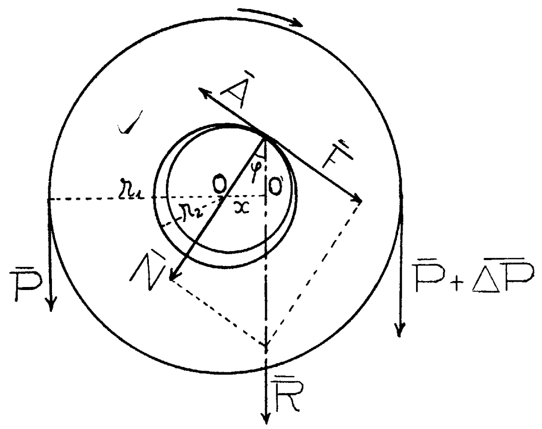
F. C. L. — Mecânica Física — Exame Final — Julho 1948.

155 — De cada um dos extremos duma corda que passa por uma roldana estão suspensos 80 kg. Que sobrecarga terá que se aplicar para que a roldana gire? O raio da roldana é 10 cm e o do eixo é 1,0 cm. O coeficiente de atrito da roldana com o eixo é 0,105. R: *Quando se aplica a sobrecarga mínima* ΔP *para que a roldana comece a rodar, o ponto de aplicação da resultante passa de* O *para* O' *e no ponto de contacto do eixo com a roldana a resultante pode decompôr-se na normal* $\vec{N}$ *e na força de atrito* $\vec{A}$.



O coeficiente de atrito entre o eixo e a roldana dado por f = A/N = tag φ *sendo* φ *o ângulo de atrito entre o eixo e a roldana. Tem-se então:* $P+\Delta P/P = (r_1+x)/(r_1-x)$ *sendo* $x = r_2$ sen φ. *Substituindo* x *pelo seu valor e considerando* tag φ = sen φ *por se tratar de ângulos muito pequenos vem:* (P+ΔP)/P = 1,02 *donde* ΔP = 81,6−−80,0 = 1,6 kg.

156 — Forma da superfície líquida na proximidade de uma parede plana.

Expressões a utilizar:

$$\rho g z = \frac{\sigma}{r} = \sigma \frac{d\varphi}{dz} \text{sen}\,\varphi; \quad \frac{1}{2}\rho g z^2 = \sigma(1-\cos\varphi).$$

157 — Equações fundamentais da hidrodinâmica. Teorema de Bernoulli.

Expressões a utilizar:

$$\bar F - \frac{1}{\rho}\text{grad}\, p = \frac{1}{2}\text{grad}\, v^2 - [\bar V \text{rot} \bar V]$$

$$F_1 - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_1} = v_1\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_2\frac{\partial v_2}{\partial x_2} + v_3\frac{\partial v_3}{\partial x_3}$$

....

....

158 — Conservação da massa dos remoinhos:

Expressões a utilizar:

$$\bar F = -\frac{1}{\rho}\text{grad} V; \quad -\frac{1}{\rho}\text{grad} V - \frac{1}{\rho}\text{grad}\, p =$$

$$= \frac{1}{2}\text{grad}\, v^2 - [\bar V \text{ rot } \bar V]; \ \frac{v^2}{2} + \frac{1}{\rho} v + \frac{1}{\rho} p = \text{const}$$

$$-\text{grad}(V+p) = \rho\left\{\frac{\partial \bar V}{\partial t} + \frac{1}{2}\text{grad}\, v^2 - [\bar V \text{ rot } \bar V]\right\}$$

$$\frac{\partial \bar b}{\partial t} + \text{rot}[\bar b \bar V] = 0; \quad \frac{\partial \bar b}{\partial t} + (\bar V \nabla')\bar b - (\bar b \nabla)\bar V = 0$$

$$\frac{d\bar b}{dt} - (\bar b \nabla)\bar V = 0$$

159 — Ondas acústicas planas; fórmulas de Laplace. Expressões a utilizar:

$$\Delta\psi = \rho_0 \chi \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}; \ \psi = \psi(ct - x;)$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi}}; \ p v^q = \text{const}; \ c = \sqrt{qp/\rho} = \sqrt{qRT/M}.$$

F. C. L. — Termodinâmica — Exame final — Julho 1948

160 — Um sistema mantido a pressão constante recebe uma quantidade de calor Q_{12}. Demonstrar que o aumento de entropia é $H_2 - H_1 = Q_{12}$.

161 — Quanto vale a variação de entropia específica numa corrente fluida adiabática quando não haja produção de trabalho exterior nem variações de nível e em que as velocidades de entrada e de saida são iguais.

162 — Defina-se temperatura de saturação adiabática e deduza-se a relação $\theta_{sa} = \theta - \frac{r' - r}{0{,}24 + 0{,}45 r} q_e$ supostas conhecidas as expressões:

$$m_a(h_a - h_a') + m_v(h_v - h_v') = m_1(h_v' - h_1) = m_1 q_e$$

$$h_v = 595 + 0{,}45\theta \,\text{kcal/kg}; \ h_a = 0{,}24 + \theta \,\text{kcal/kg}$$

163 — Aplique a regra das fases às dissoluções e defina o que se entende por pontos de eutexia.

164 — Mediante as expressões:

$$-\frac{Q_1}{T}dT + \Delta v_1 dp - \varphi' M_1' dc' + \varphi'' M_1'' dc'' = 0;$$

$$-\frac{Q_2}{T}dT + \Delta v_2 dp + \varphi' \frac{M_1'}{c'} dc' - \varphi'' \frac{M_1''}{c''} dc'' = 0.$$

Explique a marcha da destilação duma mistura de dois líquidos quando se opere a pressão constante.

F. C. L. — Electricidade — Exame final — Julho, 1947

165 — *a*) Estabeleça as equações de transformação da aceleração. *b*) Aberração das estrêlas. *c*) Massas dum ponto material.

166 — *a*) Diga como varia com a temperatura o número de electrões emitidos dum filamento *b*) Teoria do Efeito Compton. *c*) Lei de Moseley; energia total dum electrão no campo do núcleo.

167 — *a*) Diga como se varia o comprimento de onda próprio de uma antena. *b*) Origem do espectro contínuo de raios X. *c*) Raios cósmicos.

168 — Sendo v=0,8c determine em S' a equação da curva $x^2+y^2=251$ e calcule a área que limita naquele referencial. R: — *Em* S *a equação* $x^2+y^2=25$ *representa uma circunferência de raio igual a* 5. *No sistema* S' *tem-se* $y'=y$ *e* $x'=xR$ *sendo* $R=\sqrt{1-v^2/c^2}$. *Substituindo valores e efectuando operações vem para* (1) *em* S' *a equação:*

$$\frac{x'^2}{3^2}+\frac{y'^2}{5^2}=1$$

A curva é uma elipse de semi-eixos 5 *e* 3 *respectivamente. A área desta curva em* S' *é* $\pi\cdot a\cdot b = 3{,}14\times 3\times 5 = 47{,}1$.

169 — Calcule a energia que devia emitir durante 1 segundo um electrão que com movimento uniforme percorresse uma órbita circular de 1,00 *AU* em 10^{-10} segundos: $e = 1{,}592\times10^{-20}$ U. Em. R: — *A energia emitida por um electrão em movimento durante o tempo* τ *e com a aceleração* j *é dada por:* $w=2\mu e^2 j^2\tau/3v$ (1).

A velocidade com que o electrão percorre a órbita é dada por $v = 2\pi r/t = 2\pi\cdot10^{-8}/10^{-10} = 2\pi 10^2$ cm/s *e a aceleração nestas condições é* $j = v^2/r = 4\pi^2\cdot 10^{12}$ cm/s². *Substituindo valores em* (1) *vem para a energia emitida num segundo:* $W = 418\times10^{-18}$ ergs.

Resoluções de GLAPHYRA VIEIRA

8. DIVULGAÇÃO E VULGARIZAÇÃO

SOBRE AS NOÇÕES DE VELOCIDADES DE GRUPO E DE FASE

Para uma radiação rigorosamente monocromática, a relação entre o comprimento de onda λ, a velocidade v de propagação da onda e o período T, é, como se sabe,

$$\lambda=vT.$$

Imaginemos que a origem emite simultâneamente duas radiações de comprimentos de onda λ_1 e λ_2, pouco diferentes.

Consideremos um ponto do espaço, em que num dado instante t, as variáveis luminosas correspondentes às duas radiações tenham simultâneamente os valores máximos (ponto B_1, B_2 — fig. 1 *a*). É evidente que nesse mesmo instante, os outros máximos (C_1 e C_2, etc.) da variável luminosa correspondentes a cada uma das radiações, não coincidem, visto que os comprimentos de onda das duas radiações são diferentes.

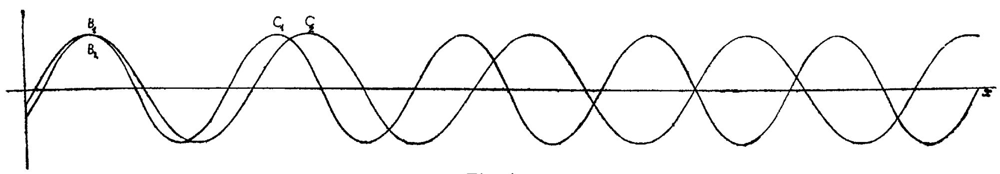


Fig. 1a

A perturbação resultante das duas componentes está representada na fig. 1 *b*. Vê-se imediatamente da figura, que enquanto que as perturbações componentes correspondem a ondas com amplitude constante, a perturbação resultante é constituida por uma onda cuja amplitude passa por máximos e mínimos.

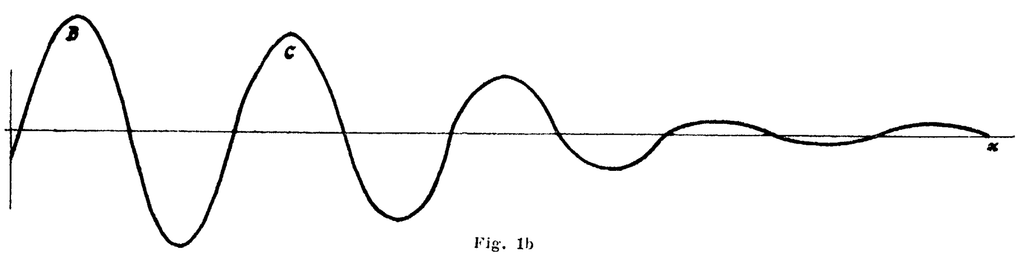


Fig. 1b

Consideremos agora dois casos:

a) O das radiações se propagarem no vácuo;

b) O das radiações se propagarem num meio material.

a) No primeiro caso, as duas radiações propagam-se com a mesma velocidade c, e, por consequência, após um intervalo de tempo qualquer θ, (instante $t + \theta$) os dois máximos das duas curvas que coincidiam, estarão ambos a uma distância $c\theta$, isto é, continuarão ambos em sobreposição, e será a adição destes dois máximos que corresponderá ainda ao valor do máximo de amplitude da onda resultante.

À velocidade com que se desloca este máximo chama-se velocidade do grupo para as duas radiações consideradas, que como vemos é a velocidade c com que se propagam as ondas.

b) Designemos por v_1 e v_2 as velocidades de propagação das radiações de comprimentos de onda λ_1 e λ_2. Consideremos de novo a direcção de propagação; no fim de um certo tempo θ, o máximo da radiação de comprimento de onda λ_1 estará à distância $v_1\theta$, mas o máximo da radiação λ_2 já agora não estará sobreposto ao anterior, visto ter percorrido a distância diferente $v_2\theta$. Daqui resulta que o máximo da onda resultante já não se encontra em B_1, B_2 como na fig. 1 *a*, estando antes ou depois desse ponto. Por consequência, como o máximo da onda resultante percorreu uma distância diferente da percorrida pela radiação de comprimento de onda λ_1 a sua velocidade de propagação que designaremos por V é diferente da velocidade v_1; e como este raciocínio se poderia reproduzir considerando em primeiro lugar a radiação de comprimento de onda λ_2, é fácil de ver que é também $V \neq v_2$.

Na fig. 2 estão representados: em *a*, os pontos B_1, B_2 da fig. 1 *a* e as posições B_1', B_2' destes pontos no instante $t + \theta$ ($B_1B_1' = v_1\theta$; $B_2B_2' = v_2\theta$); em *b* a onda resultante no instante $t + \theta$ ($B'A'' = V\theta$), sendo A'' a posição do máximo da onda resultante no referido instante.

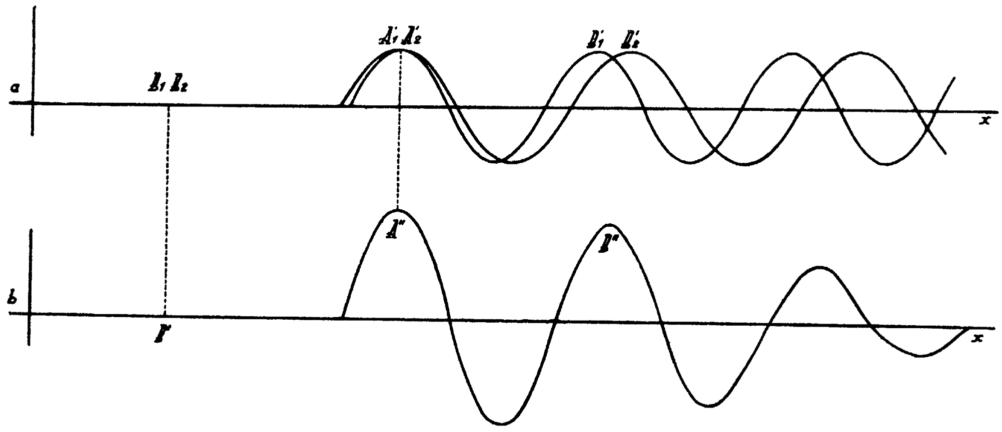


Fig. 2

Em resumo, no vácuo, as velocidades das ondas e a velocidade do máximo da onda resultante são iguais, ao passo que num meio material essas velocidades são diferentes. O problema que se põe é o de determinar a relação que existe entre V, v_1 e v_2; mas antes de passarmos a este cálculo, analisemos mais de perto o significado físico do que acaba de ser exposto, dando algumas imagens mecânicas.

Consideremos dois veículos que se movem independentemente e suponhamos que existem três referências, uma ligada ao veículo A (fig. 3) outra ao veículo B e finalmente uma terceira que está permanentemente a meia distância dos dois veículos. Suponhamos ainda, para libertar o espírito de qualquer influência relativa à posição dos veículos, que o observador se encontra numa posição tal que não