

Relatividade Numérica e Buracos Negros

Miguel Zilhão¹

¹ CENTRA, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Avenida Rovisco Pais 1, 1049 Lisboa

1. Introdução

Formulada por Einstein em 1915, a Relatividade Geral é rotineiramente considerada uma das mais belas teorias jamais descobertas. Esta teoria postula que a gravidade não é mais do que uma propriedade geométrica do espaço e do tempo, que são descritos em Relatividade através do conceito quadridimensional de espaço-tempo. A curvatura do espaço-tempo está relacionada com o seu conteúdo de matéria e energia através das equações de campo de Einstein (fig. 1). Uma das mais espectaculares previsões destas equações é a existência de buracos negros – soluções das equações de Einstein no vácuo definidas por um horizonte de acontecimentos, ou seja, uma região do espaço da qual nada (nem mesmo a luz) consegue escapar. Buracos negros são objectos macroscópicos fascinantes e extremamente simples – são totalmente caracterizados pela sua massa e momento angular – e têm sido amplamente estudados nas últimas décadas.

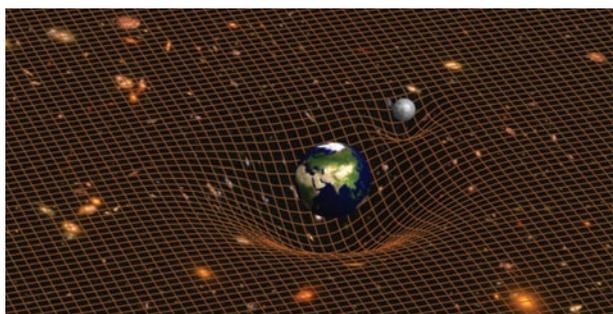


Fig. 1 - Representação pictórica da geometria do sistema Terra-Lua. Imagem: Raimon Luna e Marina Martinez.

Não obstante esta elegância, em Relatividade Geral, na grande maior parte dos casos somos apenas capazes de fazer cálculos totalmente analíticos em situações altamente simétricas ou em limites de campo gravítico fraco. Para atacar problemas mais complicados, tais como sistemas com campos gravitacionais dinâmicos e fortes, são necessários métodos computacionais. O exemplo típico é o conhecido problema dos dois corpos. Em mecânica newtoniana podemos escrever de forma muito simples a solução deste problema em termos de cónicas (círculos, elip-

ses, parábolas e hipérbolas); em Relatividade Geral, o problema equivalente (um sistema binário de buracos negros) não tem solução fechada. Existem técnicas perturbativas para estudar certas fases do problema – em particular, a fase de em-espiral¹ é bem descrita por métodos pós-newtonianos, e a fase de “ringdown” (relaxamento), depois da fusão, é bem descrita por modos quasi-normais do buraco negro final. No entanto, são sempre necessárias simulações numéricas para evoluir o sistema durante a fusão dos buracos negros – a esta área da física é dado o nome de relatividade numérica.

2. As origens

ANNALS OF PHYSICS 29, 304-331 (1964)

The Two-Body Problem in Geometrodynamics

SUSAN G. HAHN

International Business Machines Corporation, New York, New York

AND

RICHARD W. LINDQUIST

Adelphi University, Garden City, New York

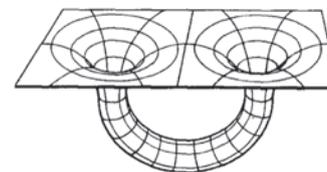


Fig. 2 - Artigo de Susan Hahn e Richard Lindquist publicado em 1964, onde pela primeira vez se atacou o problema dos dois corpos em Relatividade Geral.

A Relatividade Numérica pode ser encarada como uma ferramenta para estudar espaços-tempo que não podem ser estudados com métodos puramente analíticos. Tem as suas origens nos anos 60, quando Hahn e Lindquist tentaram pela primeira vez evoluir as equações de campo de Einstein para um sistema de buracos de verme [1]², usando para isso um formalismo muito diferente das abordagens modernas (fig. 2). Os cálculos numéricos foram feitos num computador IBM 7090 (ver figura 3), um *mainframe* projetado para “aplicações científicas e tecnológicas em larga escala”. Estas máquinas tinham uma capacidade de processamento de apenas 100 kflop/s – para se ter uma ideia, o vulgar Intel Pentium III (lançado em 1999) tinha uma capacidade de processamento de 1 Gflop/s (ou seja, 10 mil vezes mais rápido), e um moderno Intel Core i7 consegue cerca de 400 Gflop/s.³

¹ Inspiral, em inglês.

² Este trabalho, publicado em 1964, é anterior ao uso corrente do termo “buraco negro” para descrever estes objectos [2]. O termo original usado no artigo é *wormhole*.

³ flop/s significa o número de operações de vírgula flutuante por segundo, e é a unidade usada para determinar o desempenho de um computador em cálculos científicos.



Fig. 3 - Computador IBM 7090 na NASA, 1961, idêntico ao usado para as primeiras tentativas de evolução numérica das equações de Einstein.

Com o limitado poder computacional da altura, não foi possível extrair grandes resultados destas primeiras simulações. Note-se no entanto que este trabalho foi feito numa altura em que o uso de computadores para a computação científica acabara de começar; é de destacar que a evolução das equações de Einstein tenha estado entre os primeiros problemas a serem considerados.

Este primeiro trabalho foi também feito numa altura em que o problema não estava completamente compreendido. De facto, nesta altura, noções como “buraco negro” e “horizonte de eventos” estavam ainda a ser desenvolvidas. Durante os anos 70, o problema da colisão frontal de dois buracos negros foi outra vez abordado durante os trabalhos de doutoramento de Cadež, Smarr e Eppley, resultados sumariados em [3]. Estes trabalhos seguiram já uma abordagem semelhante à dos tratamentos modernos, usando as chamadas equações de ADM (Arnowitt, Deser e Misner) para evoluir o sistema. O poder computacional da altura era ainda muito limitado - pelo que as evoluções numéricas se limitaram a configurações com muito baixa resolução - mas mesmo assim estes trabalhos conseguiram simular pela primeira vez uma colisão frontal entre dois buracos negros e estabeleceram grande parte do formalismo que seria usado posteriormente.

Durante a década de 80, o progresso foi lento, sendo um dos problemas a dificuldade de acesso a supercomputadores. Com o desenvolvimento de computadores mais rápidos e a democratização de acesso a estes recursos, os anos 90 viram finalmente evoluções fidedignas de colisões frontais de buracos negros [4] (e extração do correspondente sinal) bem como simulações de outros sistemas gravitacionais complexos tais como estrelas de neutrões em alta rotação. Um dos resultados mais importantes durante este período foi o trabalho de Choptuik, em 1992, com a descoberta de fenómenos críticos no colapso gravitacional [5]. Contudo, o grande desafio da época permanecia ainda por alcançar. Colisões frontais de buracos negros nunca acontecem na prática, pelo que era importante simular buracos negros em órbitas circulares e respectiva coalescência. Noutras palavras: faltava resolver o problema dos dois corpos em Relatividade Geral.

3. O problema dos dois corpos

Com efeito, a necessidade de simular estes sistemas tornava-se urgente. Em 1994, iniciara-se a construção do LIGO, o projeto mais ambicioso alguma vez financiado pela NSF (EUA). Pouco depois, em 1996, começava na Europa a construção do equivalente europeu, o Virgo, financiado inicialmente pela CNRS (França) e a INFN (Itália). O objectivo destes observatórios era a deteção de ondas gravitacionais através de interferometria laser.⁴

Estas ondas são uma previsão da Relatividade Geral, e consistem em perturbações no espaço-tempo que se propagam à velocidade da luz e que deformam (muito ligeiramente) objetos à sua passagem - tal como esquematizado na figura 4. Acontece que a amplitude destas ondas é pequeníssima: para um evento violento como uma colisão de buracos negros, um sinal mensurável chega-nos à Terra com uma amplitude de $h = \frac{\Delta L}{L} = 10^{-21}$. Ou seja, para dois objetos separados por 4 km (tal como os espelhos no LIGO), a passagem de uma onda gravitacional faz variar esta distância em cerca de 4×10^{-18} m - um milésimo do tamanho de um protão! Assim, para a deteção destes eventos, é necessário ter modelos precisos para os sinais esperados, para que estes possam ser correlacionados com as medições dos detetores. Estes modelos são também essenciais para se poder extrair a física envolvida, tal como o tipo de sistema que origina o sinal (ie, colisão entre buracos negros, estrelas de neutrões, ou outro tipo de sistemas), e os seus parâmetros físicos.

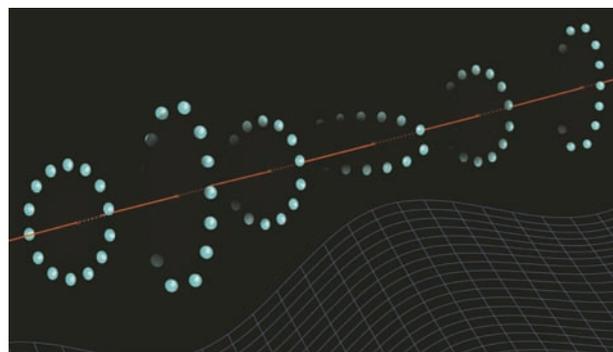


Fig. 4 - Esquema da deformação de um anel de partículas à passagem de uma onda gravitacional. Imagem: Surinye Olarte.

Assim, dada a urgência e falta de progresso na modelação numérica de um sistema binário de buracos negros, formou-se no início dos anos 90 uma grande sinergia entre vários grupos de investigação em relatividade numérica, sinergia essa que teve o nome de *Binary Black Hole Grand Challenge Alliance*, e cujo objetivo principal era precisamente a simulação da órbita e coalescência de sistemas binários de bura-

⁴ Estes projetos deram frutos muito recentemente com as deteções de ondas gravitacionais provenientes de fusões de buracos negros e estrelas de neutrões, e com o subsequente Prémio Nobel, atribuído em 2017 a Rainer Weiss, Kip Thorne e Barry Barish “pelas decisivas contribuições ao detetor LIGO e observação de ondas gravitacionais”.

cos negros e o cálculo do respetivo sinal emitido sob a forma de ondas gravitacionais.

Apesar dos esforços, este grande projeto acabou em 1995 sem que o seu objetivo principal fosse alcançado e a falta de progresso significativo começava a ser preocupante. Para estimular mais investigação na área, Kip Thorne decidiu então fazer uma das suas famosas apostas, em 1995, onde ele apostou com os membros da Grand Challenge Alliance que o LIGO observaria ondas gravitacionais de colisões de sistemas binários de buracos negros antes de estes sistemas terem sido simulados em computador. Nas suas palavras, “esperava fervorosamente perder [a aposta], já que as simulações seriam cruciais para extrair a informação transportada pelas ondas [gravitacionais]” [6].

O projeto da Grand Challenge Alliance fizera com que várias ferramentas e códigos fossem desenvolvidos por vários grupos para atacar o problema, e a investigação na área continuou. Contudo, entrou-se na década de 2000 sem haver um único código capaz de simular um sistema de dois buracos negros em órbita – as simulações rebentavam antes de os objetos conseguirem completar sequer uma órbita à volta um do outro. Mas qual era, exatamente, o problema? Porque não funcionavam os códigos?

Muitos dos desafios da Relatividade Numérica são comuns a outras áreas da física computacional, tais como a dinâmica de fluidos computacional. Ambas as disciplinas lidam com equações acopladas, não-lineares, às derivadas parciais no tempo e no espaço. Também, em ambas as situações, temos genericamente de lidar com diferentes comprimentos típicos, sendo assim necessárias técnicas computacionais para lidar eficientemente com uma grelha computacional que seja capaz de resolver todas as escalas em jogo – veja-se o exemplo da figura 5.

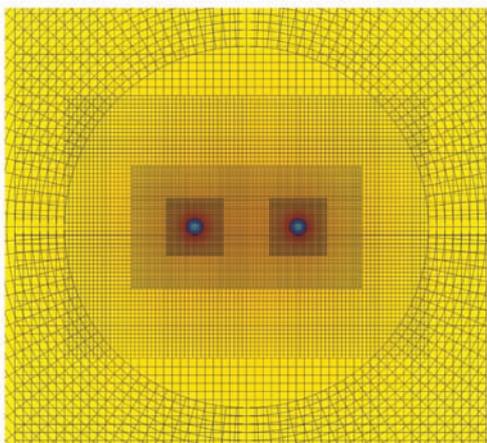


Fig. 5 - Grelha computacional adaptada à evolução numérica de dois buracos negros (a azul).

Para além deste tipo de questões, de índole mais técnica, o problema principal prendia-se com os desafios inerentes às equações de Einstein, que não se encontram tipicamente noutras áreas da física

computacional. Para atacar numericamente as equações de Einstein, há que começar por reescrever as equações, a partir da sua forma tensorial, numa forma adequada para tratamento numérico. Há várias formas de o fazer; uma das mais comuns consiste numa abordagem dita de Cauchy que decompõe as equações de Einstein numa forma “3+1”, onde o espaço-tempo é foliado por um conjunto de superfícies espaciais tal como esquematizado na figura 6. Depois, uma complicação seguinte prende-se logo com a escolha de coordenadas. Em Relatividade, as coordenadas não têm qualquer significado físico, e há imensa liberdade ao escolher um sistema de coordenadas. São as distâncias próprias e tempos próprios que têm significado físico, e para converter entre distâncias coordenadas e distâncias próprias é necessário o tensor métrico. No entanto, são as próprias equações de evolução que determinam o tensor métrico, e é possível que uma má escolha de coordenadas faça com que apareçam singularidades – tanto físicas como coordenadas – no domínio computacional no decurso da evolução. Isto resulta em divisões por zero nalguns termos das equações do movimento, que rapidamente arruinam a evolução.

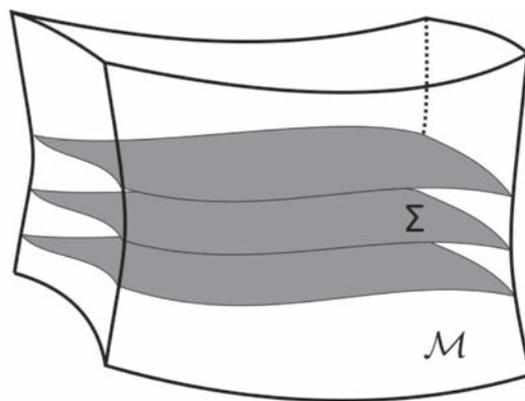


Fig. 6 - Foliação de um espaço-tempo M por uma família de hipersuperfícies espaciais Σ .

4. O ponto de viragem

Após muita labuta e vários becos sem saída, o grande avanço deu-se finalmente em 2005 – 40 anos após as primeiras tentativas e 90 anos depois de Einstein ter proposto as suas equações de campo – com as primeiras simulações estáveis do problema dos dois corpos em relatividade geral, incluindo a fase de em-espiral e coalescência, com o trabalho pioneiro de Frans Pretorius [7].

Evolution of Binary Black-Hole Spacetimes

Frans Pretorius

Phys. Rev. Lett. **95**, 121101 – Published 14 September 2005

An article within the collection: 2015 - General Relativity's Centennial

Fig. 7 - Artigo de Frans Pretorius, com a primeira evolução numérica de um sistema binário de buracos negros.

Curiosamente, este trabalho seguiu uma abordagem bastante ortogonal às demais tentativas por parte da generalidade dos grupos. Seguiram-se pouco tempo depois mais dois trabalhos – por parte dos grupos de NASA Goddard [8] e de Brownsville/Rochester Institute of Technology [9] – que conseguiam também a simulação de um binário de buracos

negros seguindo uma abordagem mais tradicional. Para seu grande alívio, Kip Thorne perdera de facto a sua aposta.

Estes artigos de 2005 desencadearam uma autêntica corrida ao ouro. Tendo ficado claro quais os sistemas de equações e coordenadas que permitiam finalmente evoluções estáveis de buracos negros, literalmente da noite para o dia dezenas de grupos espalhados pelo mundo tinham agora a possibilidade de reproduzir estes resultados e explorar sistemas semelhantes. Havia vários problemas “óbvios” para explorar, pelo que era tudo uma questão de quem lá chegaria mais depressa.

Rapidamente foram assim feitas simulações de sistemas de buracos negros com *spin*, com diferentes tamanhos relativos, colisões com parâmetro de impacto, a velocidades muito elevadas, etc. Através destas simulações, foi possível descobrir fenómenos inesperados, tais como as chamadas configurações de *kick*, onde a coalescência resulta num buraco negro final que é ejetado a uma velocidade de milhares de km/s, algo que pode ter impacto em modelos de evolução de galáxias.

Desde então, o campo da Relatividade Numérica e respetivas ferramentas e códigos computacionais melhoraram significativamente. Têm sido explorados variadíssimos problemas, incluindo sistemas binários de buracos negros com discos de acreção, estrelas de neutrões, e objectos mais exóticos como estrelas de bosões. Temos hoje um catálogo bastante exaustivo de sinais de ondas gravitacionais esperados para diferentes sistemas, catálogo esse que tem sido fundamental para a deteção e interpretação dos eventos observados pelo LIGO/Virgo (fig. 8). Com as últimas atualizações destes instrumentos, a deteção destes sinais tornou-se agora rotineira. Alguns destes eventos (tais como a coalescência de estrelas de neutrões) trazem associado um sinal no espectro eletromagnético, o que permite um estudo muito mais completo da física envolvida. Tudo isto tem feito disparar ainda mais o interesse e relevância da física gravitacional.

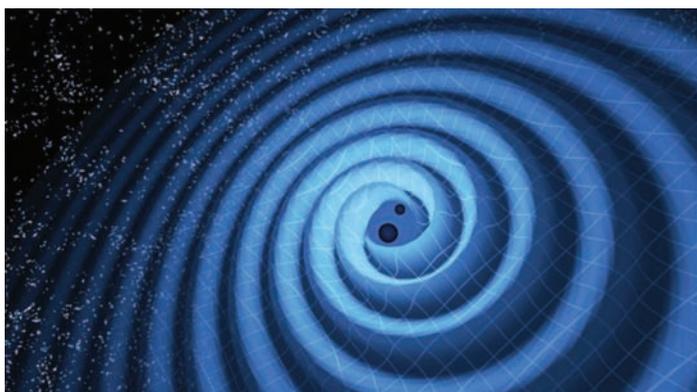


Fig. 8 - Representação pictórica da coalescência de dois buracos negros e correspondente emissão de ondas gravitacionais. Imagem: LIGO/T. Pyle.

5. Presente e futuro

Este entusiasmo serviu também de catalisador para o desenvolvimento do detector LISA, um observatório espacial que terá uma órbita em torno do Sol semelhante à da Terra, e cuja data de lançamento está marcada para 2034. O LISA será sensível a sinais de ondas gravitacionais na banda de baixa frequência e terá como potenciais fontes os sinais provenien-

tes da fusão de buracos negros no centro de galáxias, fusão de buracos negros pequenos com buracos negros supermaciços, bem como outras fontes de origem cosmológica. O LISA servirá então como complemento aos presentes detetores na Terra, tal como acontece com os observatórios astronómicos sensíveis a diferentes frequências eletromagnéticas (ultravioleta e infravermelho), e ajudar-nos-á a caracterizar a distribuição populacional de buracos negros. Adicionalmente, o LISA servirá como “alerta” para determinados eventos, tais como tempos de coalescência e localização de sistemas binários de buracos negros. Para alguns eventos isto providenciará diversas oportunidades para observações subsequentes nos detetores de ondas gravitacionais terrestres e radiotelescópios, tais como a impressionante possibilidade de prever quando um determinado evento será detetado pelo LIGO/Virgo.

A próxima década testemunhará assim uma exploração sem precedentes do regime de campo forte da gravidade. Um dos grandes problemas em aberto prende-se precisamente com os limites da relatividade geral. Em que regime deixará a teoria de ser uma boa descrição da gravidade? Testes à Relatividade Geral requerem controlo muito preciso da dinâmica de espaços-tempos de buracos negros e um entendimento de possíveis efeitos da física para além da Relatividade Geral. A exploração do regime não-linear de teorias alternativas está ainda na infância.

Em paralelo, uma das mais simples formas de estender a relatividade geral consiste em adicionar graus de liberdade bosónicos (por exemplo, um campo vectorial como o de Maxwell ou um campo escalar como o Higgs) tais como os usados muitas vezes para modelar inflação em cosmologia e matéria escura. Estes campos podem condensar à volta de buracos negros (fig. 9), pelo que estudos sobre a interação entre buracos negros e estruturas de campos bosónicos podem fornecer informação importante acerca da influência de buracos negros em estruturas de matéria escura, sobre a interação entre buracos negros e estrelas e sobre a dinâmica e acreção de matéria escura em ambientes com sistemas binários de buracos negros (afetando assim as massas e tempo de coalescência do sistema).

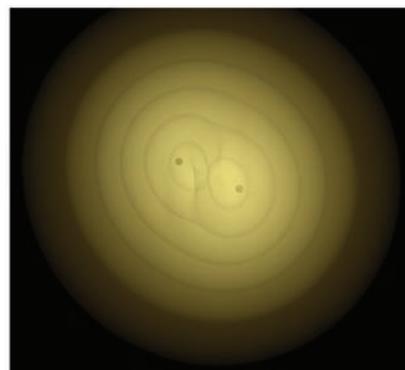


Fig. 9 - Simulação de uma nuvem de campo escalar à volta de um sistema de buracos negros.

É também interessante notar que, para além de sistemas astrofísicos, as técnicas e códigos da relatividade numérica têm sido usadas para estudar um espectro muito abrangente de problemas, tais como: fenómenos críticos, a conjectura da censura cósmica, a estabilidade de objetos compactos, gravidade em dimensões mais altas, e até aplicações à física de partículas e de altas energias.

Vivemos tempos entusiasmantes e desafiantes para fazer investigação em gravidade. As recentes deteções de ondas gravitacionais provenientes da coalescência de buracos negros e estrelas de neutrões inauguraram o campo da astronomia de ondas gravitacionais abrindo assim uma nova janela para o universo. A Relatividade Numérica é uma ferramenta crucial para esta exploração, que nos levou já a descobrir fenómenos novos e surpreendentes, e nos permite ainda estabelecer pontes de contacto com áreas tão diversas como cosmologia, física-matemática, física de partículas e física de altas energias. O futuro é muito promissor e é essencial continuar a apostar nesta área para estarmos preparados para os desafios que nos possam aparecer no cone de luz futuro.



Miguel Zilhão, licenciou-se em Física em 2008 na FCUP e doutorou-se em 2012 através do programa doutoral MAP-fis, nas Universidades do Porto e de Aveiro. Foi investigador pós-doutoral no Rochester Institute of Technology (Rochester, Nova Iorque) e na Universidade de Barcelona. É Investigador FCT desde 2017 no CENTRA, Instituto Superior Técnico. Trabalha em Relatividade Geral e é autor de vários códigos e ferramentas dedicados à resolução numérica das equações de Einstein. Tem mais de 40 artigos publicados em revistas internacionais.

Referências

- [1] S. G. Hahn and R. W. Lindquist, “*The two-body problem in geometrodynamics*,” *Annals of Physics* 29 (1964) 304–331.
- [2] C. A. R. Herdeiro and J. P. S. Lemos, “O buraco negro cinquenta anos depois: A génese do nome,” *Gazeta de Física* 41 (2) (2018), arXiv: 1811.06587 [physics.hist-ph].
- [3] L. Smarr, A. Cadez, B. S. DeWitt, and K. Eppley, “*Collision of Two Black Holes: Theoretical Framework*,” *Phys. Rev. D* 14 (1976) 2443–2452.
- [4] P. Anninos, D. Hobill, E. Seidel, L. Smarr, and W.-M. Suen, “*The Headon collision of two equal mass black holes*,” *Phys. Rev. D* 52 (1995) 2044–2058, arXiv:gr-qc/9408041.
- [5] M. W. Choptuik, “*Universality and scaling in gravitational collapse of a massless scalar field*,” *Phys. Rev. Lett.* 70 (1993) 9–12.
- [6] K. S. Thorne, “*LIGO and Gravitational Waves, III: Nobel Lecture, December 8, 2017*,” *Annalen der Physik* 531 no. 1, (2019) 1800350. <https://www.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/andp.201800350>.
- [7] F. Pretorius, “*Evolution of Binary Black Hole Spacetimes*,” *Phys. Rev. Lett.* 95 (2005) 121101, arXiv:gr-qc/0507014.
- [8] J. G. Baker, J. Centrella, D.-I. Choi, M. Koppitz, and J. van Meter, “*Gravitational wave extraction from an inspiraling configuration of merging black holes*,” *Phys. Rev. Lett.* 96 (2006) 111102, arXiv:gr-qc/0511103.
- [9] M. Campanelli, C. Lousto, P. Marronetti, and Y. Zlochower, “*Accurate evolutions of orbiting black-hole binaries without excision*,” *Phys. Rev. Lett.* 96 (2006) 111101, arXiv:gr-qc/0511048 [gr-qc].