

Penrose e o Prémio Nobel da Física de 2020

José Natário¹

¹ Departamento de Matemática, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa

1. Introdução

O Prémio Nobel da Física de 2020 foi atribuído (em parte) ao físico matemático britânico Sir Roger Penrose (fig. 1) “pela descoberta de que a formação de buracos negros é uma previsão robusta da Teoria da Relatividade Geral”. De acordo com o comité Nobel, Penrose “usou métodos matemáticos engenhosos na sua prova de que os buracos negros são uma consequência direta da Teoria da Relatividade Geral de Einstein” [1]. Neste artigo, vamos tentar explicar qual foi a contribuição de Penrose para estabelecer os buracos negros como objetos físicos reais, hoje em dia indispensáveis na nossa compreensão do Universo.

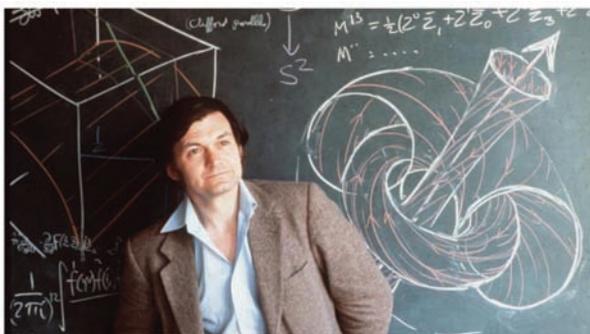


Figura 1 - Sir Roger Penrose, numa fotografia tirada em 1980 (Anthony Howarth/Science Photo Library).

2. O que é um buraco negro?

O conceito de buraco negro é muitas vezes introduzido recorrendo à noção newtoniana de velocidade de escape. Como é bem sabido, um corpo celeste esfericamente simétrico de massa M e raio R possui uma velocidade de escape igual à raiz quadrada de $2GM/R$, onde G é a constante de gravitação universal. Esta é a velocidade mínima com que um objeto deve ser lançado a partir da superfície do corpo celeste para escapar ao seu campo gravitacional: se for lançado com velocidade inferior, necessariamente acabará por se deter na sua trajetória e tornar a cair na superfície. No contexto da mecânica newtoniana, podemos então imaginar corpos celestes cuja velocidade de escape é superior à velocidade da luz,

$c = 300\,000$ quilómetros por segundo, ou, equivalentemente, cujo raio é inferior ao chamado **raio de Schwarzschild**, dado por $R_S = 2GM/c^2$. Admitindo que os fótons que compõem a luz se comportam como qualquer outro objeto no campo gravitacional, seria então impossível ver estes corpos celestes, uma vez que a luz por eles emitida não conseguiria escapar. Tais “estrelas escuras” foram consideradas por John Michell e Pierre-Simon Laplace no final do século XVIII [2], mas caíram no esquecimento à medida que a natureza ondulatória da luz se tornava evidente, e a teoria corpuscular de Newton perdia popularidade.

O comportamento da luz num campo gravitacional só foi elucidado com a publicação da Teoria da Relatividade de Einstein, em 1915 (fig. 2). Nesta teoria, a descrição newtoniana da gravidade como um campo de forças é substituída pela curvatura do próprio espaço-tempo. Resolvendo as equações de Maxwell, que regem o comportamento do campo eletromagnético, neste espaço-tempo curvo, é então possível estudar a propagação da radiação eletromagnética (em particular da luz) num campo gravitacional. O resultado desta análise é que os raios de luz seguem trajetórias especiais, chamadas geodésicas nulas, na geometria curva do espaço-tempo. No caso mais simples em que a curvatura do espaço-tempo se deve apenas à curvatura do espaço, estas trajetórias correspondem a geodésicas espaciais (ou seja, curvas de compri-

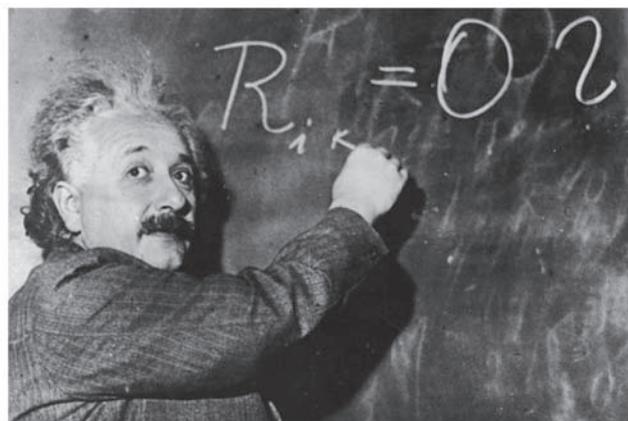


Figura 2 - Albert Einstein escrevendo a sua equação, numa fotografia tirada em 1931 (Associated Press).

mento mínimo no espaço) percorridas à velocidade da luz. Por exemplo, no caso em que o espaço é o análogo tridimensional da superfície de uma esfera (o chamado universo de Einstein), as geodésicas nulas correspondem a círculos máximos percorridos à velocidade da luz.

A curvatura do espaço-tempo é determinada pela matéria nele presente, e pode ser calculada a partir da chamada **equação de Einstein**. A primeira solução exata desta equação, correspondente ao campo gravitacional criado por um corpo esfericamente simétrico, foi obtida por Karl Schwarzschild em 1916. Da expressão desta solução ficou imediatamente claro que algo de estranho se passava no raio de Schwarzschild $R_S = 2GM/c^2$, onde certas quantidades pareciam tornar-se infinitas. Uma análise mais cuidada revelou que na realidade a superfície esférica de raio R_S era algo nunca antes encontrado em Física: uma superfície esférica que, apesar de se estar a expandir à velocidade da luz, se mantinha sempre do mesmo tamanho! Tal superfície viria a ser batizada de **horizonte de acontecimentos**, e a região no seu interior de **buraco negro**.

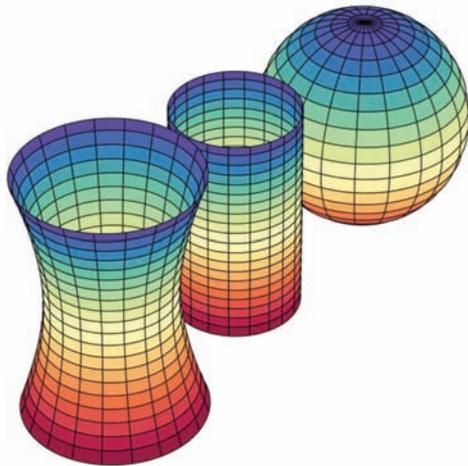


Figura 3 - Três exemplos de espaços curvos: hiperbolóide, cilindro e esfera (Wikimedia Commons).

Habitualmente, o raio de uma superfície esférica que se esteja a expandir à velocidade da luz tem necessariamente que aumentar. Uma superfície esférica que se expande à velocidade da luz mas cujo raio se mantém constante só é possível em regiões onde a curvatura do espaço-tempo é muito acentuada. Para dar uma ideia de como é que a curvatura pode permitir este tipo de fenómenos, imaginemos um universo cilíndrico, ou seja, um espaço tridimensional composto por superfícies esféricas todas com o mesmo raio. É muito difícil (ou mesmo impossível) visualizar tal espaço, mas este pode ser compreendido por analogia com a superfície de um cilindro (Fig. 3). Neste modelo bidimensional, as superfícies esféricas são representadas pelas circunferências ortogonais ao eixo do cilindro, que possuem todas o mesmo raio. Deve ser claro que mesmo que uma destas circunferências se esteja a propagar à velocidade da luz ao longo da superfície do cilindro, o seu raio permanece constante; da mesma forma, o raio de uma superfície esférica que se esteja a mover à velocidade da luz no universo cilíndrico não se altera. Note-se que isto é simplesmente um exemplo ilustrativo num espaço-tempo

muito simples, em que apenas o espaço é curvo; a geometria da solução de Schwarzschild é consideravelmente mais complicada.

Uma vez que, de acordo com a Teoria da Relatividade, nada se pode mover mais depressa que a luz, nenhum objeto físico (ou sinal) pode atravessar o horizonte de acontecimentos vindo do seu interior. Desta forma, o buraco negro não pode emitir luz para o exterior, o que explica o seu nome. Note-se que apesar de possuírem o mesmo raio R_S das “estrelas escuras” de Michell e Laplace, os buracos negros da Relatividade Geral são conceptualmente muito diferentes. Por exemplo, o facto das “estrelas escuras” terem velocidade de escape igual à velocidade da luz não impede um foguetão de escapar da sua superfície, movendo-se sempre com velocidade inferior à da luz: basta que tenha combustível suficiente para contrabalançar a atração gravitacional da “estrela escura” à medida que se afasta da sua superfície. Tal não é possível no caso de um buraco negro: nada lhe pode escapar, por muito que acelere. Aliás, é possível mostrar que a aceleração necessária para um observador no exterior se manter imóvel em relação ao horizonte de acontecimentos (cujo tamanho, recordemos, não varia) tende para infinito à medida que o observador é colocado cada vez mais próximo do horizonte de acontecimentos.

O comportamento das superfícies esféricas que se expandem à velocidade da luz no interior do buraco negro de Schwarzschild é ainda mais bizarro: o raio de tais superfícies diminui, até eventualmente ser zero. Novamente, uma vez que nada se pode mover mais rápido que a luz, qualquer objeto físico no interior desta superfície esférica será necessariamente esmagado num ponto, ao qual se costuma chamar a **singularidade**. Pode mostrar-se que a curvatura do espaço-tempo de Schwarzschild é infinita neste ponto, o que implica a destruição de qualquer objeto na sua vizinhança. Desta forma, observadores no interior do buraco negro de Schwarzschild (bem como raios de luz) só podem existir durante um intervalo de tempo finito: o espaço-tempo de Schwarzschild termina na singularidade.

3. O teorema de singularidade de Penrose

Durante muito tempo, pensou-se que o buraco negro de Schwarzschild poderia ser uma particularidade da simetria esférica, e que soluções mais realistas não conteriam singularidades. De facto, é natural esperar que se um corpo perfeitamente esférico colapsa para o interior do seu raio de Schwarzschild, formando um buraco negro, todo o material acabe por se concentrar no centro, originando um ponto de densidade infinita (e portanto, de acordo com a equação de Einstein, de curvatura infinita) – ou seja, uma singularidade. Na ausência de simetria esférica, seria concebível que o momento angular das partículas do corpo em colapso as levasse a afastarem-se do centro após uma determinada aproximação máxima, fa-

zendo com que o corpo ressaltasse após atingir um estado de densidade muito elevada. Não existindo singularidade, não haveria também nenhuma razão especial para pensar que existisse um horizonte de acontecimentos, e portanto talvez o buraco negro de Schwarzschild fosse apenas uma curiosidade matemática, uma solução instável da equação de Einstein que na prática nunca seria observada na Natureza.

Foi esta a questão que Penrose veio esclarecer, provando que na realidade qualquer colapso aproximadamente esférico levaria ao aparecimento de singularidades [3]. Mais concretamente, o teorema de Penrose estabelece a existência de singularidades em espaço-tempos que:

1. São espacialmente ilimitados;
2. Não contêm energia negativa;
3. Contêm uma **superfície aprisionada**.

A primeira hipótese é natural quando se procura estudar um sistema isolado (se bem que em Relatividade Geral também é possível considerar espaço-tempos que são espacialmente limitados, como por exemplo o universo de Einstein). A segunda hipótese, que se destina a garantir que a gravidade é sempre atrativa, é também satisfeita pela generalidade dos modelos (macroscópicos) de matéria (em que as energias negativas das ligações moleculares, atômicas e nucleares, são largamente compensadas pelas energias correspondentes às massas de repouso das partículas). Finalmente, uma superfície aprisionada é uma superfície cuja área diminui quando ela se propaga à velocidade da luz em ambas as direções possíveis. Isto é o que se passa com as superfícies esféricas no interior do buraco negro de Schwarzschild. Para dar uma ideia de como tais superfícies podem existir num espaço-tempo curvo, consideremos novamente o universo de Einstein, em que o espaço é o análogo tridimensional da superfície de uma esfera (Fig. 3). O análogo do equador neste universo é uma superfície esférica bidimensional de raio máximo, cuja área diminui quer esta se propague na direção do polo norte ou do polo sul. Novamente, isto é simplesmente um exemplo ilustrativo num espaço-tempo muito simples, em que apenas o espaço é curvo; a geometria da solução de Schwarzschild é consideravelmente mais complicada.

Na sua prova, Penrose usou a técnica da redução ao absurdo, mostrando que a não existência de singularidades levaria a uma contradição. Apesar dos detalhes matemáticos da prova estarem fora do âmbito deste artigo, é possível dar uma ideia do essencial do argumento. Penrose começou por mostrar que qualquer ponto do espaço pode ser atingido por raios de luz com origem numa dada superfície fechada, e que, dentre estes, o primeiro a chegar é emitido perpendicularmente à superfície. Foi neste passo que Penrose assumiu a não existência de singularidades, porque uma eventual singularidade impediria a passagem de alguns raios de luz. De seguida, Penro-

se provou que um raio de luz perpendicular à superfície que atinja um ponto focal (ou seja, um ponto onde intersecta raios de luz vizinhos) deixa de ser o primeiro raio de luz a atingir os pontos por onde passa para além do ponto focal. Isto é plausível se pensarmos no exemplo dos raios de luz emitidos por uma superfície esférica para o seu interior, que deixam de ser os primeiros raios quando passam no ponto focal (neste caso o centro da esfera). Finalmente, Penrose considerou o caso em que a superfície fechada era uma superfície aprisionada. Neste caso, os raios emitidos perpendicularmente em **ambas** as direções possíveis estão a convergir. O facto de que não existe energia negativa, e portanto a gravidade é atrativa, evita que os raios tornem a divergir (como acontece por exemplo no espaço-tempo em que o espaço é o análogo tridimensional da superfície do hiperbolóide representado na Fig. 3). Portanto, os raios deixam de ser o primeiro raio a uma distância finita da superfície aprisionada. Mas então todos os pontos do espaço estão a uma distância finita (o máximo das distâncias focais) da superfície aprisionada, em contradição com a hipótese de que o espaço é ilimitado.

O teorema de Penrose tornou imediatamente claro que o colapso gravitacional produziria singularidades mesmo em situações sem simetria esférica. De facto, é fácil mostrar que pequenas deformações de superfícies aprisionadas são ainda superfícies aprisionadas. Deste modo, colapsos aproximadamente esféricos formam inevitavelmente este tipo de superfícies (porque elas existem nos colapsos esfericamente simétricos), e portanto, em virtude do teorema de Penrose, formam também singularidades. Existem agora duas hipóteses: ou estas singularidades são visíveis para observadores arbitrariamente distantes (situação que Penrose batizou como a existência de **singularidades nuas**), ou forma-se um horizonte de acontecimentos que oculta a singularidade do exterior, como no caso da solução de Schwarzschild. Penrose apresentou vários argumentos em favor desta segunda possibilidade [4], que se tornou conhecida como a **conjectura da Censura Cósmica**. Admitindo a veracidade desta conjectura, o teorema de Penrose implica então a existência de buracos negros como objetos físicos, resultantes de colapsos gravitacionais reais.

4. Evidência observacional

O Prémio Nobel da Física de 2020 foi também atribuído à astrónoma americana Andrea Ghez e ao astrofísico alemão Reinhard Genzel, pelas suas observações das estrelas no centro da nossa galáxia, a Via Láctea. Em particular, eles seguiram as órbitas de várias destas estrelas durante mais de duas décadas (Fig. 4), tendo mostrado que elas orbitam um objeto invisível cuja massa é de cerca de quatro milhões de massas solares, e cujo raio é certamente inferior a 30 milhões de quilómetros (ou seja, duas vezes e meia o seu raio de Schwarzschild). Apesar disto não implicar inequivocamente que este objeto é um buraco negro, não existe na Física moderna nenhuma alternativa credível para uma concentração tão grande de massa num volume tão pequeno. Na opinião da esmagadora maioria dos físicos (e também do Comité Nobel), o objeto no centro da nossa galáxia é, para lá de toda a dúvida razoável, um buraco negro.

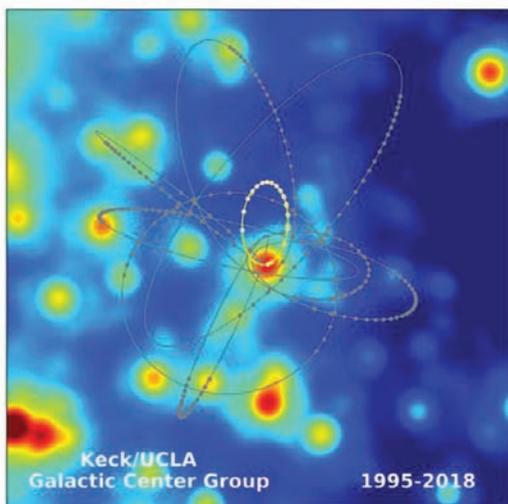


Figura 4 - Órbitas de algumas estrelas em redor do buraco negro no centro da Via Láctea (Keck Observatory/UCLA Galactic Center Group).

Existem muitos outros indícios da existência de buracos negros, como por exemplo os sinais de ondas gravitacionais detetados rotineiramente pelo observatório LIGO, cujo perfil típico corresponde ao da colisão de dois buracos negros (que pode ser calculado resolvendo numericamente a equação de Einstein num computador). Em 2019, o Event Horizon Telescope publicou mesmo a primeira imagem (usando interferometria de ondas de rádio) de um buraco negro supermassivo, situado no centro da galáxia M87 (Fig. 5). Nesta imagem, o horizonte de acontecimentos é a região escura no centro; o círculo luminoso é gerado pelo disco de matéria que orbita o buraco negro antes de cair no interior, que aquece por fricção e emite enormes quantidades de radiação.

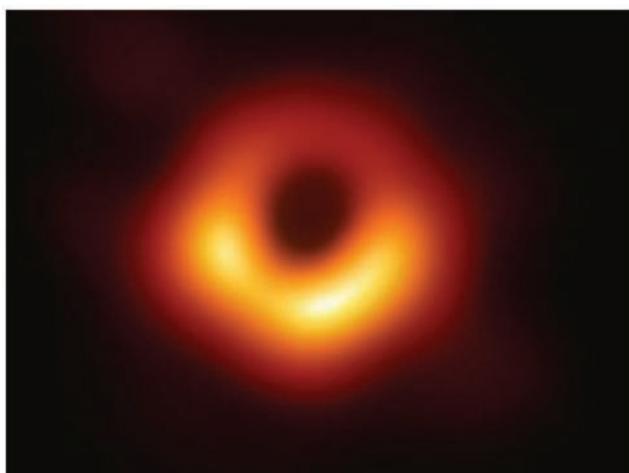


Figura 5 - Imagem interferométrica do buraco negro supermassivo no centro da galáxia M87 (Event Horizon Telescope Collaboration)

Na realidade, a grande motivação de Penrose para provar o seu teorema (em 1967) foi a observação dos quasares no início dos anos 60. Rapidamente se percebeu que estes objetos longínquos radiavam quantidades prodigiosas de energia, muito mais do que o que seria possível gerar por fusão nuclear. Um dos principais mecanismos propostos para explicar este fenómeno foi precisamente a emissão de radiação pela matéria em queda em torno de um buraco negro supermassivo no centro de uma galáxia ativa. Este processo

é extremamente eficiente, podendo corresponder à emissão de 40 % da energia contida na massa de repouso da matéria em queda, por oposição aos cerca de 0,7 % que podem ser obtidos da fusão nuclear (a ordem de grandeza desta percentagem pode ser compreendida notando que a energia potencial gravitacional de um corpo de massa m no horizonte de acontecimentos é $-GMm/R_S = -mc^2/2$). A observação dos quasares tornava então a questão de perceber se os buracos negros existiam de facto na Natureza particularmente urgente.

Ao demonstrar o teorema que lhe viria a valer o Prémio Nobel, Penrose tornou a existência dos buracos negros universalmente aceite. Hoje em dia sabemos que de facto quase todas as galáxias possuem um buraco negro central, e que este é essencial não só para explicar os quasares como a própria evolução das galáxias. Da confusão inicial sobre o que se passaria no raio de Schwarzschild, ao consenso acerca da sua existência na Natureza decorrente do teorema de Penrose, às sensacionais observações do início do século XXI, os buracos negros impuseram-se como conceitos fundamentais no estudo na Natureza. Passados mais de cem anos sobre a descoberta da solução de Schwarzschild, podemos apenas especular acerca de que outros segredos guardam ainda estes objetos fascinantes.

Referências

- [1] <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2020/penrose/facts/>
- [2] C. Montgomery, W. Orchiston e I. Whittingham, "Michell, Laplace and the origin of the black hole concept", *Journal of Astronomical History and Heritage* 12 (2009) 90-96.
- [3] R. Penrose, "Gravitational collapse and space-time singularities", *Physical Review Letters* 14 (1965), 57-59.
- [4] R. Penrose, "Gravitational collapse: the role of general relativity", *Rivista del Nuovo Cimento* 1 (1969), 252-276.



José Natário, Professor Catedrático no Departamento de Matemática do Instituto Superior Técnico. Doutorou-se em 2000 na Universidade de Oxford, onde foi aluno de Roger Penrose. É autor de dezenas de artigos científicos e de três livros, incluindo "General Relativity Without Calculus" (Springer, 2011), no qual tenta explicar as ideias principais da Relatividade Geral usando apenas matemática elementar.