# Espalhamento Atmosférico: A Física das cores do céu

### Gilberto Cunha<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Estudante do Mestrado Integrado em Engenharia Física na Universidade do Minho gcacademic@outlook.pt

#### Resumo

Neste artigo, investiga-se a explicação física para a coloração do céu. Abordam-se fenómenos de espalhamento da luz e um algoritmo em *Python* para a geração de imagens do céu, desenvolvido no âmbito da Unidade Curricular de Física Computacional do Mestrado Integrado de Engenharia Física na Universidade do Minho.

## Introdução

Não é novidade que vemos o céu azul e o Sol amarelo e que, ao pôr do Sol, a paisagem muda para um tom avermelhado belo que nos incita a apreciá-lo por longos momentos, mas qual o motivo de serem estas cores e não outras que pintam o céu? E porque é que o céu apresenta uma tão grande variedade de cores?

Um bom ponto de partida é a forma como captamos informação luminosa, no sensor biológico de luz do ser humano, o olho.

O nosso olho tem células recetoras, os cones e os bastonetes, que detetam luz e enviam estímulos ao cérebro, permitindo-o recriar uma imagem do cenário para o qual olhamos. Estes recetores respondem de maneira distinta a diferentes comprimentos de onda da luz – uma caraterística intrínseca das ondas, que para a luz está associada à sua cor (ver figura 1) – o que faz com que certos comprimentos de onda sejam detetados com mais facilidade do que outros. Esta atribuição dum maior peso a certas cores altera pois a perceção humana da coloração.

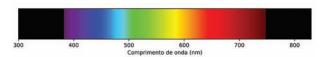


Figura 1 - Espectro da luz visível e os seus comprimentos de onda.

Um segundo motivo é o espetro de emissão do Sol, que não é uniforme para todos os comprimentos de onda, suscitando também que certas cores se destaquem mais do que outras. Para simplificação, o Sol será considerado a nossa única fonte de luz.

O motivo de maior impacto, no entanto, é a interação da luz com partículas da atmosfera, alterando a sua trajetória e variando a sua intensidade. Estas interações, conhecidas como espalhamento ou scattering, podem também ser dependentes do comprimento de onda da luz, mais uma vez alterando a nossa perceção visual.

## O que é o espalhamento da luz?

O espalhamento da luz é o processo que resulta da interação de feixes de luz com partículas, como moléculas da atmosfera, onde esta luz é absorvida e reemitida em diferentes direções e com diferentes intensidades [1-3]. O espalhamento explica qual a relação entre a intensidade da luz antes e depois desta interação.

Simplificando, é como se a trajetória da luz fosse desviada pela partícula, perdendo alguma intensidade no processo (ver figura 2).

Esta intensidade é de grande importância pois está relacionada com a quantidade de luz que o olho irá receber e consequentemente detetar. Por exemplo, se o olho captasse 10 unidades de intensidade de luz com o comprimento de onda de 440 nm (luz azul) e apenas 1 unidade com o comprimento de onda de 680 nm (luz vermelha), então o azul destacar-se-ia muito mais que o vermelho.

Há grandezas físicas fundamentais que devem ser identificadas nesta interação: o ângulo de desvio da luz ou ângulo de espalhamento, o comprimento de onda da luz e o tamanho da partícula com a qual a luz interage.

De todos os diferentes tipos de espalhamento a nossa atenção será focada em dois: o de Rayleigh e o de Mie.

# Espalhamento de Rayleigh

O espalhamento de Rayleigh explica a interação da luz com partículas gasosas de dimensões muito pequenas - inferiores ao comprimento de onda da luz com que interagem - como sejam as moléculas de gás da atmosfera, por exemplo o oxigénio ou o azoto.

Depende do comprimento de onda da luz, criando distinção nas cores no céu e depende pouco do ângulo de espalhamento.

No contexto do espalhamento atmosférico, o espalhamento de Rayleigh é bem aproximado pelas equações [1] (ver figura 2):

$$I = I_0 \cdot S_R(\theta, \lambda, h) = I_0 \cdot \gamma_R(\theta) \cdot \beta_R(\lambda) \cdot \rho_R(h) \tag{1}$$

$$\gamma_R(\theta) = \frac{3}{4} [1 + \cos^2 \theta] \tag{2}$$

$$\beta_R(\lambda) = \frac{8\pi^3 (n^2 - 1)^2}{3N\lambda^4}, N = 2.504 \cdot 10^{25}$$
 (3)

$$\rho_R(h) = \exp\left(-\frac{h}{H_R}\right), \ H_R = 7994 \text{ m}$$
 (4)

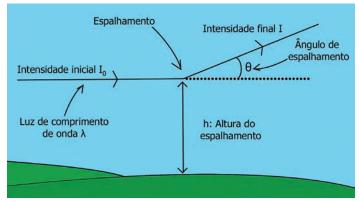


Figura 2 - Ilustração do espalhamento da luz.

Onde  $I_0$  é a intensidade inicial da luz e I a intensidade final, n o índice de refração do meio onde se dá o espalhamento,  $\lambda$  o comprimento de onda da luz,  $\theta$  o ângulo de espalhamento, h a altura à qual ocorre o espalhamento – medida a partir do nível do mar - N a densidade molecular média ao nível do mar e  $H_R$  a altura da escala de Rayleigh.

A intensidade da luz após sofrer espalhamento de Rayleigh é tão maior quanto menor o seu comprimento de onda, pois  $I \propto 1/\lambda^4$  (ver figura 3).

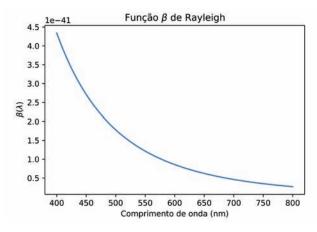


Figura 3 - Variação da intensidade final no espalhamento de Rayleigh com o comprimento de onda da luz.

No espetro visível o violeta é a cor com menor comprimento de onda e que regista maior intensidade final no espalhamento, mas os cones do olho captam pouco esta cor, pelo que o azul, a próxima cor do espetro visível com menor comprimento de onda, é a que vemos no céu!

# Espalhamento de Mie

O espalhamento de Mie descreve a interação da luz com partículas de dimensão próxima do comprimento de onda da luz, como são os aerossóis.

Este tipo de espalhamento tem dois aspetos importantes que o diferenciam do de Rayleigh: a intensidade final não depende do comprimento de onda da luz e tem uma grande dependência do ângulo de desvio.

No contexto atmosférico, uma boa aproximação do espalhamento de Mie é dada pelas equações [2,3]:

$$I = I_0 \cdot S_M(\theta, h) = I_0 \cdot \gamma_M(\theta) \cdot \beta_M \cdot \rho_M(h)$$
 (5)

$$\gamma_M(\theta) = \frac{3}{2} \cdot \frac{1 + g^2}{2 + g^2} \cdot \frac{1 + \cos^2 \theta}{(1 + g^2 - 2g\cos\theta)^2} \tag{6}$$

$$\beta_M = 5.76 \cdot 10^{-7} \tag{7}$$

$$\rho_M(h) = \exp\left(-\frac{h}{H_M}\right), \quad H_M = 1200 \text{ m}$$
 (8)

Onde  $H_M$  é a altura da escala de Mie,  $g \in ]-1,1[$  é um parâmetro de ajuste e todas as outras variáveis são análogas às descritas no espalhamento de Rayleigh.

Após sofrer espalhamento de Mie, a intensidade da luz quando o feixe sofre um desvio muito pequeno - espalhamento em frente - é muito superior à que ocorre nos restantes ângulos. Deste modo, g permite ajustar a seletividade angular deste espalhamento. Quanto maior o g, maior será esta seletividade angular - neste projeto foi utilizado g = 0,996.

Dado que olhando diretamente para o Sol o ângulo de desvio da luz é muito pequeno (ver figura 4), o Sol apresenta uma luminosidade elevada (ver figura 5).

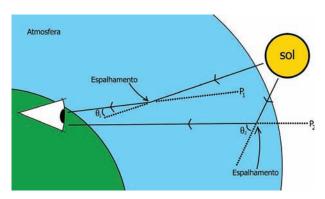


Figura 4 - Esquema representativo do espalhamento de Mie da luz. O ponto  $P_1$  terá uma muito maior intensidade do que  $P_2$  pois o seu ângulo de desvio  $\theta_1$  é muito inferior ao ângulo  $\theta_2$ .

# Efeitos dos espalhamentos de Rayleigh e de Mie

O espalhamento de Mie toma valores de intensidade muito superiores aos do espalhamento de Rayleigh para regiões do céu próximas do Sol, pelo que é maioritariamente responsável pela intensidade luminosa deste. No entanto, como não depende do comprimento de onda, não origina as diferentes cores do céu (fig. 5).



Figura 5 - Imagem do pôr do sol gerada apenas com espalhamento de Mie.

O espalhamento de Rayleigh, por sua vez, é dependente do comprimento de onda da luz, sendo este que origina a cor do céu (fig. 6).



Figura 6 - Imagem do pôr do sol gerada apenas com espalhamento de Rayleigh.

Quando se juntam os dois fenómenos, considerando que ambos os eventos de espalhamento ocorrem simultaneamente [2] – uma simplificação, dado que ambos os espalhamentos ocorrem para a interação da luz com partículas de diferentes dimensões – e consequentemente  $I=I_0\,S\;(\theta,\,\lambda,\,h)$ , com  $S\;(\theta,\,\lambda,\,h)=S_R\;(\theta,\,\lambda,\,h)+S_M\;(\theta,\,h)$ , obtém-se o seguinte resultado (fig. 7):



Figura 7 - Imagem do pôr do sol gerada com ambos os eventos de espalhamento  $\,$ 

### Definir uma câmara e o Sol no cenário

Para gerar imagens do céu é necessário criar um ponto de vista de onde a imagem será gerada, como se estivéssemos a colocar uma câmara no cenário a captar. É necessário então definir as coordenadas da câmara e, mais importante, a direção na qual esta aponta. Para definir esta direção podemse usar um ângulo azimutal e um ângulo polar. Similarmente é necessário colocar o Sol no cenário. Como o Sol se encontra muito longe da Terra, basta indicar a direção na qual ele se vai encontrar, não sendo necessário definir uma posição para este. Deste modo, se a câmara apontar na mesma direção que a definida para o Sol, este vai-se encontrar no centro da imagem.

# Intensidade inicial $I_0$ da luz

Para se poder calcular a intensidade final da luz é necessário saber qual a intensidade da luz no início do seu trajeto. Sendo que a fonte de luz considerada é o Sol, utiliza-se o seu espetro de emissão para associar uma intensidade a cada comprimento de onda emitida, isto é, cada comprimento de onda  $\lambda$  tem uma intensidade inicial  $I_0$  associada, dadas pelo espetro de emissão solar (ver figura 8).

O espetro é dado pela lei de *Planck* que permite determinar a radiância espetral  $B(\lambda, T)$  de um corpo negro:

$$B(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}$$
 (9)

Dado que se sabe que a temperatura da superfície do Sol é de aproximadamente 5778 K, aplicando a equação (9) obtém-se o espetro de emissão solar (ver figura 8) e a intensidade inicial da luz por este emitida.

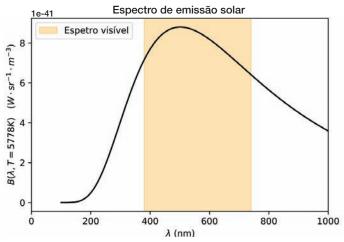


Figura 8 - Espectro de emissão solar.

# Inversão do sentido de propagação da luz

A luz propaga-se desde o seu emissor até ao seu recetor, neste caso do Sol até ao olho. Para efetuar os cálculos numéricos, no entanto, considerar toda a luz emitida pelo Sol é um desperdício de recursos computacionais devido à maior parte dessa luz não atingir o alvo, o olho. Deste modo, considera-se o sentido inverso desta propagação, ou seja, como se a luz saísse do olho e terminasse o seu percurso no Sol.

Os cálculos são independentes do sentido de propagação e descritos pelas mesmas equações até agora apresentadas.

# Espalhamento para dentro e espalhamento para fora

Vamos estabelecer um "limite" na atmosfera terrestre a partir do qual consideraremos que a luz não sofrerá mais interações (80km de altitude é um valor típico). Considere-se um segmento de reta que une o olho a este limite de acordo com a direção do olhar (fig. 9).

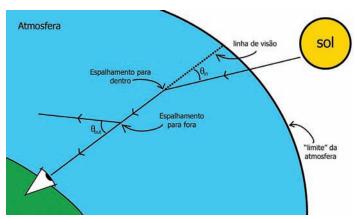


Figura 9 - Esquema ilustrativo do espalhamento para dentro e fora.

Ao longo deste segmento de reta há luz que sofre espalhamento de Rayleigh ou de Mie e que se passa a dirigir ao olho - espalhamento para dentro ou in scattering - e há também luz que se desloca ao longo deste segmento de reta direcionada ao olho que é desviada para fora devido aos mesmos eventos - espalhamento para fora ou out scattering (ver figura 10).

Os espalhamentos para dentro e fora não são fenómenos distintos dos de Rayleigh e de Mie, são apenas uma maneira de distinguir a quantidade de luz que entra para a nossa linha de visão da que sai devido a espalhamentos tanto de Rayleigh como de Mie.

# Espalhamento para fora

Ao longo do segmento de reta referido anteriormente, parte da luz que se dirige ao olho é defletida em várias direções ao longo deste trajeto, diminuindo a quantidade de luz que se propaga ao longo do segmento. O espalhamento para fora num segmento de reta de comprimento S é descrito pela lei de Beer-Lambert [1]:

$$I = I_0 \exp(-\tau(\lambda, h)) \tag{10}$$

$$\tau(\lambda, h) = \int_0^S [\beta_R(\lambda)\rho_R(h) + \beta_M \rho_M(h)] ds$$
 (11)

Onde I é a intensidade da luz após percorrer esse segmento,  $I_0$  a intensidade inicial e ds uma distância infinitesimal. A quantidade  $\tau$  é denominada espessura ótica, neste caso dependente dos coeficientes de extinção de Rayleigh e Mie. A equação (10) apenas pode ser calculada por métodos numéricos, uma vez que não existe solução analítica para o integral da equação (11).

De certo modo, a espessura ótica diz-nos o quanto a atmosfera se opõe à propagação da luz numa dada direção, provocando a diminuição da sua intensidade com o aumento do trajeto percorrido na atmosfera. A diminuição da intensidade da luz com o aumento do trajeto é algo intuitivo de se prever. Algo interessante mas menos intuitivo é o que podemos retirar das equações (10) e (11): a espessura ótica depende do comprimento de onda e quanto menor este, maior a "obstrução" da atmosfera à passagem de luz. Esta dependência enquadra a explicação da luz azul ser mais espalhada que as outras, resultando em que também seja mais espalhada para fora, perdendo assim mais intensidade ao longo do percurso.

Devido a este facto, quando a luz percorre longas distâncias na atmosfera - como quando olhamos para o pôr ou o nascer do Sol - embora a luz azul seja beneficiada pelo espalhamento de *Rayleigh*, esta "obstrução" a longa distância atenua o azul o suficiente para a cor vermelha se destacar, dando origem ao pôr do Sol como o conhecemos. Este fenómeno não se verifica durante o resto do dia pois a distância que a luz tem de percorrer na atmosfera até ao olho é consideravelmente menor.

## Espalhamento para dentro

Considere-se novamente o segmento de reta que une o limite da atmosfera ao olho. Diga-se que este começa no ponto 0 e termina no ponto 0. Para calcular a contribuição do espalhamento para dentro, já contabilizando também o espalhamento para fora, é necessário subdividir esse segmento em segmentos muito pequenos e considerar que para cada subsegmento ocorre um evento de espalhamento fazendo com que a luz entre na linha de visão [2]:

$$I = I_0 \cdot S_{in}(\theta, \lambda, h, s) \tag{12}$$

$$\tau(\lambda, h) = \int_0^s [\beta_R(\lambda)\rho_R(h) + \beta_M\rho_M(h)] ds \qquad (13)$$

Onde  $\tau$  ( $\lambda$ ,h) =  $\tau_e$  ( $\lambda$ ,h) +  $\tau_s$  ( $\lambda$ ,h) é a soma da espessura ótica  $\tau_e$  ( $\lambda$ ,h) da luz desde o olho até cada um dos pontos de espalhamento e da espessura ótica  $\tau_s$  ( $\lambda$ ,h) desse mesmo ponto até ao ponto onde a luz atinge o "limite" da atmosfera em direção ao Sol. Note-se que nesta equação se despreza a presença do espalhamento múltiplo.

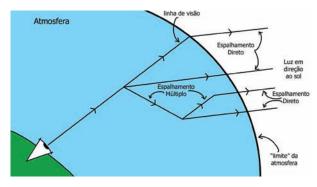


Figura 10 - Esquema ilustrativo do espalhamento para dentro e espalhamento múltiplo, considerando a inversão do sentido de propagação da luz.

Para realizar em *Python* o cálculo do espalhamento para dentro subdividiu-se o segmento de reta da linha de visão em vários subsegmentos e supôs-se um espalhamento direto — enviar a luz diretamente para o sol (ver figura 10) — em cada um destes subsegmentos. Fez-se assim a integração presente na equação (13). Repare-se que a função a ser integrada decai exponencialmente com a altura e a sua contribuição é cada vez menor, sendo por isso apropriado um passo exponencial para a integração numérica de  $\tau$  ( $\lambda$ ,h) [1].

Para melhorar o realismo do algoritmo, envia-se luz em duas direções: em direção ao sol – espalhamento direto – e numa direção aleatória – espalhamento múltiplo – com uma probabilidade arbitrária de se voltar a espalhar. Quando este processo probabilístico terminar, envia-se esta luz diretamente para o Sol.

Realizando esta computação numérica, com ou sem espalhamento múltiplo, obtém-se a intensidade final para um comprimento de onda e feitos os cálculos para os comprimentos de onda vermelho ( $\lambda=680$  nm), verde ( $\lambda=534$  nm) e azul ( $\lambda=440$  nm) - RGB - obtém-se a cor de um píxel.

Criando-se um plano de imagem - uma grelha de píxeis com uma largura e altura arbitrárias - a uma certa distância do observador e preenchendo-os com os valores *RGB* calculados para cada um deles, obtém-se finalmente uma imagem crua do céu calculada utilizando o espalhamento atmosférico.

Por fim, uma vez que estas intensidades calculadas muito facilmente atingem valores muito elevados ou muito reduzidos, para uma representação de cores mais dinâmica e realista utiliza-se tonemapping, que alarga a distribuição da intensidade de cores.

Após todos estes efeitos serem contabilizados, os resultados serão semelhantes aos mostrados na figura 7 para o pôr do Sol e na figura 11 para o dia.



Figura 11 - Imagem gerada do céu durante o dia

## Conclusão

A cor do céu é um problema complexo que é explicado em grande parte pelo espalhamento da luz e o programa em *Python* que aqui se descreve, mesmo empregando algumas simplificações, permite a sua resolução com bastante simplicidade e eficácia.

Assim, com o maior espalhamento de Rayleigh de comprimentos de onda de luz azul e também devido à fraca capacidade de deteção dos cones - células recetoras do olho - à luz violeta, a luz que o olho capta com maior intensidade proveniente do céu é o azul, tornando-o desta cor.

Devido à elevada seletividade angular do espalhamento de Mie, o Sol apresenta uma intensidade luminosa muito superior ao resto do céu, dado que a luz proveniente diretamente do Sol sofre desvios angulares muito pequenos.

A longas distâncias, como a luz azul é mais espalhada do que outros comprimentos de onda, é esta que sofre mais o espalhamento para fora do que o espalhamento para dentro, o que está na origem duma maior intensidade da luz vermelha relativamente à azul, tornando o pôr do sol avermelhado.

# Agradecimentos

Agradeço ao professor Nuno Castro, docente da UC de Física Computacional pelo auxílio em dar exposição a este projeto e ao professor António Ramires pela ajuda conceptual e algorítmica ao longo do desenvolvimento do mesmo

Foi um enorme prazer trabalhar e aprender com ambos, e a minha gratidão vai muito além de um curto agradecimento

### Referências

- Nishita, T., Sirai, T., Tadamura, K., & Nakamae, E. (1993, September). Display of the earth taking into account atmospheric scattering. Em Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques (pp. 175 182).
- [2] Lopes, Diogo & Ramires Fernandes, António. (2014). Atmospheric Scattering -State of the Art. Em EPCG 2014 - 21º Encontro Português de Computação Gráfica (pp. 63-70).
- [3] Nishita, T., Dobashi, Y., Kaneda, K., & Yamashita, H. (1996, August). Display method of the sky color taking into account multiple scattering. Em Pacific Graphics (Vol. 96, pp. 117-132).



Gilberto Cunha, é estudante de 4.º ano do Mestrado Integrado em Engenharia Física na Universidade do Minho no ramo de Física da Informação. É investigador do CMEMS, onde tem estudado e desenvolvido modelos do sistema visual usando redes neuronais profundas. Descobriu o seu interesse pela Física durante o seu ensino secundá-

rio, que completou, em 2017, na Associação Cultural e Recreativa de Fornelos.