a  $A$  a velocidade poderia ter sido superior a  $37,2 \text{ km/h}$ , ou inferior, ou até, por mero acaso, igual a esse valor.

(1) Os valores  $14,5 \text{ km}$  e  $8,3 \text{ km}$  não estão assinalados no gráfico mas determinam-se facilmente por comparação com os comprimentos dos segmentos que aí estão marcados.

Mas suponhamos que em vez de um intervalo de 10 minutos tinha considerado um intervalo de 10 segundos, isto é, tinha escolhido os pontos  $P$  e  $Q$  em lugares mais próximos de  $A$ , intervalados apenas de 10 segundos.

O quociente  $\frac{\Delta e}{\Delta t}$ , correspondente a esse in-

tervalo mais apertado (que seria o declive do novo segmento  $PQ$ ), também não nos diria qual era o valor da velocidade relativa ao instante  $A$  mas não deveria estar muito afastado desse valor por que a variação da velocidade durante 10 segundos tem probabilidades de ser menor do que durante 10 minutos.

Mas consideremos o intervalo de tempo ainda mais pequeno, de décimos de segundo, de centésimos de segundo, de milésimos de segundo, tão pequeno quanto quisermos. Se marcássemos os dois pontos  $P$  e  $Q$ , ficando  $A$  entre eles, correspondentes a um intervalo de 1 milésimo de segundo (marcado no eixo dos tempos), a velocidade média respectiva  $\left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right)$

não seria ainda, rigorosamente, a velocidade no instante relativo a  $A$ , mas deveria diferir tão pouco dela que, sem grande erro, poderíamos tomar uma coisa pela outra.

Sendo assim, a velocidade do móvel num dado instante (serve de exemplo o instante correspondente ao ponto  $A$ ) pode-se calcular, com pequeníssimo erro, calculando a velocidade média  $\left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right)$  do móvel num intervalo de tempo  $(\Delta t)$  muitíssimo pequeno, no qual esteja contido o instante considerado. O erro será tanto menor quanto mais pequeno for o intervalo  $\Delta t$ , isto é, quanto mais o valor de  $\Delta t$  se aproximar de zero.

Estas palavras traduzem-se matematicamente da seguinte forma simbólica:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

que significa que a *velocidade* ( $v$ ) de um móvel num dado instante (quando o movimento é variado) é igual ao limite (lim) para que

tende a velocidade média  $\left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right)$  do móvel, correspondente a um intervalo de tempo  $(\Delta t)$  (onde está incluído o instante considerado), quando se faz tender esse intervalo para zero  $(\Delta t \rightarrow 0)$ .

10. Esta *velocidade num dado instante* também pode ter a sua representação gráfica, como vamos ver.

Olhemos de novo para o gráfico da figura 7 e notemos que o segmento de recta  $PQ$  se distingue bem do arco  $PQ$ . Se, porém, tomássemos os pontos  $P$  e  $Q$  muito próximos de  $A$  já o segmento de recta não se distinguiria, com facilidade, do respectivo arco, o que significava, fisicamente, que não haveria grande erro em substituir o movimento variado, que o corpo tinha, nesse intervalo de tempo, por um movimento uniforme cuja velocidade (então constante) fosse a velocidade média relativa ao intervalo  $PQ$ . No *limite*, apertando cada vez mais o intervalo  $\Delta t$ , isto é, fazendo tender  $\Delta t$  para zero  $(\Delta t \rightarrow 0)$ , os pontos  $P$ ,  $Q$  e  $A$  confundir-se-iam num só, e a linha recta que contivesse o segmento  $PQ$  passaria a tocar num só ponto da curva, que seria o ponto  $A$ . Por outras palavras: a linha recta que contivesse o segmento  $PQ$  tornar-se-ia então tangente à curva no ponto  $A$ . O declive dessa tangente seria a *velocidade no instante considerado*.

Assim se torna possível determinar, por meio do gráfico, a velocidade em qualquer instante.

11. Apliquemos os conhecimentos adquiridos ultimamente a um outro exemplo. Suponhamos que nos apresentam o gráfico espaço-tempo representado pela curva  $L$  da figura 8. Pergunta-se: O movimento de que se trata será uniforme ou variado? É variado porque o gráfico é uma linha curva.

A velocidade do móvel variou sempre em todo o movimento ou teria tido valor constante durante algum intervalo de tempo? Variou sempre porque o gráfico não apresenta nenhuma porção rectilínea.

Qual foi o valor da velocidade média do móvel durante as primeiras 5 horas de movimento? Foi de  $\frac{220 \text{ km}}{5 \text{ h}}$ , ou seja, de 44 km/h.

Qual seria o valor da velocidade do móvel ao fim dessas 5 horas de movimento, isto é, a velocidade *nesse próprio instante*?

Para responder à pergunta traça-se uma recta ( $T$ ) tangente à curva no ponto ( $P$ )

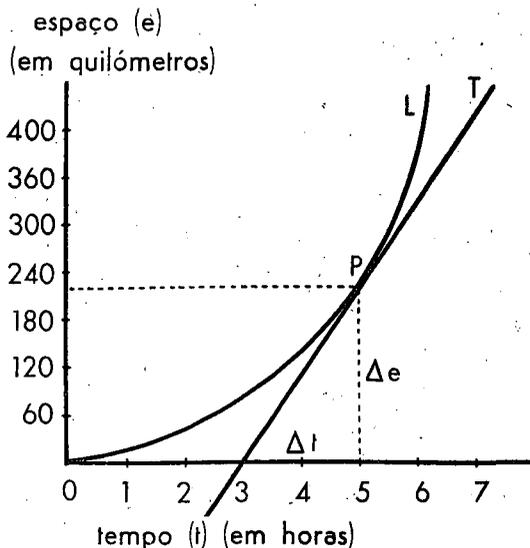


Fig. 8

correspondente a esse instante. A velocidade nesse instante será dada pelo declive dessa tangente. Como a figura mostra esse declive  $\left(\frac{\Delta e}{\Delta t}\right)$  vale  $\frac{220 \text{ km}}{5 \text{ h} - 3 \text{ h}} = \frac{220 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 110 \text{ km/h}$ .

A velocidade no instante correspondente ao fim das 5 horas, valia 110 km/h.

### B) Estudo dos gráficos velocidade-tempo

12. Os valores marcados em qualquer dos gráficos anteriores representam espaços percorridos e tempos gastos em percorrê-los, mas também poderemos traçar gráficos em que as grandezas representadas sejam as velocidades dos móveis e os tempos gastos

em adquiri-las (assim como as velocidades adquiridas e os espaços percorridos).

Observemos o gráfico da figura 9. No eixo das ordenadas inscreveram-se valores da velocidade de um móvel expressos em quilómetros por hora; no eixo das abscissas

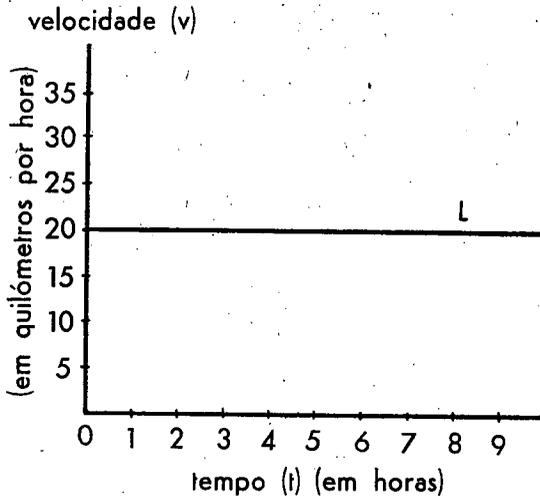


Fig. 9

marcaram-se os valores dos tempos decorridos expressos em horas. Nestas condições que significa a linha  $L$ ? Significa que à medida que o tempo decorreu, a velocidade do móvel manteve sempre o mesmo valor, que foi de 20 km/h. O movimento a que se refere o gráfico é, portanto, uniforme<sup>(1)</sup>.

Conclusão: o gráfico velocidade-tempo representa um movimento uniforme quando a linha traçada for paralela ao eixo dos tempos.

13. Consideremos dois pontos  $A$  e  $B$  situados nessa linha  $L$  (fig. 10). O segmento  $AB$  assim definido representa um intervalo

(1) Repare-se em que, no gráfico, à abscissa de valor zero corresponde a ordenada de valor 20 km/h, o que não quer dizer que o móvel começasse a mover-se à velocidade de 20 km/h. Isso não seria possível porque, por mais depressa que arrancasse, sempre teria de ir da velocidade inicial zero à velocidade 20 km/h. O que significa é que no momento em que se começou a contar o tempo (momento zero) a velocidade do móvel valia 20 km/h.

de tempo ( $\Delta t$ ) correspondente a 3 horas ( $= 7 \text{ h} - 4 \text{ h}$ ).

Tracemos os segmentos  $AA'$  e  $BB'$  perpendiculares ao eixo dos tempos. Esses segmentos representam a velocidade  $v$ , constante, do móvel (20 km/h).

Ficou assim traçado na figura um retângulo ( $AB B' A'$ ) cujos lados consecutivos medem  $v$  e  $\Delta t$ . A superfície da área deste retângulo vale  $v \cdot \Delta t$ . Como o produto da velocidade ( $v$ ) do móvel pelo tempo decorrido ( $\Delta t$ ) dá o valor do espaço ( $\Delta e$ ) que foi percorrido durante esse tempo com movimento uniforme (§ 1), concluímos que o gráfico velocidade-tempo nos permite conhecer o valor dos espaços andados, por meio da medida de superfícies.

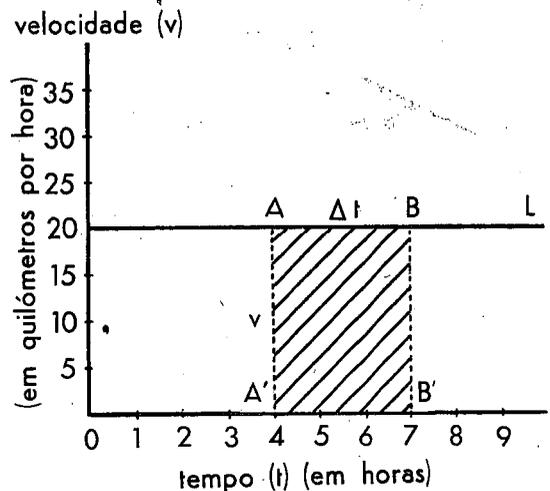


Fig. 10

14. Estudemos agora o gráfico velocidade-tempo da figura 11. Que significa? Significa que à medida que o tempo decorreu, a velocidade do móvel foi aumentando. Ao fim de 1 h a velocidade valia 5 km/h; ao fim de 2 h valia 10 km/h; ao fim de 3 h valia 15 km/h, etc. Como a velocidade do móvel foi sempre aumentando diz-se que o movimento é acelerado.

Este movimento acelerado tem ainda uma particularidade notável: é que a sua velocidade aumenta regularmente, isto é, aumenta

sempre o mesmo ao fim de intervalos de tempo iguais. Por este motivo se chama *uniformemente acelerado*.

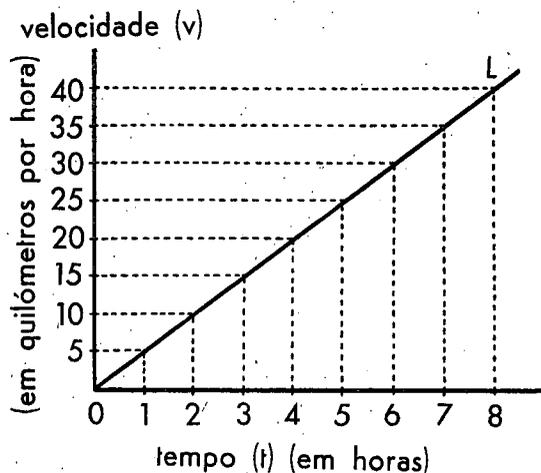


Fig. 11

15. Também podemos conhecer, por meio do gráfico, qual é o aumento de velocidade que o móvel sofre durante um intervalo de tempo qualquer.

Observemos a figura 12, que é repetição da anterior. Na linha *L* marcamos dois pontos *A* e *B* correspondentes aos instantes 3 h e 5 h, nos quais as velocidades valem respectivamente 15 km/h e 25 km/h. No intervalo  $\Delta t = 2 \text{ h}$  ( $= 5 \text{ h} - 3 \text{ h}$ ), a velocidade do móvel aumentou de

$$\Delta v = 10 \text{ km/h} (= 25 \text{ km/h} - 15 \text{ km/h}).$$

Reparemos em que, sendo *L* uma recta, o quociente  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$  pode servir para indicar o seu

*declive*, conforme já estudámos no § 4, figura 2, a propósito de um caso semelhante. Quaisquer que fossem os pontos *A* e *B* que tivéssemos marcado na recta *L* da figura 12 que estamos considerando, o quociente  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$

teria sempre o mesmo valor, isto é, seria constante pois o declive da recta é constante. Para outros pontos os valores de  $\Delta v$  e de  $\Delta t$  poderiam ser diferentes mas o seu quo-

ciente  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$  é que valeria sempre o mesmo.

No caso da figura o seu valor seria (escolhendo os pontos *A* e *B* que aí estão marcados)  $\frac{10 \text{ km/h}}{2 \text{ h}}$ , ou seja 5 km/h/h. Este valor significa que a velocidade do móvel aumenta 5 km/h em cada hora.

O quociente  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$  que indica o aumento de velocidade (5 km/h, neste exemplo) que um móvel sofre em cada unidade de tempo (1 hora, neste exemplo) chama-se *aceleração* e costuma-se representar pela letra *j*. Assim:

$$j = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

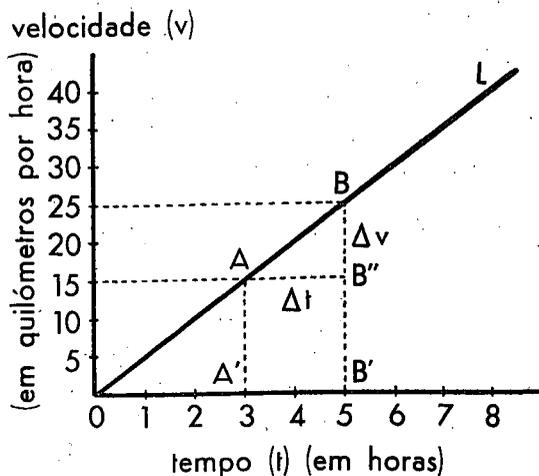


Fig. 12

Conclusão: No movimento uniformemente acelerado, o aumento de velocidade que o móvel sofre por unidade de tempo é constante e designa-se por «aceleração do movimento». O seu valor (*j*) é dado pelo quociente entre a variação de velocidade ( $\Delta v$ ) sofrida pelo móvel durante um certo intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) e o valor desse mesmo intervalo de tempo.

16. No exemplo numérico anterior o valor da aceleração era 5 km/h/h. Como este símbolo (km/h/h) é um pouco extenso é cos-

tume escreve-lo deste outro modo mais simples:  $\text{km/h}^2$ . Lê-se «quilómetro por hora quadrada». Anàlogamente se poderia dizer «metro por minuto quadrado», «centímetro por segundo quadrado», etc.

A unidade de aceleração é sempre dada por uma unidade de comprimento a dividir por uma unidade de tempo ao quadrado.

17. Durante o intervalo de tempo  $\Delta t$  em que a velocidade do móvel aumentou de  $\Delta v$ , o móvel considerado percorreu um certo espaço. Poderá o gráfico dizer-nos quanto valia esse espaço percorrido? Vamos ver que sim.

Concluimos anteriormente (fig. 10) que o espaço percorrido por um móvel animado de movimento *uniforme* poderia ser calculado no próprio gráfico por intermédio da medida de uma superfície ( $AB'B'A'$  dessa figura). Será também possível agora calcular o espaço andado recorrendo ao mesmo processo, isto é, avaliando a área  $AB'B'A'$ , da figura 12?

Naturalmente temos hesitação em responder porque o movimento agora não é uniforme; é uniformemente acelerado. A superfície  $AB'B'A'$  já não é um rectângulo, como na figura 10; é um trapézio. Contudo, embora o movimento seja uniformemente acelerado, poderemos imaginar o intervalo de tempo  $\Delta t$  dividido em intervalos muitíssimo pequenos de modo que em cada um dos quais a respectiva variação de velocidade seja tão diminuta que se possa supor constante; e supor, além disso, que essa velocidade constante, em cada intervalo, fosse aumentando sucessivamente de cada um para o seguinte. Esta suposição consistiria em substituir o gráfico da figura 12 pelo da figura 13. Nesta, o trapézio  $AB'B'A'$  da figura 12 foi substituído por um conjunto de rectângulos cuja área total pouco difere da do trapézio e diferirá tanto menos quanto maior for o número de rectângulos que imaginarmos. A cada um destes corresponderia uma velocidade constante e os espaços percorridos durante os respectivos intervalos de tempo poderiam ser calculados determinando

os valores das áreas desses rectângulos, conforme fizemos na figura 10. O espaço total, que seria a soma desses espaços, corresponderia ao valor da área do trapézio da figura 12, tanto mais rigorosamente quanto maior fosse o número de rectângulos considerados.

Calculemos então essa área.

O trapézio  $AB'B'A'$  (figura 12) pode ser dividido em duas partes: no rectângulo  $A'B''B'A'$  e no triângulo  $AB''B$ . Os lados adjacentes do rectângulo são  $AA'$  e  $\Delta t$ .  $AA'$  significa a velocidade do móvel ( $15 \text{ km/h}$ ) num certo instante ( $3 \text{ h}$ ). Repre-

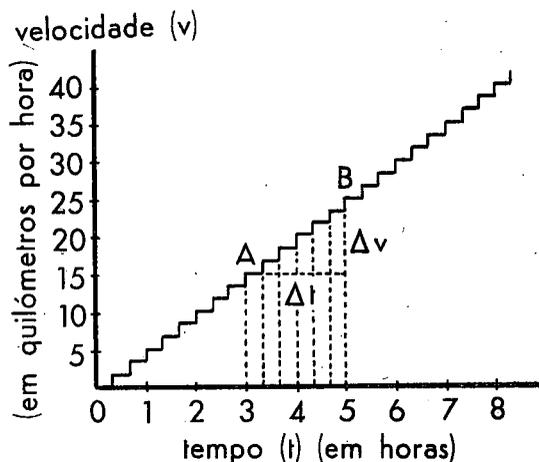


Fig. 13

sentaremos essa velocidade, por ser relativa ao ponto  $A$ , por  $v_A$ . A área da superfície do rectângulo valerá então  $v_A \cdot \Delta t$ . A área do triângulo ( $AB''B$ ) valerá  $\frac{1}{2} \Delta v \cdot \Delta t$ . A área total do trapézio, que representa o valor do espaço ( $\Delta e$ ) andado no tempo  $\Delta t$ , será a soma das duas áreas:

$$(1) \quad \Delta e = v_A \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \Delta v \cdot \Delta t$$

Se quisermos que figure nesta expressão o valor ( $j$ ) da aceleração do móvel bastará recordar (§ 15) que  $j = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  e que, portanto,

$\Delta v = j \cdot \Delta t$ . Substituindo este valor de  $\Delta v$  na equação (1), anterior, vem:

$$(2) \quad \Delta e = v_A \cdot \Delta t + \frac{1}{2} j \overline{\Delta t^2}$$

Esta equação serve para calcular o valor do espaço ( $\Delta e$ ) percorrido por um móvel, com movimento uniformemente acelerado (cuja aceleração, constante, tem o valor  $j$ ), durante o intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) contado a partir de um instante em que a sua velocidade tinha o valor  $v_A$ .

Se quisermos conhecer o valor do espaço percorrido pelo móvel a partir do momento em que ele começa a mover-se, isto é, em que a sua velocidade é nula, utilizaremos a mesma equação fazendo nela  $v_A = 0$ . Virá:

$$\Delta e = \frac{1}{2} j \overline{\Delta t^2}.$$

18. O gráfico da figura 12 também permite estabelecer a relação entre a velocidade do móvel correspondente ao ponto  $B$  (que é dada pela ordenada  $BB'$ ) e a velocidade correspondente ao ponto  $A$  (que é dada pela ordenada  $AA'$ ). Representaremos a primeira por  $v_B$  e a segunda por  $v_A$ , isto é,  $v_B = BB'$  e  $v_A = AA'$ ,

A figura mostra que

$$BB' = B''B' + BB''$$

ou

$$BB' = AA' + BB''$$

ou

$$v_B = v_A + \Delta v.$$

Como  $\Delta v = j \Delta t$ , poderemos escrever:

$$(3) \quad v_B = v_A + j \Delta t$$

Esta equação serve para calcular o valor da velocidade ( $v_B$ ) que um móvel animado de movimento uniformemente acelerado adquiriu ao fim de um intervalo de tempo  $\Delta t$  contado a partir de um momento em que a sua velocidade tinha o valor  $v_A$ . Se partir do repouso será  $v_A = 0$  e portanto:

$$v_B = j \Delta t.$$

19. Estivemos a estudar um movimento uniformemente acelerado. Anàlogamente poderemos considerar um movimento que seja uniformemente retardado, isto é, um movimento em que a velocidade vá diminuindo à medida que o tempo decorre mas sempre com a mesma regularidade, de tal modo que a sua diminuição tenha sempre o mesmo valor para iguais intervalos de tempo.

O gráfico velocidade-tempo da figura 14 traduz exactamente um movimento deste tipo. No momento em que se iniciou a contagem do tempo (tempo zero) a velocidade do móvel valia 40 km/h; uma hora depois valia

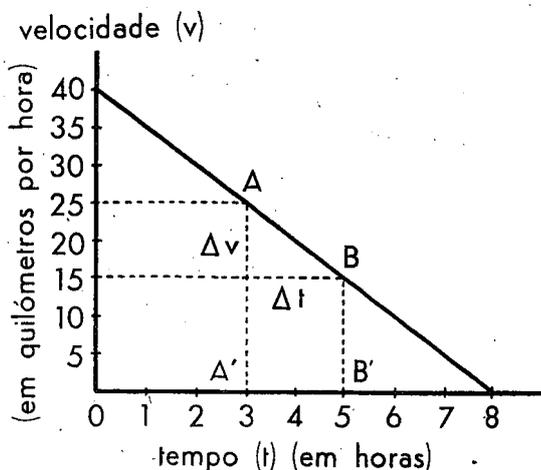


Fig. 14

35 km/h; outra hora depois (tempo total: 2 h) valia 30 km/h; e assim sucessivamente. Ao fim de 8 h, a velocidade valia zero: o móvel tinha parado.

Como a velocidade vai diminuindo, o movimento é retardado; mas como a diminuição é regular, visto a linha representativa ser uma recta, o movimento é *uniformemente retardado*. Também por a linha ser recta sabemos que o seu declive é constante e que é dado por  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ . Este quociente, à seme-

lhança do que vimos no § 15, representa o valor da diminuição constante da velocidade em cada unidade de tempo. Também se repre-

sentada por  $j$  e também se lhe chama «aceleração» embora seja, neste caso, a subtrair.

De facto a figura mostra que a velocidade correspondente ao ponto  $B$  ( $v_B = 15 \text{ km/h}$ ) é igual à velocidade correspondente ao ponto  $A$  ( $v_A = 25 \text{ km/h}$ ) subtraído do valor do segmento  $\Delta v$ . Isto é:

$$v_B = v_A - \Delta v$$

ou

$$(4) \quad v_B = v_A - j \Delta t$$

A expressão matemática é semelhante à que deduzimos no § 18 (equação 3) com a diferença de que a parcela  $j \Delta t$  se subtrai em vez de se somar, visto o movimento ser retardado.

Anàlogamente chegaríamos à conclusão de que o valor do espaço ( $\Delta e$ ) percorrido pelo corpo durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ , com movimento uniformemente retardado, seria dado pela área da superfície do trapézio  $ABB'A'$ , cujo valor seria:

$$(5) \quad \Delta e = v_A \Delta t - \frac{1}{2} j \overline{\Delta t}^2.$$

Esta expressão é também análoga à equação (2) do § 17, com a diferença de que a segunda parcela se subtrai no caso presente em vez de se somar.

20. Como nos movimentos retardados a velocidade diminui à medida que o tempo decorre, e como, apesar disso, continuamos a usar, para eles, a palavra «aceleração», podemos distinguir os casos dos movimentos acelerados e retardados dizendo que, nos primeiros, a *aceleração é positiva*, e nos segundos, *negativa*, o que corresponde a considerar os valores numéricos de  $j$  como podendo ser positivos ou negativos. Sendo assim as expressões (2) e (3) poderão só por si traduzir tanto os movimentos uniformemente acelerados ( $j$  positivo) como os uniformemente retardados ( $j$  negativo). As equações (4) e (5) ficarão assim incluídas nas equações gerais (2) e (3).

21. Quando estudámos o gráfico espaço-tempo considerámos o caso de a linha representativa ser uma recta (§ 2, fig. 1), o que significava que a velocidade era constante, e seguidamente o caso de a linha ser curva (§ 7, fig. 5), o que significava que o movimento era variado. Isso conduziu-nos ao conceito de «velocidade média num dado intervalo de tempo» (§ 8) e ao conceito de «velocidade num dado instante» (§ 9).

Na continuação estudámos o gráfico velocidade-tempo e considerámos igualmente o caso de a linha representativa ser uma recta: se fosse paralela ao eixo dos tempos (§ 12, fig. 9) isso significaria que o movimento era uniforme (velocidade constante); se fosse oblíqua (§ 14, fig. 11) isso significaria que o movimento era uniformemente acelerado. Resta considerar o caso em que esse gráfico fosse uma linha curva.

O caso de o gráfico velocidade-tempo ser uma linha curva é muito semelhante ao caso de o gráfico espaço-tempo quando também é uma linha curva. De facto consideremos de novo a figura 5 e suponhamos que os valores marcados em ordenadas eram de velocidades (e não de espaços) em quilómetros por hora. O ponto  $A$  indicaria que a velocidade do móvel ao fim de 10 minutos valia 12 km/h; o ponto  $B$  indicaria que a velocidade ao fim de 30 minutos valia 20 km/h. No intervalo de 20 min (= 30 min - 10 min), a velocidade do móvel variara de 8 km/h (= 20 km/h - 12 km/h). Diríamos então que a sua *aceleração média* naquele intervalo de tempo fora de 8 km/h em 20 min (8 km/h / 20 min), que é o mesmo que dizer 24 km/h<sup>2</sup>.

Dizer que a *aceleração média* é de 24 km/h<sup>2</sup> não significa que a *aceleração* correspondente ao ponto  $A$  tenha esse valor, nem a correspondente ao ponto  $B$ , nem a *qualquer* outro ponto do intervalo  $AB$ , embora esse valor possa coincidir com o real valor da *aceleração* num determinado instante desse intervalo.

Se quiséssemos conhecer o valor da *aceleração*, por exemplo, no instante correspondente ao ponto  $A$ , isto é, ao fim de 10 mi-

nutos exactos, procederíamos como fizemos no caso da figura 8. Tiraríamos uma tangente à curva no ponto *A*; o valor do declive dessa tangente seria o valor da «aceleração no instante considerado». Esse valor (*j*), à semelhança do caso do § 9, seria dado por:

$$j = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

em que  $\Delta t$  representaria o intervalo de tempo, muito curto, dentro do qual estava contido o instante «10 minutos», e  $\Delta v$  a variação de velocidade sofrida pelo móvel nesse pequeno intervalo de tempo<sup>(1)</sup>.

## 22. Resumo.

### A) Gráfico espaço-tempo

1) Uma linha recta, inclinada sobre o eixo dos tempos (fig. 1), significa que o movimento representado é uniforme<sup>(2)</sup>; o declive dessa recta sobre esse eixo indica a velocidade constante do móvel (§ 4).

2) Uma linha curva (fig. 5) significa que o movimento é variado; a «velocidade média do móvel num certo intervalo de tempo», relativo a dois pontos quaisquer da curva, é dada pelo declive da recta que une esses

(1) A tangente à curva da fig. 5, no ponto *A*, iria interceptar o eixo dos tempos para a esquerda da origem das coordenadas, o que não importa pois a intenção seria determinar o declive dessa tangente.

(2) Se a recta fosse paralela ao eixo dos tempos significava que o corpo estava parado.

dois pontos (§ 8, fig. 6); a «velocidade num dado instante», relativa a um ponto qualquer da curva, é dada pelo declive da tangente à curva nesse ponto (§§ 9, 10 e 11, fig. 8).

### B) Gráfico velocidade-tempo

1) Uma linha recta paralela ao eixo dos tempos (§ 12, fig. 9) representa um movimento uniforme. A superfície da área compreendida entre as ordenadas de quaisquer dois pontos dessa recta (fig. 10), representa o espaço andado pelo móvel no respectivo intervalo de tempo (§ 13).

2) Uma linha recta, inclinada sobre o eixo dos tempos (§§ 14 e 19, figs. 11 e 14), representa um movimento uniformemente variado; o declive dessa recta sobre esse eixo indica a aceleração constante do móvel (§§ 15 e 19); a superfície da área compreendida entre as ordenadas de quaisquer dois pontos dessa recta, representa o espaço andado pelo móvel no respectivo intervalo de tempo (§ 17 e 19).

3) Uma linha curva significa que o movimento é variado mas não uniformemente variado; a «aceleração média do móvel num certo intervalo de tempo», relativo a dois pontos quaisquer da curva, é dada pelo declive da recta que une esses dois pontos; a «aceleração num dado instante», relativa a um ponto qualquer da curva, é dada pelo declive da tangente à curva nesse ponto (§ 21).

RÓMULO DE CARVALHO

## A estrutura interna da Terra

Um dos problemas mais interessantes da física do globo terrestre consiste em procurar determinar as propriedades físicas que reinam no interior da Terra.

Sabe-se que a Terra se pode considerar como um esferóide de raio aproximadamente igual a 6378 km. As dimensões adoptadas em geodesia, referentes ao elipsóide internacional de Hayford, são:

$$\begin{aligned} \text{semi-eixo maior} \quad a &= 6378,388 \pm 0,018 \text{ km} \\ \text{achatamento} \quad e &= \frac{a - c}{a} = \frac{1}{297,0 \pm 0,5} \end{aligned}$$

Evidentemente que a região, acessível directamente à observação, limita-se a alguns quilómetros, de modo que todas as conclusões acerca do interior terrestre têm de ser obtidas por métodos indirectos. Alguns dos métodos indirectos baseiam-se na aplicação dos princípios da mecânica ao movimento dos corpos celestes, ao passo que outros métodos fundamentam-se em processos geofísicos.

Assim, por exemplo, os estudos de mecânica celeste, baseados na lei de atracção de Newton, permitem deduzir a densidade média dos planetas e, por vezes, se o planeta possui um núcleo interior de constituição diferente do envólucro que o rodeia.

Os principais processos geofísicos utilizam a propriedade de propagação das ondas nos meios sólidos ou líquidos. Devemos destacar os métodos, aperfeiçoados em sismologia, destinados ao estudo dos tremores de terra e que permitem a observação, em pontos muito afastados da superfície terrestre, das ondas provenientes dos sismos. Além disso, as técnicas de prospecção geofísica destinadas à localização de jazigos minerais (especialmente de petróleo), têm permitido aperfeiçoar os conhecimentos acerca das camadas mais

superficiais da Terra, denominando-se crosta terrestre a região situada até cerca de 40 km da superfície.

Para uma substância perfeitamente elástica, as velocidades  $v_P$  e  $v_S$ , respectivamente das ondas  $P$  e  $S$ , satisfazem às equações

$$(1) \quad \frac{k}{\rho} = v_P^2 - \frac{4}{3} v_S^2$$

$$(2) \quad \frac{\mu}{\rho} = v_S^2$$

sendo  $\rho$  a densidade,  $k$  a incompressibilidade e  $\mu$  o módulo de rigidez da substância. No caso particular em que o módulo de rigidez da substância é nulo ( $\mu = 0$ ), deduz-se imediatamente da expressão anterior que as ondas  $S$  não se propagam.

Os dois tipos de ondas que acabamos de indicar são designados, em sismologia, por ondas primárias ( $P$ ) e secundárias ( $S$ ). No caso dos tremores de terra, a distância, entre a estação sismológica, que regista os deslocamentos locais provocados pelos sismos, e a região na qual se originou o sismo (região epicentral), é bastante apreciável na grande maioria dos casos. Este facto permite-nos considerar as ondas sísmicas como planas, de acordo com a teoria matemática das ondas. Neste caso, os deslocamentos associados com as ondas  $P$  e  $S$  são respectivamente longitudinais e transversais.

A partir do conhecimento, obtido pelo estudo dos sismogramas, das velocidades de propagação das ondas  $P$  e  $S$  no interior do globo terrestre, podem-se determinar, pelas equações anteriores, os valores de  $\frac{k}{\rho}$  e  $\frac{\mu}{\rho}$  para as diferentes camadas concêntricas que se supõem constituir a Terra.

O conhecimento dos valores de  $\frac{k}{\rho}$  e  $\frac{\mu}{\rho}$  oferece a possibilidade de os comparar com os valores obtidos para os diferentes tipos de rochas conhecidas, de modo a procurar identificar os materiais constituintes das diversas camadas interiores da Terra. Evidentemente que estas identificações são difíceis de se efectuarem, em virtude das condições reinantes no interior da Terra não serem fáceis de reproduzir nos laboratórios.

Desta maneira conseguiu-se identificar a camada mais superficial da crosta terrestre e que se denomina a *camada granítica*, em virtude das velocidades  $v_P$  e  $v_S$  corresponderem a materiais de constituição granítica; esta conclusão é também corroborada por investigações geológicas. A camada seguinte denomina-se *camada intermédia*, e a sua identificação com materiais conhecidos já se torna mais difícil, supondo-se ser constituída por rochas básicas, de tipo intermédio entre as que constituem a camada granítica e as camadas subjacentes.

Os estudos acerca dos tempos de propagação das ondas  $P$  e  $S$ , provenientes de numerosos sismos, permitiram identificar várias regiões nas quais aparecem discontinuidades nas velocidades de propagação das ondas sísmicas. Deste modo foi identificada a discontinuidade de Mohorovicic, que separa a crosta terrestre (de espessura aproximadamente igual a 40 km) das camadas subjacentes, as quais se designaram por envólucro. Verifica-se que no envólucro se propagam tanto as ondas  $P$  como as  $S$ , podendo-se assim concluir que a Terra é sólida nesta região, subentendendo-se que é sólida na acepção de que apresenta uma certa rigidez ( $\mu \neq 0$ ).

A análise das velocidades de propagação das ondas  $P$  também permitiu identificar, nos princípios deste século, uma outra discontinuidade separando o envólucro de uma região central, denominada núcleo. Verifica-se que esta discontinuidade é a mais bem definida entre todas as que se conhecem no interior da Terra, estando situada a uma dis-

tância de cerca de 2900 km da superfície; investigações recentes permitiram determinar a distância como sendo  $2898 \pm 4$  km.

Na região denominada núcleo verifica-se que só as ondas  $P$  são transmitidas. Deste modo, de acordo com a equação (2), deduz-se que a rigidez do núcleo deve ser desprezível ou nula (pelo menos numa região bastante extensa), visto que não permite a transmissão das ondas  $S$  e, por isso, diz-se geralmente que se encontra num estado líquido.

Acontece porém que a região do núcleo, situada nas vizinhanças do centro da Terra, poderá apresentar uma certa rigidez (da mesma ordem de grandeza da existente no envólucro), admitindo-se esta hipótese em virtude de investigações teóricas; além disso, existe uma discontinuidade na propagação das ondas  $P$ , situada a 5120 km da superfície. Por este motivo é conveniente considerar o núcleo dividido em 2 regiões, denominadas núcleo exterior (no qual  $\mu = 0$ ) e interior (em que se supõe  $\mu \neq 0$ ). A existência de um núcleo interior, sólido, ainda não foi confirmada pela análise dos sismogramas, em virtude da grande dificuldade em observar a passagem das ondas  $S$  por uma região de dimensões relativamente pequenas.

\*

Os estudos referentes à evolução térmica da Terra, no decurso das centenas de milhões de anos desde a sua formação, permitiram concluir que a densidade terrestre deverá aumentar à medida que nos aproximamos do centro da Terra.

Supõe-se que a tensão no interior da Terra é equivalente a uma pressão hidrostática, podendo-se escrever

$$(3) \quad \frac{dp}{dr} = -g\rho$$

sendo  $p$  a pressão,  $\rho$  a densidade e  $g$  a gravidade no interior da Terra a uma distância  $r$  do centro. Designando por  $m$  a massa da esfera de raio  $r$  será

TELEF. 77 66 82

## Correia & Polónia, L.<sup>da</sup>

- PAPELARIA
- TIPOGRAFIA
- ENCADERNAÇÃO
- E ARTIGOS DE ESCRITÓRIO

Rua Conde Sabugosa, 7-A (à Av. Roma)  
LISBOA

## Tipografia LISBONENSE

de

António Joaquim de Alencastre Telo

FABRICANTE DE SACOS DE PAPEL  
EM TODOS OS GÉNEROS  
ENCADERNAÇÕES

IMPRESSÃO EM PAPEL CELOFANE  
ARTIGOS DE ESCRITÓRIO

Rua do Passadiço, 48 a 56  
Telef. 54357 - LISBOA

Tipografia // Litografia // Encadernação

S O C I E D A D E  
T I P O G R Á F I C A

«A Mundial»  
LIMITADA

ESCRITÓRIO:

AVENIDA ALMIRANTE REIS, 45-A

TELEFONE 83 36 66

LISBOA 1

OFICINAS: NOVAS INSTALAÇÕES,  
REGUEIRÃO DOS ANJOS, 36



## CENTRO FORNECEDOR DE MÓVEIS

FABRICANTES

MÓVEIS E DECORAÇÕES

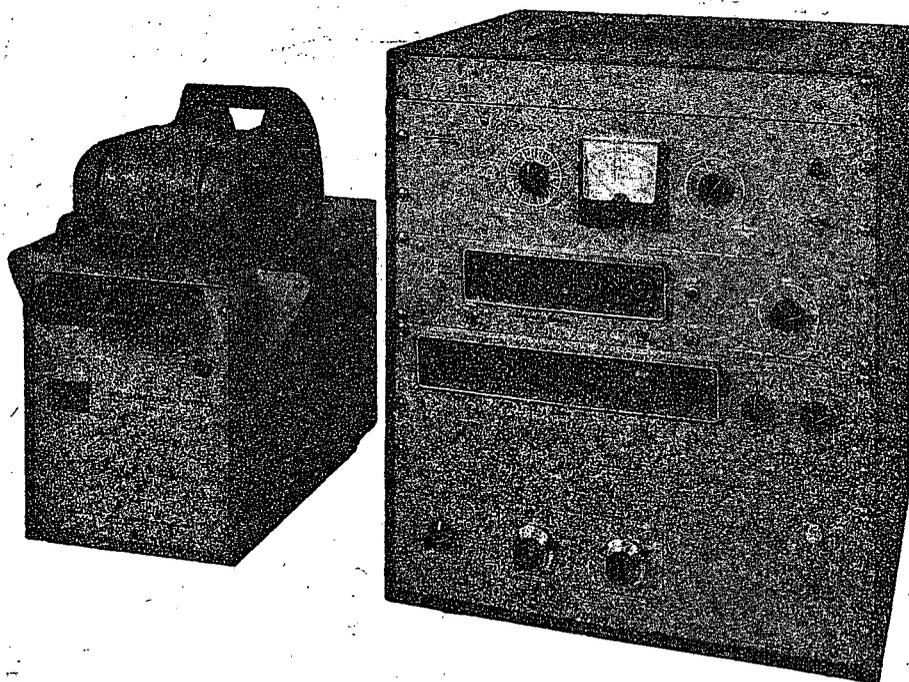
Especializados em mobiliário  
comercial

Estudos e orçamentos em mobiliário  
de qualquer estilo

Rua da Madalena, 112-1.º  
Telef. 86 92 81 - LISBOA



**BAIRD-ATOMIC, INC.**



**Conjunto Modelo 745A**  
para contagem por cintilação de amostras líquidas

---

## **BAIRD-ATOMIC**

Apresenta a maior linha de aparelhos para trabalhos nucleares, fabricados nos E. U. A. e na Holanda. Trata-se de instrumentos de concepção moderna, de grande precisão, muito robustos, esplendida apresentação e a preços compatíveis com similares de outras industriais europeias. Em Portugal já estão instalados muitos aparelhos B/A em diversos laboratórios, a funcionarem em perfeitas condições. Se ainda não tem, com muito gosto remeteremos os catálogos descritivos.

**REPRESENTANTES EXCLUSIVOS EM PORTUGAL:**

**EMÍLIO DE AZEVEDO CAMPOS & C.<sup>A</sup> LDA.**

CASA FUNDADA EM 1854

Rua Antero de Quental, 17, 1.<sup>o</sup> • LISBOA • Telef. 55 33 66  
Rua Santo António, 137-145 • PORTO • Telef. 2 02 54/5/6

$$(4) \quad g = \frac{fm}{r^2}$$

onde  $f$  é a constante de gravitação universal.

Considerando camadas de composição uniforme e assumindo condições adiabáticas será

$$(5) \quad \frac{k}{\rho} = \frac{dp}{d\rho}$$

A partir das equações (2) a (5), e como  $\frac{dp}{dr} = \frac{dp}{d\rho} \frac{d\rho}{dr}$ , é fácil deduzir a seguinte equação diferencial

$$\frac{d\rho}{dr} = - \frac{fm\rho}{r^2 \left( v_P^2 - \frac{4}{3} v_S^2 \right)}$$

Esta equação dá-nos a variação da densidade em qualquer região da Terra cujas condições físicas se aproximem das hipóteses feitas na sua dedução. A resolução desta equação, por métodos de cálculo numérico, permitiu determinar os valores da densidade nas diversas regiões em que se considera dividida a Terra.

Uma vez determinada a densidade, e como são conhecidas as velocidades  $v_P$  e  $v_S$  para toda a Terra, calculam-se imediatamente os valores de  $k$  e dos coeficientes de Lamé  $\lambda, \mu$  pelas equações (1) e (2).

A variação da pressão no interior da Terra determina-se a partir das equações (3) e (4)

$$\frac{dp}{dr} = - \frac{fm\rho}{r^2}$$

A integração numérica desta equação diferencial permite conhecer as pressões reinantes no interior do globo terrestre.

A variação da gravidade com a distância é dada imediatamente pela equação (4).

Alguns dos valores obtidos, para as grandezas mencionadas, estão agrupados na tabela seguinte.

TABELA

Região	Distância km	$\rho$ g/cm <sup>3</sup>	$\mu$ $\times 10^8$ bar	$k$ $\times 10^8$ bar	$p$ $\times 10^8$ bar	$g$ cm/s <sup>2</sup>
Crusta	33	3,32	0,63	1,16	0,009	985
	100	3,38	0,67	1,24	0,031	989
	413	3,64	0,90	1,73	0,141	998
	1800	5,10	2,39	4,87	0,78	985
Envólucro	2898	5,66	3,03	6,51	1,37	1037
	2898	9,7		6,2	1,37	1037
	4982	11,9		12,6	3,17	
	5121	12,0			3,27	
Núcleo interior	6370	12,3			3,64	0

Apesar da simplicidade das expressões teóricas indicadas, os cálculos numéricos, necessários para se obterem os valores desta tabela, são bastante morosos. Não estão indicados alguns valores correspondentes ao núcleo, em virtude da maior incerteza na sua determinação; além disso, estes valores também dependem do facto de se considerar o núcleo interior como sólido ou líquido. Assim, por exemplo, o valor da gravidade a 4000 km da superfície supõe-se estar afectado de um erro da ordem dos 5%, aumentando a incerteza à medida que nos aproximamos do centro da Terra.

Esta tabela resume assim os conhecimentos actuais acerca dos valores, no interior da Terra, das grandezas indicadas, procurando-se aperfeiçoá-los à medida que vão melhorando os dados referentes às velocidades de propagação das ondas  $P$  e  $S$ .

As investigações teóricas referentes ao estado físico em que se encontra a matéria, tanto no envólucro como no núcleo, também têm grande importância para o melhor conhecimento das grandezas acima tabuladas.

R. O. VICENTE

## Progressos recentes em Física Corpuscular

(Continuação do número anterior)

### O CONCEITO DE INTERACÇÃO EM FÍSICA MODERNA

#### O conceito de força em Mecânica Clássica

Voltemos, por um momento, à noção de «corpúsculo macroscópico» introduzida anteriormente. O seu movimento é devido à existência de forças. Em física conhecem-se várias espécies de forças:

a) forças gravitacionais, que obedecem à lei de Newton ou, para distâncias muito grandes, à sua extensão na forma da teoria de Einstein (relatividade geral);

b) forças electrostáticas, que obedecem à lei de Coulomb;

c) forças magnéticas (influência dum campo magnético sobre uma carga em movimento), que obedecem a uma relação deduzida a partir da lei de Biot e Savart\*:

$$\vec{F} = -g \vec{B} \times \vec{v};$$

d) forças de coesão intermolecular;

e) forças de ligação química;

f) forças especificamente nucleares, que mantêm os prótons e os neutrões num núcleo, apesar da repulsão electrostática entre os primeiros, e da ausência de carga nos últimos.

As forças gravitacionais e electrostáticas são newtonianas, isto é, em muito boa aproximação, variam com o inverso do quadrado da distância de separação.

\* Simbolismo usual: F, força; q, carga; B, indução magnética; v, velocidade da carga.

Considera-se que todas estas forças actuam a distância, de corpúsculo a corpúsculo, através do vácuo.

#### Conceito de força de troca

A Mecânica Quântica conduz à introdução dum novo tipo de força, que não pode ser descrito como uma combinação de forças dos tipos precedentes.

Consideremos um ião molecular de hidrogénio,  $H_2^+$ ; é constituído por dois prótons e um electrão. Do ponto de vista da teoria clássica, o electrão pode, nalguns casos, descrever uma órbita em forma de oito à volta dos dois prótons (fig. 21).

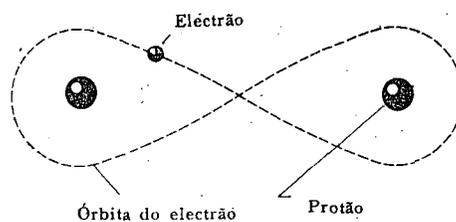


Fig. 21 — No ião hidrogénio molecular, o electrão descreve uma órbita em forma de oito à volta dos dois prótons. A descrição correcta do movimento só pode fazer-se pela equação de Dirac.

Este modelo serve para a introdução, no caso mais simples, da força de troca.

Um tal sistema é relativamente fácil de quantificar, quer pelo método de Bohr-Sommerfeld, quer pelo de Schrödinger-Dirac; a quantificação pode fazer-se para qualquer valor da distância entre os dois prótons (aqui supostos em repouso). É evidente que a energia de cada estado quântico é uma função dessa distância. Chegamos agora à parte mais delicada do argumento. É bem

sabido que a derivada da energia em ordem à distância é uma força. Desta maneira, introduzimos, pela só intervenção da quantificação, uma espécie de força inteiramente nova (fig. 22).

Deve notar-se que esta força depende do nível quântico ocupado pelo electrão. De facto, à parte um caso improvável de igualdade, a derivada da energia em ordem à distância entre os dois protões depende dos números quânticos  $n_i$  introduzidos pela teo-

Se observamos o fenómeno mais de perto verificamos que ele está associado com a possibilidade do electrão ser trocado entre a zona de acção dum protão, e a zona de acção do outro; foi por isto que se deu a esta força o nome de «força de troca»\*.

Finalmente, a distância normal de separação dos dois protões (à parte oscilações eventuais introduzidas numa versão mais elaborada da teoria) corresponde ao equilíbrio entre a força de troca respeitante ao nível

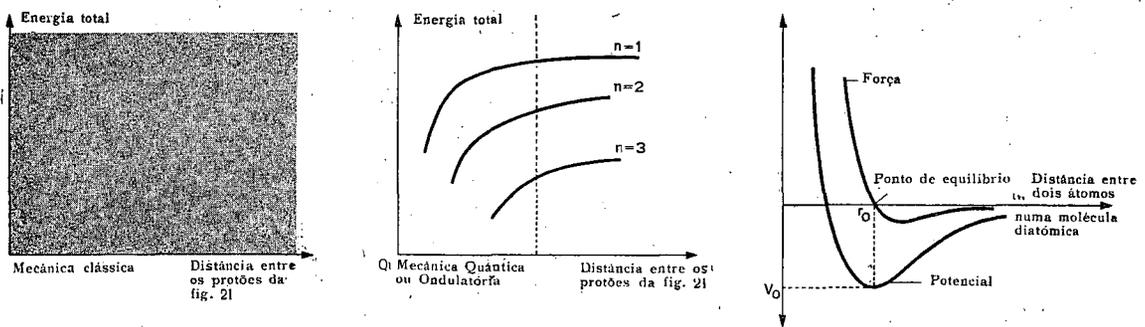


Fig. 22 — Ilustração do conceito de força de troca: se, num sistema como o da fig. 21, se faz o gráfico da energia total (cinética + potencial) como função da distância entre os protões, uma nova espécie de força, a chamada força de troca, aparece imediatamente. No sistema da Mecânica Clássica, o electrão pode ter qualquer energia para qualquer valor da distância; por isso o diagrama correspondente é uma mancha uniforme. Por outro lado, na Mecânica Quântica, ou Ondulatória, apenas alguns valores da energia, os chamados valores próprios, são possíveis para cada valor da distância. No gráfico vê-se que os pontos correspondentes pertencem a um certo número de curvas, identificadas pelos respectivos números quânticos (admitimos, para simplificar, que apenas existe um tipo de números quânticos). Ao longo de cada curva aparece assim uma nova força — igual à derivada da energia em ordem à distância.

Em princípio nada se modifica se a partícula trocada é materializada num extremo da sua trajectória, e desmaterializada no outro.

Fig. 23 — No modelo da figura 21, os dois protões tendem a colocar-se numa posição tal que a força de troca puramente quântica iguale a força de repulsão electrostática.

ria de Sommerfeld, ou do valor próprio introduzido pela teoria de Schrödinger-Dirac.

É fácil compreender porque não existem tais forças em Mecânica Clássica. Com efeito, na ausência de condições quânticas (isto é, de condições restritivas) o electrão podia ter qualquer energia para qualquer distância entre os dois protões. A força de troca aparece como uma derivada da energia em ordem à distância entre os protões para um dado valor dos números quânticos (ou do valor próprio).

quântico de menor energia e a repulsão electrostática de Coulomb (fig. 23). A análise de pequenas oscilações em torno deste ponto mostra que o equilíbrio é estável (pelo menos se a orientação do spin do electrão é correcta).

Convem salientar que esta força de troca não é do tipo newtoniano.

\* O leitor já um pouco familiarizado com a Mecânica Quântica encontrará uma explicação satisfatória desta questão em Joos, Theoretical Physics, London 1956, pág. 704 e seg. (N. T.).

**Generalização: a força de troca conterá como casos particulares os outros tipos de força?**

A análise precedente constitui o primeiro passo para uma teoria da estabilidade molecular e cristalina. Permite-nos interpretar as forças de coesão e as forças de ligação química como resultantes da troca dum electrão entre os átomos pertinentes.

Em breve se concluiu que as forças eléctricas e magnéticas se podiam interpretar através dum formalismo semelhante. De facto, compreendeu-se que elas resultam duma troca de fotões (guiados pelas ondas electromagnéticas) entre partículas eléctricamente carregadas. Consideremos, por exemplo, dois prótons que passam perto um do outro (figs. 24 a 27). Pode dizer-se que o próton n.º 1 emite, num certo instante, um

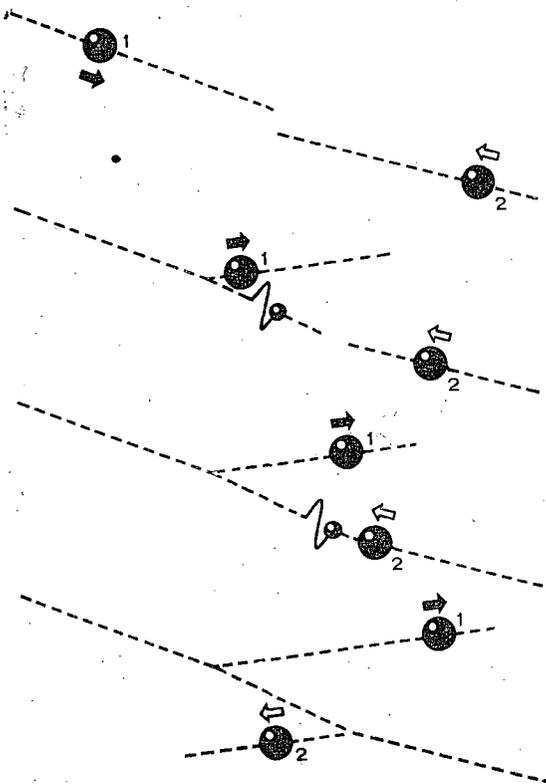


Fig. 24 a 27 - A repulsão electrostática entre dois prótons resulta dum grande número de trocas de fotões.

fotão que caminha em direcção ao próton n.º 2, levando consigo momento e energia; ao ser capturado por esse próton transfere-lhe esse momento e essa energia. Desta forma, ambos os prótons modificam as suas trajectórias. Pode dizer-se que as trajectórias reais não são curvilíneas, mas sim constituídas por linhas quebradas com um número enorme de segmentos.

Podemos ainda considerar que o próton emite fotões mesmo quando não há outro próton nas vizinhanças; contudo estes fotões são «virtuais» e, eventualmente, são recapturados pelo próton emissor. A lei de conservação da energia pode mesmo ser temporariamente violada se o intervalo de tempo entre a emissão e a captura fica dentro dos limites admitidos pelas relações de incerteza de Heisenberg ( $\Delta E \Delta t = h$ ).

O campo electromagnético das partículas carregadas é o resultado da presença destes fotões virtuais.

Fisicamente, é mais difícil interpretar uma força atractiva do que uma força repulsiva; mas, usando a Mecânica Ondulatória, o caso é diferente. A derivada da energia em ordem à distância, que define a força de troca, tanto pode ser negativa como positiva. A dificuldade é assim inerente ao nosso modelo, demasiado concreto.

Tem agora interesse examinar a lei matemática deduzida por meio deste formalismo. O potencial de Coulomb escreve-se, na notação usual (no sistema racionalizado MKSA),

$$V = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q}{r}$$

O potencial resultante da troca de fotões tem uma forma um pouco mais complicada:

$$V = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q}{r} \cdot e^{-(2\pi m_0 c/h) \cdot r}$$

( $m_0$  = massa em repouso do fotão;  $c$  = velocidade da luz;  $h$  = constante de Planck).

A equação interpreta-se facilmente. O factor proporcional ao inverso da distân-

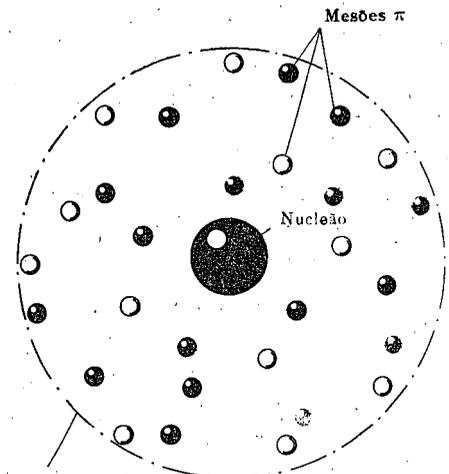
cia (correspondendo a uma força variando com o inverso do quadrado da distância) condiciona a distribuição espacial dos fótons à medida que se afastam do centro de força. O factor exponencial toma em consideração o decréscimo adicional devido ao facto dos fótons apenas se poderem deslocar de uma distância finita durante o intervalo de tempo em que a conservação da energia é violada.

Se a massa do fóton é exactamente zero, as duas expressões anteriores são iguais; isto deve-se ao facto de um corpúsculo com massa zero poder violar a conservação da energia por uma quantidade arbitrariamente pequena, isto é, o tempo durante o qual se tolera essa violação pode tornar-se arbitrariamente grande, e assim o fóton pode percorrer uma distância arbitrariamente grande.

É certo que o fóton tem uma massa em repouso muito pequena, várias ordens de grandeza abaixo da do electrão; mas não é certo que seja exactamente zero. Deve salientar-se que os testes precisos da lei de Coulomb feitos até aqui se têm restringido à escala laboratorial. Fenómenos como os observados na coroa solar (que é um gás electrónico em equilíbrio entre a atracção gravítica e a repulsão electrostática) parecem indicar que a lei de Coulomb não é válida para distâncias da ordem de grandeza da distância Terra-Lua. Isto corresponderia a uma massa em repouso do fóton da ordem de  $10^{-68}$  kg (em números redondos, a do electrão é  $10^{-30}$  kg).

Yukawa transpôs para o campo nuclear a teoria acima delineada. Na realidade, a experiência mostra que as forças especificamente nucleares diminuem muito rapidamente com o inverso da distância, muito mais rapidamente do que as forças newtonianas. Desta forma concluiu que, se elas são forças de troca, a massa das partículas trocadas deve ser bastante elevada. De facto, identificaram-se experimentalmente estas partículas com os mesões  $\pi$ , cuja massa é 272 vezes a do electrão.

Contudo, a troca de mesões  $\pi$ , no núcleo, está longe de ser tão simples como a dos fótons discutida acima. Devem introduzir-se correcções que tomem em consideração a possibilidade da troca simultânea de vários mesões  $\pi$ , assim como a existência, para o próton e o neutrão, de alguma espécie de *estrutura espacial*, que será discutida adiante.



Limite da zona do deslocamento permitido aos mesões  $\pi$  sem violação da lei de conservação da energia

Fig. 28 — Quando a massa em repouso das partículas trocadas é diferente de zero, existe uma zona limite para além da qual as partículas não podem deslocar-se sem violarem a lei da conservação da energia. Quanto maior é a massa das partículas trocadas, menor é o alcance das forças de troca.

A lista está quase completa; faltam ainda as forças gravíticas, que já dissemos podem interpretar-se também como forças de troca. As partículas que se trocam, os gravitões, têm um massa ainda menor do que a do fóton, e o seu spin é quatro vezes o do electrão. Isto permite-nos interpretar não só a lei de Newton, mas também a correcção de Einstein para distâncias intergalácticas, e alguns aspectos da relatividade geral.

A lista está agora completa, e a resposta à nossa pergunta inicial parece ser «sim». Todas as forças indicadas são forças de troca ou, pelo menos, podem interpretar-se como tal.

Infelizmente, esta unidade não é absoluta e, em breve encontraremos uma nova dificuldade.

### Interação corpuscular

A conclusão de que todas as forças são forças de troca leva-nos a pensar que o próprio conceito de força é acessório em Física Corpuscular; o verdadeiro conceito fundamental é o de interação.

O que é uma interação? É um conceito muito geral que diz respeito à influência mútua de partículas a pequena distância umas das outras. Contudo, limitamo-nos a considerar por agora as interações que conduzem a forças de troca; são de três espécies:

a) Um corpúsculo com massa gravitacional  $M$  emite ou absorve um gravitão  $g$ :

$$M \leftrightarrow M + g$$

Esta é a interação gravitacional; a atracção newtoniana resulta de um número, em geral muito grande, de tais interações.

b) Um corpúsculo com carga eléctrica  $E$  emite ou absorve um fóton  $\gamma$ :

$$E \leftrightarrow E + \gamma$$

Esta é a interação electromagnética; a força de Coulomb e a força magnética resultam de um número, em geral muito grande, de tais interações.

c) Um nucleão ou qualquer corpúsculo com uma «carga nuclear» ou «carga mesónica»  $N$  emite ou absorve um mesão  $\pi$ :

$$N \leftrightarrow N + \pi$$

Esta é a interação nuclear, designada actualmente por «interacção forte» por razões que veremos adiante: as forças especificamente nucleares ou forças mesónicas resultam de tais interações.

Estas três espécies de interações permitem-nos explicar conjuntamente os fenómenos gravitacionais e electromagnéticos e, no campo nuclear, a estabilidade geral das estruturas nucleares, a grande maioria das

reações nucleares, a desintegração alfa e gama, etc. Infelizmente, as desintegrações beta e mesão  $\pi$ -mesão  $\mu$ , etc., não podem ser explicadas da mesma maneira. Todos estes fenómenos requerem a intervenção duma nova espécie de interacção, a chamada «interacção fraca». Mas, não só estas interações

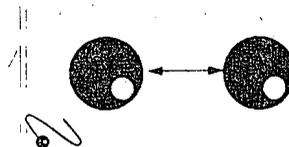


Fig. 29 — Exemplo de uma interação elementar. Um corpúsculo emissor emite (materializa) ou absorve (desmaterializa) uma partícula de troca.

são ainda muito pouco compreendidas, como parecem ficar completamente fora do esquema geral das forças de troca. E isto está longe de ser a única dificuldade característica das interações fracas.

### Comparação das interações entre si

Torna-se importante salientar nesta altura que as quatro espécies de interação têm intensidades extremamente diferentes.

É fácil comparar a intensidade relativa das forças gravitacionais, eléctricas e nucleares, pois que cada potencial é o produto duma função hiperbólica por uma exponencial. Se considerarmos uma distância  $a$  que a exponencial tenha um valor suficientemente perto da unidade, a comparação entre os factores hiperbólicos é imediata: basta comparar os seus coeficientes numéricos.

Consideremos então dois protões muito perto um do outro: atraem-se gravitacionalmente, repelem-se electrostáticamente, e atraem-se nuclearmente. Neste passo não estamos interessados no sinal de cada força, mas sim na sua intensidade.

Vê-se imediatamente que a atracção gravítica entre os dois protões é dezenas de vezes inferior em ordem de grandeza às duas

outras; estas são também bastante diferentes entre si: a força nuclear é duas ordens de grandeza maior do que a electromagnética.

Onde devemos colocar a interacção fraca? A comparação é menos simples porque estamos fora do campo das «forças de troca»; podem, contudo, usar-se métodos indirectos (por exemplo, através da noção de «duração da interacção»); conclui-se que a interacção fraca está cerca de doze ordens de grandeza abaixo da electromagnética. É o que se representa na fig. 30.

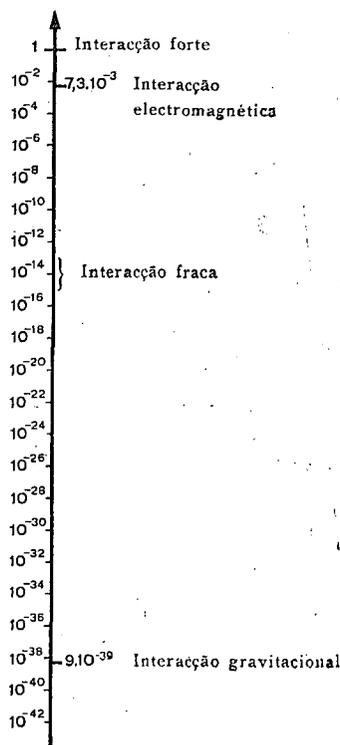


Fig. 30 — Representando num gráfico logarítmico as intensidades relativas das quatro espécies de interacções vê-se imediatamente que as suas ordens de grandeza são bastante diferentes. Deve notar-se que a interacção fraca, que não respeita a forças de troca, só pode ser localizada por métodos indirectos (duração da interacção, taxa de reacção, etc.).

Uma tal diferença nas intensidades das interacções forte e fraca conduzirá normalmente, se tivermos de tratar com forças no sentido ordinário do termo, a que as últimas sejam completamente desprezáveis em face

das primeiras. Isto é de facto verdade para os fenómenos estáticos. Mas é importante recordar que a força, com o seu carácter de continuidade, foi substituída pela interacção isto é, por um fenómeno de «tudo-ou-nada». Nesta imagem descontínua, as interacções fracas não são desprezáveis, pois se podem manifestar num estado puro: a desintegração beta é um dos exemplos mais importantes em que isto acontece.

As figs. 31 a 34 exemplificam os quatro tipos de interacção que acabamos de introduzir.

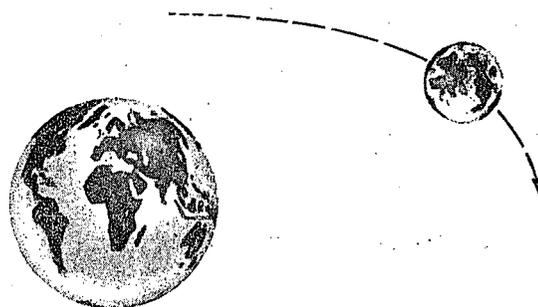
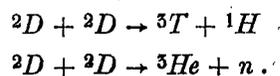


Fig. 31 — Exemplo de interacção gravítica: o movimento do sistema Terra-Lua é condicionado pelas interacções gravíticas, apesar da sua relativamente pequena intensidade, pois que os corpos não estão carregados electricamente duma maneira apreciável, e estão muito para além do alcance das forças nucleares.

A interacção gravítica é mencionada apenas no intuito duma classificação completa; a sua ordem de grandeza separa-a inteiramente das outras.

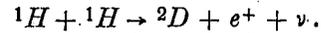
A interacção electromagnética, isto é, principalmente a repulsão electrostática entre os dois protões, predomina a pequenas energias cinéticas (fig. 32).

No que respeita à interacção forte, torna-se especialmente difícil arranjar uma imagem. Se os corpúsculos que interactivam são deutões, a interacção forte aparece, a energias cinéticas relativamente pequenas, na forma de uma ou outra das reacções nucleares seguintes:



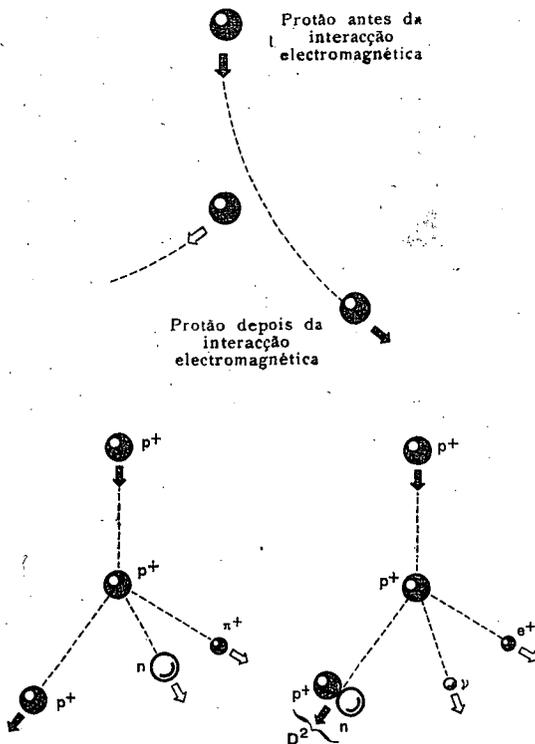
Se os corpúsculos são dois protões, a única interacção forte possível implica a materialização de mesões  $\pi$  ou o aparecimento das chamadas «partículas estranhas», a que mais tarde nos havemos de referir. Estas reacções necessitam de energias ciné-

vista químico, quer energético, permite que a interacção fraca se manifeste. Ela origina a seguinte reacção (fig. 34).



Com a ajuda da energia cinética, um dos protões transforma-se num neutrão (que é capturado pelo outro protão, formando um deutério). O resíduo da transformação, um positrão e um neutrino, aparecem como radiação emitida.

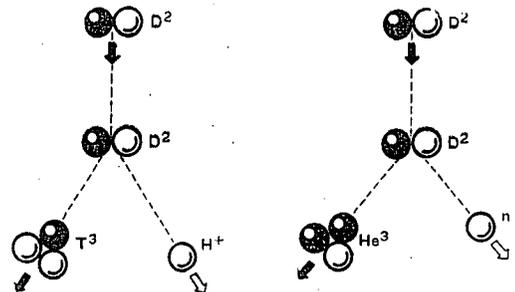
Esta interacção é tão fraca que a taxa da reacção é, a uma dada energia, cerca de  $10^{20}$  vezes menor do que a da reacção  ${}^2\text{D} + {}^2\text{D}$  indicada acima. De facto, um tal processo nunca foi observado no laboratório, mas a sua existência é, no entanto, considerada como certa em virtude de certas observações astrofísicas. Observa-se efectivamente, duma maneira indirecta mas segura, o resultado da reacção — criação de deutério e de energia. Para mais, a interacção forte está completamente excluída neste intervalo de



Figs. 32, 33, 34 — Interações electromagnéticas, forte e fraca, dum protão com outro protão: dois protões que se repelem electrostáticamente sofrem uma interacção electromagnética (fig. 32). Esta espécie de interacção é a mais importante a baixas energias. Para energias da ordem de várias centenas de MeV, aparecem as interacções fortes, a mais simples das quais envolve a materialização dum mesão  $\pi$  (fig. 33). Contudo, a baixas energias existe uma interacção fraca (fig. 34) que faz aparecer, em vez do mesão  $\pi$ , um par electrão-positrão. A taxa a que esta reacção se dá é extremamente baixa.

ticas muito grandes, que apenas se podem atingir com os aceleradores de partículas mais potentes.

Esta circunstância singular, acrescida do facto do balanço do efeito da interacção electromagnética ser zero quer do ponto de



Figs. 35 e 36 — A interacção fraca é inobservável com deuterões porque, mesmo às energias mais baixas, duas importantes interacções fortes são energeticamente possíveis.

energia. Isto constitui um exemplo da maneira pela qual se podem observar interacções fracas.

A desintegração espontânea dum neutrão (dando protão + electrão + antineutrino) é um outro exemplo; de facto, este é o exemplo mais simples da desintegração beta. Também aqui a interacção forte correspondente,

isto é, a desintegração dum neutrão num próton e num mesão  $\pi$  negativo, é energeticamente proibida (pelo menos como resultado final). A interacção fraca observa-se assim num estado puro. Não há interacção electromagnética competitiva porque o neutrão é electricamente neutro.

Na continuação deste artigo veremos

como as interacções fracas, devido às suas estranhas características, modificam completamente a estrutura da Física Corpuscular; trataremos das partículas elementares, das partículas estranhas e da lei da paridade.

(Continua)

## Antologia

*A Gazeta de Física inicia, no presente fascículo, uma secção destinada à reprodução, sempre que possível na língua original, de memórias relativas a descobertas notáveis no domínio da Física.*

*Julga-se contribuir, desta maneira, para um melhor conhecimento das referidas memórias pelos leitores da Gazeta de Física.*

*Parece-nos interessante começar essa publicação com as primeiras notas de H. Becquerel e dos Esposos Curie, inseridas no «Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences» (Paris) e referentes à descoberta da radioactividade e do rádio.*

PHYSIQUE — *Sur les radiations émises par phosphorescence.* Note de M. Henri Becquerel. [*Comptes rendus*, t. CXXII, p. 420, (1896)].

«Dans une précédente séance, M. Ch. Henry a annoncé que le sulfure de zinc phosphorescent interposé sur le trajet de rayons émanés d'un tube de Crookes augmentait l'intensité des radiations traversant l'aluminium.

«D'autre part, M. Niewenglowski a reconnu que le sulfure de calcium phosphorescent du commerce émet des radiations qui traversent les corps opaques.

«Ce fait s'étend à divers corps phosphorescents et, en particulier, aux sels d'urane dont la phosphorescence a une très courte durée.

«Avec le sulfate double d'uranium et de

potassium, dont je possède des cristaux formant une croûte mince et transparente, j'ai pu faire l'expérience suivante:

«On enveloppe une plaque photographique Lumière, au gélatinobromure, avec deux feuilles de papier noir très épais, tel que la plaque ne se voile pas par une exposition au Soleil, durant une journée.

«On pose sur la feuille de papier, à l'extérieur, une plaque de la substance phosphorescente, et l'on expose le tout au Soleil, pendant plusieurs heures. Lorsqu'on développe ensuite la plaque photographique, on reconnaît que la silhouette de la substance phosphorescente apparaît en noir sur le cliché. Si l'on interpose entre la substance phosphorescente et le papier une pièce de monnaie, ou un écran métallique percé d'un dessin à jour, on voit l'image de ces objets apparaître sur le cliché.

«On peut répéter les mêmes expériences en interposant entre la substance phosphorescente et le papier une mince lame de verre, ce qui exclut la possibilité d'une action chimique due à des vapeurs qui pourraient émaner de la substance échauffée par les rayons solaires.

«On doit donc conclure de ces expériences que la substance phosphorescente en question émet des radiations qui traversent le papier opaque à la lumière et réduisent les sels d'argent.»

\*

PHYSIQUE — *Sur une nouvelle substance fortement radio-active, contenue dans la pechblende* (1). Note de M. P. Curie, de M<sup>me</sup> P. Curie et de M. G. Bémont, présentée par M. Becquerel. [*Comptes rendus*, t. CXXVII, p. 1215, (1898)].

«Deux d'entre nous ont montré que, par des procédés purement chimiques, on pouvait extraire de la pechblende une substance fortement radio-active. Cette substance est voisine du bismuth par ses propriétés analytiques. Nous avons émis l'opinion que la pechblende contenait peut-être un élément nouveau, pour lequel nous avons proposé le nom de *polonium* (2).

«Les recherches que nous poursuivons actuellement sont en accord avec les premiers résultats obtenus; mais, au courant de ces recherches, nous avons rencontré une deuxième substance fortement radio-active et entièrement différente de la première par ses propriétés chimiques. En effet, le polonium est précipité en solution acide par l'hydrogène sulfuré; ses sels sont solubles dans les

acides, et l'eau les précipite de ces dissolutions; le polonium est complètement précipité par l'ammoniaque.

«La nouvelle substance radio-active que nous venons de trouver a toutes les apparences chimiques du baryum presque pur: elle n'est précipitée ni par l'hydrogène sulfuré, ni par le sulfure d'ammonium, ni par l'ammoniaque; le sulfate est insoluble dans l'eau et dans les acides; le carbonate est insoluble dans l'eau; le chlorure, très soluble dans l'eau, est insoluble dans l'acide chlorhydrique concentré et dans l'alcool. Enfin cette substance donne le spectre du baryum, facile à reconnaître.

«Nous croyons néanmoins que cette substance, quoique constituée en majeure partie par le baryum, contient en plus un élément nouveau qui lui communique la radio-activité et qui, d'ailleurs, est très voisin du baryum par ses propriétés chimiques.

«Voici les raisons qui plaident en faveur de cette manière de voir:

«1.° Le baryum et ses composés ne sont pas d'ordinaire radio-actifs; or, l'un de nous a montré que la radio-activité semblait être une propriété atomique, persistante dans tous les états chimiques et physiques de la matière (1). Dans cette manière de voir, la radio-activité de notre substance n'étant pas due au baryum doit être attribuée à un autre élément.

«2.° Les premières substances que nous avons obtenues avaient, à l'état de chlorure hydraté, une radio-activité 60 fois plus forte que celle de l'uranium métallique (l'intensité radio-active étant évaluée par la grandeur de la conductibilité de l'air dans notre appareil à plateaux). En dissolvant ces chlorures dans l'eau et en en précipitant une partie par l'alcool, la partie précipitée est bien plus active que la partie restée dissoute. On peut,

(1) Ce Travail a été fait à l'École municipale de Physique et Chimie industrielles.

(2) M. P. Curie et M<sup>me</sup> P. Curie, *Comptes rendus*, t. CXXVII, p. 175.

(1) M<sup>me</sup> P. Curie, *Comptes rendus*, t. CXXVI, p. 1101.

en se basant sur ce fait, opérer une série de fractionnements permettant d'obtenir des chlorures de plus en plus actifs. Nous avons obtenu ainsi des chlorures ayant une activité 900 fois plus grande que celle de l'uranium. Nous avons été arrêtés par le manque de substance, et, d'après la marche des opérations, il est à prévoir que l'activité aurait encore beaucoup augmenté, si nous avions pu continuer. Ces faits peuvent s'expliquer par la présence d'un élément radio-actif, dont le chlorure serait moins soluble dans l'eau alcoolisée que celui de baryum.

«3° M. Demarçay a bien voulu examiner le spectre de notre substance, avec une obligeance dont nous ne saurions trop le remercier. Les résultats de son examen sont exposés dans une Note spéciale à la suite de la nôtre. M. Demarçay a trouvé dans le spectre une raie qui ne semble due à aucun élément connu. Cette raie, à peine visible avec le chlorure 60 fois plus actif que l'uranium, est devenue notable avec le chlorure enrichi par fractionnement jusqu'à l'activité de 900 fois l'uranium. L'intensité de cette raie augmente donc en même temps que la radio-activité, et c'est là, pensons-nous, une raison très sérieuse pour l'attribuer à la partie radio-active de notre substance.

«Les diverses raisons que nous venons d'énumérer nous portent à croire que la nouvelle substance radio-active renferme un élément nouveau, auquel nous proposons de donner le nom de *radium*.

«Nous avons déterminé le poids atomique de notre baryum actif, en dosant le chlore dans le chlorure anhydre. Nous avons trouvé des nombres qui diffèrent fort peu de ceux obtenus parallèlement avec le chlorure de baryum inactif; cependant les nombres pour le baryum actif sont toujours un peu plus forts, mais la différence est de l'ordre de grandeur des erreurs d'expérience.

«La nouvelle substance radio-active ren-

ferme certainement une très forte proportion de baryum; malgré cela, la radio-activité est considérable. La radio-activité du radium doit donc être énorme.

«L'uranium, le thorium, le polonium, le radium et leurs composés rendent l'air conducteur de l'électricité et agissent photographiquement sur les plaques sensibles. A ces deux points de vue, le polonium et le radium sont considérablement plus actifs que l'uranium et le thorium. Sur les plaques photographiques on obtient de bonnes impressions avec le radium et le polonium en une demi-minute de pose; il faut plusieurs heures pour obtenir le même résultat avec l'uranium et le thorium.

«Les rayons émis par les composés du polonium et du radium rendent fluorescent le platinocyanure de baryum; leur action, à ce point de vue, est analogue à celle des rayons de Röntgen, mais considérablement plus faible. Pour faire l'expérience, on pose sur la substance active une feuille très mince d'aluminium, sur laquelle est étalée une couche mince de platinocyanure de baryum; dans l'obscurité, le platinocyanure apparaît faiblement lumineux en face de la substance active.

«On réalise ainsi une source de lumière, à vrai dire très faible, mais qui fonctionne sans source d'énergie. Il y a là une contradiction, tout au moins apparente; avec le principe de Carnot.

«L'uranium et le thorium ne donnent aucune lumière dans ces conditions, leur action étant probablement trop faible<sup>(1)</sup>.»

---

(1) Qu'il nous soit permis de remercier ici M. Suess, Correspondant de l'Institut, Professeur à l'Université de Vienne. Grâce à sa bienveillante intervention nous avons obtenu du gouvernement autrichien l'envoi, à titre gracieux, de 100 kg d'un résidu de traitement de pechblende de Joachimsthal, ne contenant plus d'urane, mais contenant du polonium et du radium. Cet envoi facilitera beaucoup nos recherches.

PONTOS DE EXAME

EXAMES UNIVERSITÁRIOS (FÍSICA)

F. C. L. — Curso Complementar de Física — Exame de frequência — 5-4-1962.

**484** — Desenrola-se um fio de aço de 500 m e de 10,0 mm<sup>2</sup> de secção; fixa-se uma das extremidades e na outra suspende-se um peso de 100 kg.

a) Calcule o alongamento total do fio.

b) Escolhido um sistema de eixos determine a matriz do tensor das tensões, calculando em particular o tensor das tensões nas extremidades do fio.

c) Calcule a divergência do referido campo tensorial.

Dados: Peso específico do aço 7,8 g/cm<sup>3</sup>, módulo de Young 20 000 kg/mm<sup>2</sup>

R: a) O alongamento devido à força f de 100 kg é, de acordo com a lei de Hooke;

$$\Delta l = \frac{1}{E} \frac{F}{S} l_0 = \frac{1}{20\,000} \times \frac{100}{10} \times 500 \times 10^3 = 250 \text{ mm.}$$

O alongamento devido ao peso próprio é calculado a partir do alongamento dy que sofre o elemento dx, à distância x do ponto de suspensão

$$dy = \frac{1}{E} \frac{(l_0 - x) S \pi_e}{S} dx$$

$$y = \int_0^{l_0} \frac{1}{E} (l_0 - x) \pi_e dx = \frac{1}{E} \pi_e l_0^2 -$$

$$- \frac{1}{2E} \pi_e l_0^2 = \frac{1}{2E} \pi_e l_0^2.$$

Substituindo l<sub>0</sub> = 500 m; E = 2 × 10<sup>10</sup> kg/m<sup>2</sup>; π<sub>e</sub> = 7,8 × 10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup> vem imediatamente y = 48,75 mm.

O alongamento total do fio será 298,75 mm.

b) Escolhendo um sistema de eixos triortogonal directo, em que x<sub>2</sub> coincide com o eixo do fio, a tensão

tractiva é dada por:  $\frac{(l_0 - x) S \pi_e}{S} + t_c$  sendo t<sub>c</sub> a

tensão devida à carga de 100 kg.

A matriz do tensor das tensões será

$$\vec{t} \rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -[(l_0 - x) \pi_e + t_c] & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Na extremidade superior do fio, portanto para x = 0, vem

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-l \pi_e + t_c) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -13,9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Na extremidade inferior, x = l<sub>0</sub>, será

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

c)  $\nabla | \vec{t} \rightarrow \left\| \sum_m \frac{\partial}{\partial x_m} t_{mr} \right\| =$

$$= \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} t_{11} + \frac{\partial}{\partial x_2} t_{21} + \frac{\partial}{\partial x_3} t_{31} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} t_{12} + \frac{\partial}{\partial x_2} t_{22} + \frac{\partial}{\partial x_3} t_{32} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} t_{13} + \frac{\partial}{\partial x_2} t_{23} + \frac{\partial}{\partial x_3} t_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ \pi_e \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\nabla} | \vec{t} = \pi_e \vec{e}_2 \quad | \vec{\nabla} | \vec{t} | = 7,8 \text{ g/cm}^3.$$

**485** — Uma fonte sonora monocromática pontual de 1 000 hertz irradia igualmente e em todas as direcções uma potência de 1 μW. Determine o alcance do som emitido, admitindo que abaixo de 0 db já se não detecta o som.

Substituindo a fonte sonora por uma esfera pulsante de 10 cm de raio, determine nas proximidades da superfície da esfera,

- a) o nível de intensidade do som;
- b) a velocidade eficaz de vibração;
- c) a pressão sonora eficaz;
- d) a amplitude de vibração.

Supõe-se que não há dissipação de energia e que o ar se encontra a 0° C e à pressão de 760 mm Hg. Nessas condições a densidade do ar é de 1,293 g/l.

R: Representando por x o alcance, vem:

$$10^{-12} = \frac{10^{-6}}{4 \pi x^2} \text{ visto que } 0 \text{ db corresponde a } 10^{-12} \text{ W/m}^2.$$

Obtém-se para valor do alcance x = 283 m.

a) A intensidade junto à superfície da esfera será:

$$\frac{10^{-6}}{4\pi \times 0,1^2} = 7,96 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2.$$

O nível da intensidade sonora é

$$10 \log_{10} \frac{7,96 \times 10^{-6}}{10^{-12}} = 68,97 \text{ deb.}$$

b) A velocidade eficaz da vibração é obtida a partir da expressão  $\bar{V}_{ef}^2 = \frac{I}{Z}$ . Calculando  $Z = \sqrt{8 \times \epsilon} =$

$$= \sqrt{1,293 \times (1,4 \times 1013 \times 10^2)} = 428 \text{ kg/m}^2 \text{ s vem}$$

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{7,96 \times 10^{-6}}{428}} = 1,36 \times 10^{-4} \text{ m/s.}$$

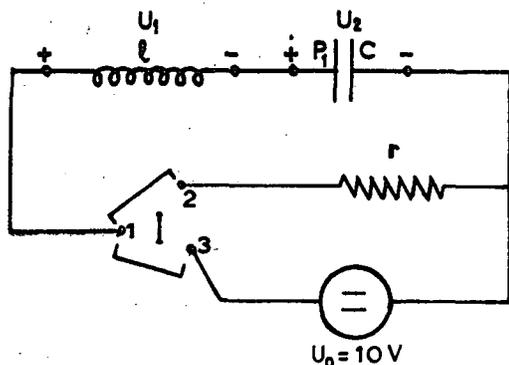
c)  $P_{ef}^2 = Z I$ .

$$P_{ef} = \sqrt{428 \times 7,96 \times 10^{-6}} = 5,85 \times 10^{-2} \text{ N/m}^2.$$

d) A amplitude de vibração a obtém-se a partir da relação  $V_{max} = a \omega$

$$a = \frac{V_{max}}{\omega} = \frac{V_{ef} \cdot \sqrt{2}}{2\pi \times f} = \frac{0,136 \times 1,42}{2 \times 3,14 \times 1000} = 0,0307 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

486 — É dada a rede representada na figura. Na ocasião 0 o interruptor I que há já muito se encontrava na posição 1-2, passa bruscamente para 1-3.



Descreva resumidamente o que se vai passar e calcule:

- a) a expressão que nos dá a carga eléctrica em  $P_1$ ;
- b) idem da corrente eléctrica debitada pelo gerador;
- c) idem da tensão nos bornes da indutância;
- d) idem da tensão nos bornes do condensador.

Represente gráficamente as leis de variação.

R: a)  $\{q = C u_0 + A \cos(\omega_0 t + \alpha)$   
 b)  $\{i = -A \omega_0 \text{sen}(\omega_0 t + \alpha)$

Das condições iniciais

$$t = 0 \begin{cases} q = 0 \\ i = 0 \end{cases}$$

vem

$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ A = -C u_0 \end{cases} \begin{cases} q = C u_0 (1 - \cos \omega_0 t) \\ i = C u_0 \omega_0 \text{sen} \omega_0 t \end{cases}$$

Substituindo

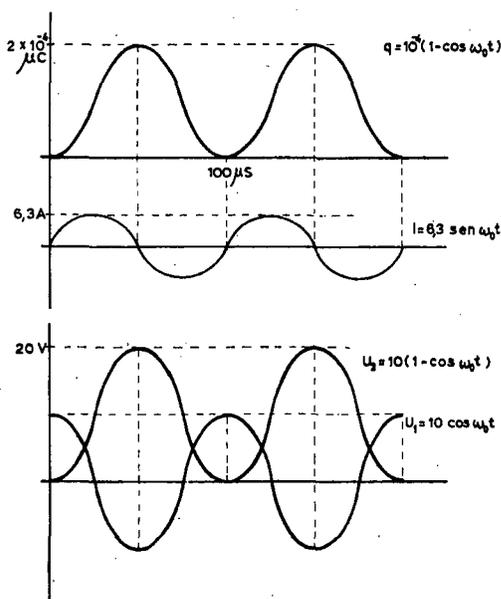
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{25 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}} = \frac{1}{15,9} \times 10^6$$

vem  $\begin{cases} Q_0 = 10^{-4} \mu C \\ I_0 = 6,3 A \end{cases} T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 100 \mu s.$

e ...

$$\begin{cases} q = 10^{-4} (1 - \cos \omega_0 t) \\ i = 6,3 \text{sen} \omega_0 t \end{cases}$$

c)  $u_1 = l \frac{di}{dt} = (l C u_0 \omega_0^2) \cos \omega_0 t.$



Substituindo  $l C u_0 \omega_0^2 = 25 \times 10^{-6} \times 6,3 \times \frac{1}{15,9} \times 10^6$

$\times 10^6 = 10 \text{ V}$  vem  $u_1 = 10 \cos \omega_0 t.$

d)  $u_2 = \frac{q}{C} = u_0 (1 - \cos \omega_0 t).$

F. C. L. — Curso geral de Física — Exame final — Outubro de 1962.

487 — a) Lei geral da Hidrostática.

b) Ponto triplo da água.

c) Transmissão do calor.

**488** - a) Acções electromagnéticas; lei de Ampère.

b) Bobinas de reacção e de choque.

c) Efeito termiónico; esquemas de rectificação com diodos.

**489** - a) Equação do dióptrico esférico; seu estabelecimento.

b) Refracção dupla.

c) Efeito de Compton.

**490** - Numa rede de difracção, ( $d = 18\,000 \text{ \AA}$ ), incide luz monocromática sob o ângulo de  $30^\circ$ . Formam-se riscas a um e outro lado da normal sendo a primeira do lado dos ângulos de difracção negativos ( $m = -1$ ) e a quarta, do outro lado, equidistantes angularmente da normal. Determine o c. d. o. da radiação.

R: Aplicando a equação da rede de difracção  $d(\sin i + \sin \theta) = m\lambda$  ao problema proposto vem:

$$\begin{cases} \sin \theta + \frac{1}{2} = \frac{4\lambda}{d} \\ -\sin \theta + \frac{1}{2} = -\frac{\lambda}{d} \end{cases} \quad \text{donde} \quad \frac{3\lambda}{d} = 1$$

$$\lambda = \frac{d}{3} = 6\,000 \text{ \AA}$$

F. C. L. - Curso geral de Física - Exame final - Outubro de 1962.

**491** - a) Defina coeficiente de compressibilidade de uma substância.

b) Medição do calor específico de um líquido pelo método do fluxo contínuo.

c) Lei de Joule. Relação de Mayer.

**492** - a) Demonstre o teorema de Coulomb.

b) Potenciómetro; leis de associação de resistências.

c) Indução electromagnética.

**493** - a) Grandezas fotométricas.

b) Rede de difracção.

c) Teoria do ciclotrão.

**494** - Um dióptrico esférico é constituído por meios onde certa radiação luminosa se propaga sucessivamente com velocidades que estão entre si como três para dois. A superfície de contacto dos meios é esférica, de raio  $0,50 \text{ m}$ .

Caracterize os pontos do eixo, conjugados, que têm abcissas do mesmo valor.

R: Substituindo na expressão do dióptrico esférico

$$\frac{n}{p} + \frac{n'}{p'} = \frac{n-n'}{r} \quad \text{os valores de } n \text{ e } n' \text{ obtidos de}$$

$$\frac{v}{v'} = \frac{n'}{n} = \frac{3}{2} \quad \text{e o valor de } r, \text{ vem: } \frac{1}{p} + \frac{1,5}{p'} = 1.$$

Impondo a condição  $p = p'$  vem  $p^2 + 1,5p = p^2$  que resolveida dá para  $p$  os 2 valores possíveis

$$\begin{cases} p = 0 \\ p = 2,5 \text{ m.} \end{cases}$$

Resoluções de M. T. Gonçalves

F. C. L. - Elementos de Física Atómica - 25-10-62.

**495** - a) Descreva, resumidamente, o processo de medir a carga eléctrica do electrão.

b) Espectro de riscas de raios X; lei de Moseley.

c) Defina equilibrio radiactivo transitório, secular e ideal.

**496** - a) Diga em que consiste o efeito fotoelétrico; descreva a experiência de Millikan referente a este efeito.

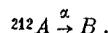
b) As trajectórias elípticas do espectro do hidrogénio; explique a estrutura fina da risca  $H\alpha$  do espectro deste elemento.

c) Defina secção eficaz duma reacção nuclear; efeito fotonuclear.

**497** - a) Regra de Geiger-Nuttall; teoria da emissão  $\alpha$ .

b) Descreva o funcionamento de uma câmara de ionização; detecção de neutrões lentos em câmaras de ionização.

c) É dado um elemento radiactivo  $A$  de número de massa 212 que por emissão  $\alpha$  se transforma em  $B$ , estável:



Tem-se inicialmente  $1,0 \text{ mg}$  de  $A$  e passados 2 anos esta massa reduziu-se a  $0,25 \text{ mg}$ .

1 - Calcule o período e a constante de desintegração de  $A$ .

2 - Determine a massa de  $B$  que se forma ao fim de 1 ano.

R: 1 - Ao fim de um período a massa reduz-se a metade da massa inicial; ao fim de dois períodos reduz-se a  $1/4$  da massa inicial; por essa razão vê-se, imediatamente, que o período é 1 ano.

A constante de desintegração obtém-se de  $\lambda T = 0,693$

$$\lambda = 0,693 \text{ ano}^{-1}$$

2 - A massa de  $A$  que se transforma em  $B$  é  $1,0 - 0,5 = 0,5 \text{ mg}$  donde, a massa de  $B$  será:

$$B = \frac{0,5 \times 208}{212} = 0,49 \text{ mg}$$

## Boletim bibliográfico

Revistas que presentemente trocam com a  
«Gazeta de Física»

*American Scientist* — New Haven, Connecticut — Published quarterly in the interest of Scientific Research.

*Anais da Academia Brasileira de Ciências* — Rio de Janeiro.

*L'Athénée* — Liège, Bruxelles — Bulletin de la Fédération de l'Enseignement Moyen Officiel du Degré Supérieur de Belgique.

*Bulletin de l'Institut International du Froid* — Paris.

*Bulletin Oerlikon* — Zurich — Publié par les Ateliers de Construction Oerlikon.

*Endeavour* — London.

*Ericson Review* — Stockolm.

*Ericson Technics* — Stockolm.

*Indice Cultural Español* — Madrid.

*Kriterion* — Belo Horizonte. Minas Gerais — Revista da Faculdade de Filosofia da Universidade de Minas Gerais.

*Mededeelingen van de Koninklijke Vloamsche Academie voor Tenschapen, Letteren en Schoone Kunsten Van Belgie* — Brussel.

*Physics Today* — Lancaster, Pensyl — Published by the American Institut of Physics.

*Pro-Metal* — Berne — Journal professionnel de l'Industrie Suisse des metaux cuivreux.

*Química e Industria* — Revista de la Asociación Nacional de Químicos de España.

*Revista de Plasticos* — Madrid.

*Revue générale des Sciences pures et appliquées et Bulletin de l'Association française pour l'Avancement des Sciences* — Paris — Publiée par la Société d'Édi-

tion d'Enseignement Supérieur avec l'aide du Centre National de la Recherche Scientifique.

*Revue d'Optique théorique et instrumentale* — Paris.

*Revue Pratique du froid* — Paris — Organe officiel de la Fédération Nationale des Activités Frigorifiques.

*Revue de la Société Royale Belge des Ingenieurs et des industriels* — Bruxelles.

*Revue Technique Philips* — Eindhoven — Traitant de questions techniques concernant les produits, les méthodes de travail et les recherches de la N. V. Philips Gloalampenfabrieken Laboratoire de Physique Philips.

*Science Progress* — London — A quarterly review of Scientific thought, work Affairs.

*Suiça Tecnica* — Lausana — Revista Publicada pelo Centro Suiço de Expansão Comercial Zurich e Lausana com a colaboração da Sociedade Suiça de Construtores de Máquinas Zurich.

*Technisch Wetenschappelijk Tydschrift* — Antwerpen.

*Toute l'électronique* — (anciennement *Toute la Radio*) — Paris — Revue mensuelle de technique expliquée et appliquée publié sous la direction de E. Aisberc. Société des Editions Radio.

*Verhandelings van de Koninklijke Vlaams Academie voor Wetenschappen, Letteren en Schone Kunsten van Belgie* — Brussel.

\*

Títulos de artigos publicados no último número recebido de algumas das revistas acima citadas:

AMERICAN SCIENTIST (vol. 51, n.º 1)

*The application of Geophysics to Archaeology* — Richard E. Linington.

*Perspectives*

*I — Muonium — A New Atom* — Vernon W. Hughes.

II — *New Compounds of noble gases: The fluorides of xenon and radon* — Neil Bartlett.

ENDEAVOUR (vol. XXII, n.º 85)

*L'Organisation européenne de recherches spatiales* (artigo de fundo).

*La chambre à étincelle* — D. G. Davis.

*L'origine du système métrique* — D. McKie.

ERICSON REVIEW (vol. XL, n.º 1)

*Equipe terminal para el sistema de frecuencia portadora de 2700 canales.*

I *Equipe de modulación.*

ERICSON, TECHNICS (vol. 19, n.º 1)

*Cavity method for measuring dielectric constants at microwave frequencies* — P. Hedvall, J. Hagglund.

*Experiments on plasma resonance* — A. Dattner.

PHYSICS TODAY (vol. 16, n.º 4)

*Plasma Physics: modern diagnostic techniques* — Sanban C. Brown.

*Inter-American Conference on cosmic rays and space physics* — Kenneth Greisen.

*Group theoretical methods in elementary particle physics* — O. W. Greenberg, E. P. Wigner.

PRO METAL (n.º 92)

*L'analyse spectrométrique au service des mines métallurgiques* — H. Bovet.

REVUE DES INGENIEURS ET INDUSTRIELS (n.º 4, 1963)

*Les reacteurs breeders a neutrons rapides et le cycle du plutonium* — G. Van der Spek.

REVUE TECHNIQUE PHILIPS (vol. 23, n.º 11)

*Un générateur haute tension expérimental de très petites dimensions* — H. P. Y. Brekoo, A. Verhoeff.

SCIENCE PROGRESS (vol. LI, n.º 202)

*Nuclear Magnetic resonance* — Richard A. Y. Yones.

*Recent advances in science — Physics — The properties of the muon* — S. Devons.

TOUTE L'ÉLECTRONIQUE (n.º 274)

*Quelques applications des semi-conducteurs* — M. Belot.

---

## Noticiário

### Giroscópio subatômico

A «Republic Aviation Corporation» vai construir um giroscópio, dum tipo completamente diferente dos giroscópios mecânicos, sem nenhuma parte móvel.

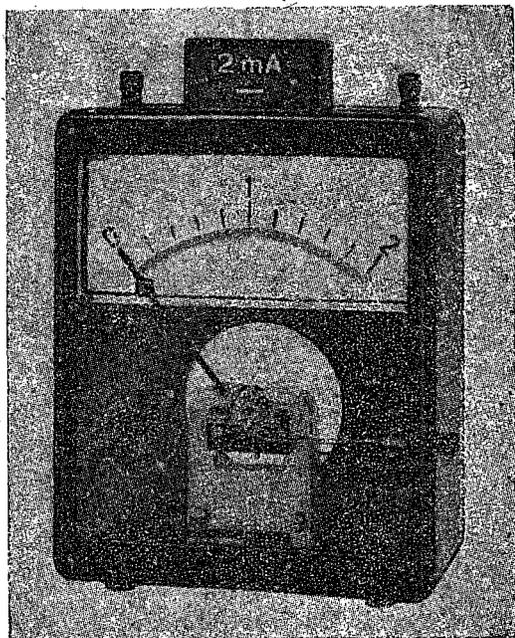
Neste aparelho empregam-se prótons e electrões actuados por um campo magnético e a sua precessão será muito menor do que a dos giroscópios mecânicos.

### Crítica de livros

A «Gazeta de Física» lembra aos autores e editores que fará uma referência crítica de todas as obras que lhe sejam enviadas em duplicado.

# MATERIAL DIDÁCTICO

de Física,  
Química  
e Biologia



Galvanómetro



PHYWE

PHYWE AG.  
Goettingen. — Alemanha Ocd.



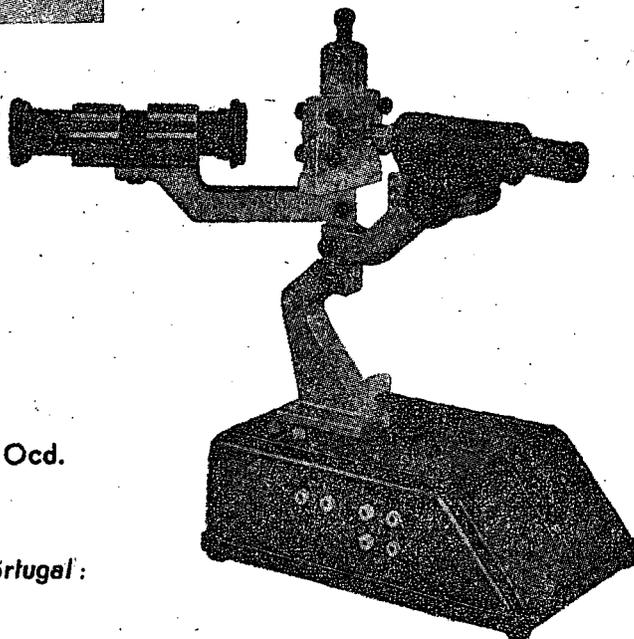
*Representante exclusivo para Portugal:*

**LUSOMAX**

Sociedade de Importação e Exportação, Lda.

RUA DOS CORREIROS, 123-3.º-DT.º

TELEF. PPC 30607 \* LISBOA 2



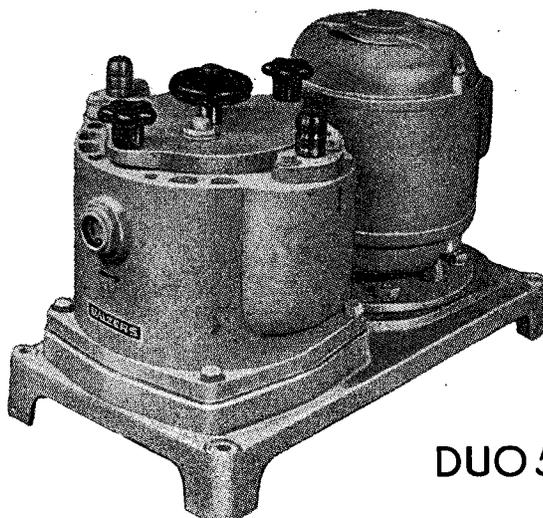
*Aparelho de Milliken*



**BALZERS**

A BOMBA DE VÁCUO MAIS  
APROPRIADA A TRABALHOS  
DE CONTAMINAÇÃO

DESMONTAGEM, LIMPEZA  
E MONTAGEM EM 30 MINU-  
TOS SEM FERRAMENTAS



**DUO 5**

DOIS ANDARES  
VÁCUO MÁXIMO:  $8 \times 10^{-5}$  mm Hg

REPRESENTANTES EXCLUSIVOS:

**EQUIPAMENTOS DE LABORATÓRIO, L.<sup>DA</sup>**  
RUA PEDRO NUNES, 47 — TELEF. 73 34 36 — LISBOA

*Os fabricantes dos equipamentos laboratoriais mais divulgados  
no mundo científico,*

« E K C O » Electronics, Ltd.

e

« D Y N A T R O N » Radio, Ltd.

*têm certamente nas suas gamas de fabrico todos os dispositivos  
de que necessita para os estudos do seu Laboratório.*

Representantes exclusivos:

Soc. Com.

**CROCKER, DELAFORCE & C.<sup>a</sup> L.<sup>da</sup>**

Séde: Rua D. João V, 2-2.º

Oficinas: Rua D. João V, 29-C

Telefone 68 01 41/4

HILGER WATTS LTD.

APARELHOS PARA ANÁLISE ESPECTRAL

POLARÍMETROS — REFRACTÓMETROS  
ESPECTROFOTÓMETROS — ESPECTRÓGRAFOS  
DIFRACTÓMETROS DE RAIOS X  
BIBLIOGRAFIA TÉCNICA

EDWARD'S HIGH VACUUM LTD.

TUDO PARA VÁCUO

BOMBAS E APARELHAGEM DIVERSA, UTILIZANDO  
O VÁCUO  
APARELHAGEM DE METALIZAÇÃO POR  
VÁCUO-LIOFILISADORES

BAIRD TATLOCK LTD.

MATERIAL E APARELHAGEM DE LABORATÓRIOS  
PARA INVESTIGAÇÃO E INDÚSTRIA

ET.S BETTENDORF S. A.

MATERIAL PARA LABORATÓRIOS PSICOTÉCNICOS  
E PSICOLOGIA APLICADA

ASSISTÊNCIA GARANTIDA POR TÉCNICOS ESPECIALIZADOS

MATERIAL DIDÁCTICO PARA A INFÂNCIA:  
JOGOS, QUADROS, ESTAMPAS, ETC..

REPRESENTANTES

C. SANTOS, S. A. R. L.

SECÇÃO INDUSTRIAL

AV. DA LIBERDADE, 35 - 1.º

L I S B O A