

A Física da Máquina de Sismos

Luís Matias¹, Susana Custódio¹, José Luís Duarte¹, Carlos Corela¹

¹ Instituto Dom Luiz, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Campo Grande, Edifício C8, 1749-016 Lisboa

lmatias@fc.ul.pt

Resumo

A geração de sismos é um processo contínuo forçado pelo movimento das placas tectónicas. O ciclo sísmico envolve a acumulação de tensão e a sua relaxação brusca durante um evento. Este ciclo sísmico pode ser reproduzido em laboratório usando um bloco preso por uma mola ou elástico, assente sobre um tapete rolante, naquilo que designamos por “máquina de sismos”. O estudo deste dispositivo faz intervir conceitos básicos de mecânica que podem ser explorados pela Física e a analogia com o ciclo sísmico que ocorre na litosfera explorado pelas Ciências da Terra, numa sinergia e multidisciplinaridade de proveito mútuo.

Introdução: o ciclo sísmico

Os sismos de origem tectónica ocorrem quando, numa falha, se dá um deslizamento brusco entre os dois blocos que a compõem. O deslizamento ocorre na sequência de um acumular de forças (tensão) que num dado instante vence o limite de resistência da falha. No sismo, dá-se a relaxação das tensões na falha, dando-se início a um novo ciclo de acumulação de força, no que é designado por mecanismo de cola e descola (*stick-slip*) para a geração de sismos. A causa última do ciclo sísmico encontra-se na movimentação das placas tectónicas que é inexplorável à escala dos muitos milhões de anos.

Este processo cíclico de acumulação de tensão, sismo, acumulação de tensão, sismo, ..., pode ser demonstrado com um bloco assente sob uma superfície com atrito e puxada por um fio ligado a uma mola ou elástico, como se mostra na Figura 1. Neste modelo, apenas um pequeno número de “sismos” pode ser gerado, limitado pela dimensão do tapete com atrito. O modelo também não permite que se realizem de forma cómoda medições, por exemplo das forças em jogo ou dos deslocamentos sísmicos que ocorrem. De forma a permitir uma exploração mais abrangente do mecanismo de “cola-descola” para a geração de sismos, o Instituto Dom Luiz (IDL) desenvolveu um modelo que é designado por “Máquina de Sismos”. Neste modelo, podemos realizar comodamente medições e explorar os dados registados de dezenas ou centenas de “sismos”. Neste artigo, apresentamos os conceitos físicos básicos que regem a máquina de sismos.

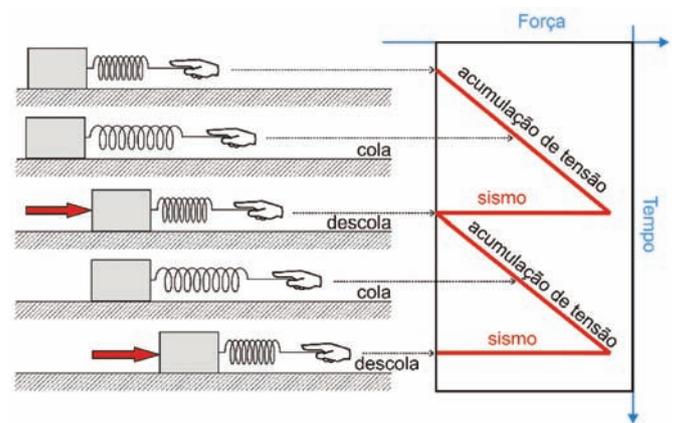


Figura 1 - O modelo “stick-slip” do ciclo sísmico simulado com um bloco assente sobre uma superfície com atrito e uma mola.

O modelo e esquema de forças

O modelo da máquina de sismos (Figura 2) consiste num bloco de massa m assente sobre um tapete rolante que desliza com uma velocidade linear V . O bloco encontra-se ligado a um ponto fixo por uma mola elástica (ou elástico) de constante k . Entre o bloco e o tapete rolante existe atrito, estático e cinético, caracterizado pelas constantes μ_e e μ_c . Vamos considerar que a posição do bloco é referida à posição em que não há deformação da mola num referencial ligado ao chão que não se move com o tapete (Figura 2). A deformação da mola será então dada pela própria posição x do bloco.

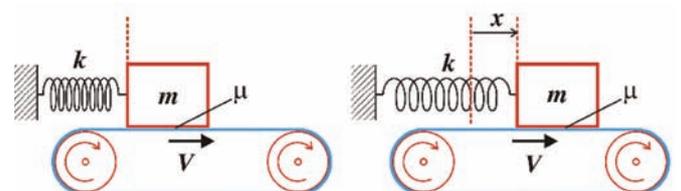


Figura 2 - Esquema simplificado da máquina de sismos: um bloco assente sobre um tapete rolante com atrito e ligado a um ponto fixo por uma mola. A origem do sistema de eixos XX coincide com a posição em que a força elástica da mola é nula, ou seja com deformação nula.

No modelo, o bloco move-se inicialmente solidário com o tapete, sendo a força que o mantém solidário a força de atrito estático. Esta tem um limite máximo e quando a

força da mola ultrapassa este limite o bloco desliza sujeito agora a uma força de atrito cinético. Eventualmente o bloco pára e o ciclo reinicia-se. As forças em jogo durante o ciclo sísmico são:

Força elástica da mola
(força que promove o deslizamento) $F_e = -kx$

Força de atrito estático máximo
(força de fricção que resiste ao deslizamento enquanto o bloco está parado) $A_e^{max} = \mu_e N$

Força de atrito cinético
(força de fricção que resiste ao deslizamento enquanto o bloco está em movimento) $A_c = \mu_c N$

N é a reação normal no contacto entre o bloco e o tapete, que é igual ao peso do bloco $N = mg$

A figura 3 mostra num diagrama simplificado de forças a sequência de um ciclo sísmico.

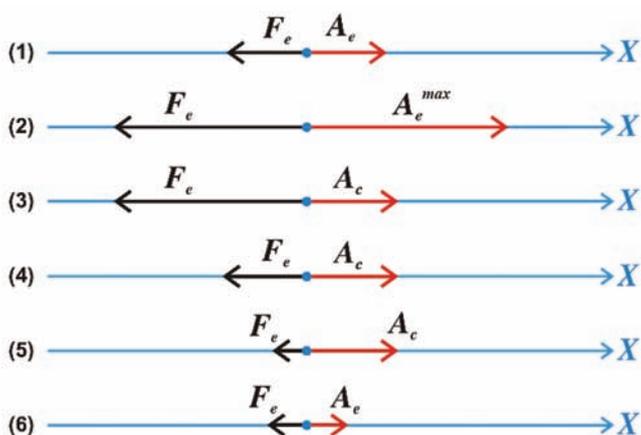


Figura 3 - Diagrama simplificado das forças aplicadas ao bloco da máquina de sismos durante um ciclo. Explicação no texto. O ponto de aplicação das forças representa o bloco. A mola está fixa do lado esquerdo do eixo.

Partindo da posição de equilíbrio em que as forças na horizontal são nulas a mola deforma-se com uma elongação dada por $x = Vt$. Inicialmente (1) a força de atrito estático iguala em cada momento a força elástica da mola e o bloco é arrastado pelo tapete sem deslizamento. A força elástica aumenta progressivamente com o movimento do tapete até que ela iguala o atrito estático máximo (2). Neste ponto, pelo balanço das forças sem aceleração, temos a elongação máxima da mola, x_0 , que vem dada por

$$\sum F_i = 0 \rightarrow -kx_0 + A_e^{max} = 0 \rightarrow x_0 = \frac{\mu_e N}{k}$$

É neste instante que se inicia o deslizamento (3) com movimento relativo do bloco em relação ao tapete. Nesta situação, a força de atrito a atuar é a força de atrito cinético que é inferior ao atrito estático máximo ($\mu_c < \mu_e$), o que permite ao bloco deslizar. No início do deslizamento,

o bloco tem uma velocidade inicial que é a velocidade do tapete, V , num referencial ligado ao chão. Nesse referencial, o movimento do bloco é inicialmente retardado para passar a acelerado no sentido contrário. O deslizamento ocorre com uma força de atrito cinético constante e uma força elástica que se vai reduzindo, até se atingir a igualdade das duas forças (4). Nesse instante, o movimento passa de acelerado a retardado pois é a força de atrito cinético que passa a dominar, até que se dá o fim do deslizamento quando o bloco fica de novo solidário com o tapete, isto é, quando tiver de novo uma velocidade V em relação ao chão (5). Nesse instante, o atrito passa de novo a ser o atrito estático que iguala a força elástica da mola (6) dando-se o reinício do ciclo sísmico.

Solução da equação do movimento durante um "sismo"

Para determinar o movimento do bloco durante o deslizamento sísmico usamos a 2ª lei de Newton segundo o eixo XX já referido. Durante o movimento, temos apenas duas forças em jogo, a força elástica da mola e a força de atrito cinético que consideramos depender apenas da reação normal. Tomamos o início da contagem do tempo coincidente com o início do deslizamento

$$\sum F_i = m \frac{d^2x}{dt^2} \rightarrow -kx + \mu_c N = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = \mu_c N \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = \frac{\mu_c N}{m}$$

Esta é uma equação diferencial para a posição do bloco em relação ao chão (e deformação da mola) $x(t)$, que deve ser resolvida sujeita às condições iniciais

$$x(0) = x_0 = \frac{\mu_e N}{k}$$

$$\frac{dx}{dt}(0) = V$$

A solução da equação homogénea pode ser encontrada sob a forma

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \leftrightarrow x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

A substituição na equação homogénea permite obter o valor de ω

$$-A\omega^2 \cos \omega t + B\omega^2 \sin \omega t + \frac{k}{m}[A \cos \omega t + B \sin \omega t] = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m}$$

A solução geral da equação completa toma então a forma

$$x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t + C$$

Substituindo na equação diferencial temos

$$-A\omega^2 \cos \omega t + B\omega^2 \sin \omega t + \frac{k}{m}[A \cos \omega t + B \sin \omega t] + \frac{k}{m}C = \frac{\mu_c N}{m}$$

Onde se tem (e.g. para $t = 0$)

$$C = \frac{\mu_c N}{k}$$

As restantes constantes obtêm-se pelas condições iniciais

$$x(0) = A + C = \frac{\mu_e N}{k} \rightarrow A = \frac{\mu_e N}{k} - \frac{\mu_c N}{k} = \frac{N}{k}(\mu_e - \mu_c)$$

$$\frac{dx}{dt}(0) = B\omega = V \rightarrow B = \frac{V}{\omega}$$

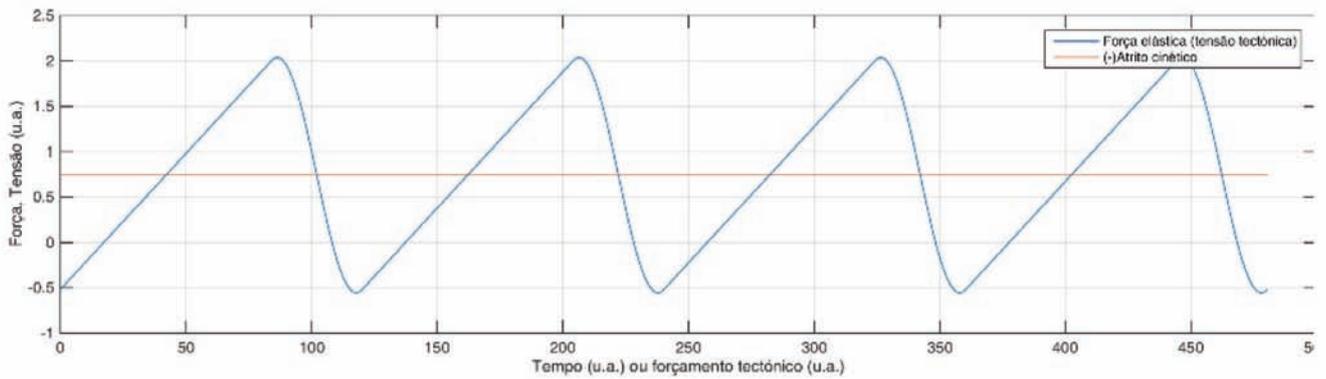


Figura 4 - Evolução da força elástica da mola (e da posição do bloco) com o tempo para 4 ciclos sísmicos. Comparação com a força de atrito cinético que atua durante o deslizamento sísmico.

Temos então para a solução final

$$x(t) = N \frac{\mu_e - \mu_c}{k} \cos \omega t + \frac{V}{\omega} \sin \omega t + \frac{\mu_c N}{k} \quad \omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\frac{dx}{dt}(t) = -N \frac{\mu_e - \mu_c}{k} \omega \sin \omega t + V \cos \omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}(t) = -N \frac{\mu_e - \mu_c}{k} \omega^2 \cos \omega t - V \omega \sin \omega t$$

O deslizamento termina quando a velocidade toma de novo o valor de V , ou seja, quando

$$\frac{dx}{dt}(t) = -N \frac{\mu_e - \mu_c}{k} \omega \sin \omega t + V \cos \omega t = V \quad t > 0$$

Trata-se duma equação não-linear que tem de ser resolvida numericamente. Vamos designar o instante em

que o deslizamento termina (duração do sismo) por t_f . Neste instante, a posição do bloco vale $x_f = x(t_f)$. Na posição final, a mola pode estar em compressão ou em extensão em função dos parâmetros do modelo. O deslocamento sofrido pelo bloco num referencial ligado ao chão vale

$$\Delta x^1 = x_0 - x_f$$

A queda de tensão ocorrida devido ao “sismo” é um parâmetro relevante em Sismologia. No modelo do bloco essa queda de tensão (positiva) vale

$$\Delta \sigma = -\Delta F_e = k \Delta x^1$$

O tempo necessário para que a falha atinja de novo o ponto de rotura é dado por

$$t_{sub} = \frac{\Delta x^1}{V} = \frac{x_0 - x_f}{V}$$

Numa máquina de sismos ideal, que siga as leis atrás descritas, todos os deslizamentos (sismos) serão idênticos, têm uma duração que apenas depende da massa e da constante elástica da mola e realizam um deslizamento global que num sistema não ligado ao tapete depende da reação normal, da diferença entre os coeficientes de atrito estático e cinético, e também da constante da mola.

Para avaliar o deslizamento sísmico entendido como o movimento relativo entre os dois blocos da falha, massa e tapete, deve-se ter em consideração o movimento relativo do tapete e bloco durante a rotura. Esse deslizamento total vale então

$$\Delta x^a = \Delta x^1 + V t_f$$

O deslocamento entre os dois lados da falha, do bloco em relação ao tapete, representado pela função $u(t)$, pode ser comparado com o forçamento tectónico constante Vt . Quando não há deslizamento tem-se que $u=0$. Durante o deslizamento sísmico, tem-se

$$u(t) = x(t) - Vt$$

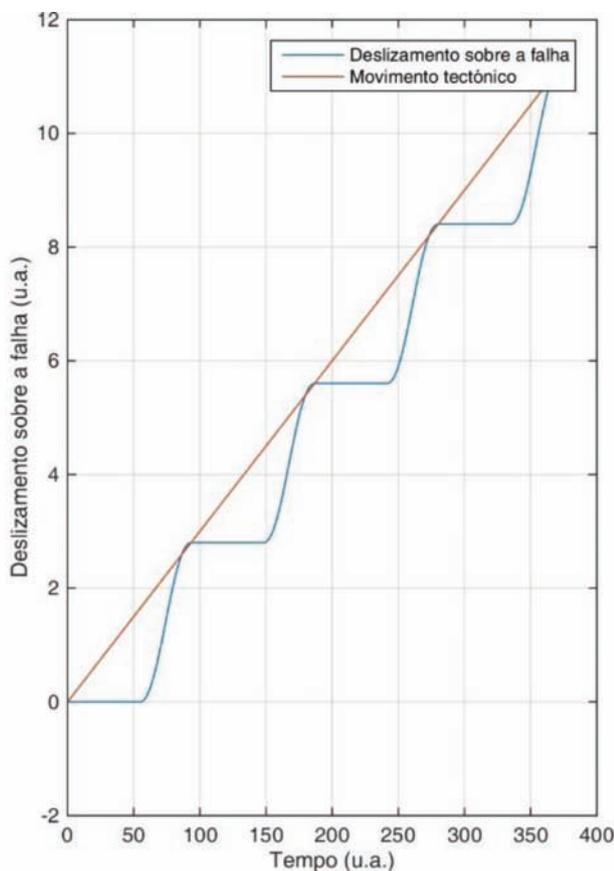


Figura 5 - Deslizamento sobre a falha ao longo do tempo para 4 ciclos sísmicos e comparação com o forçamento tectónico

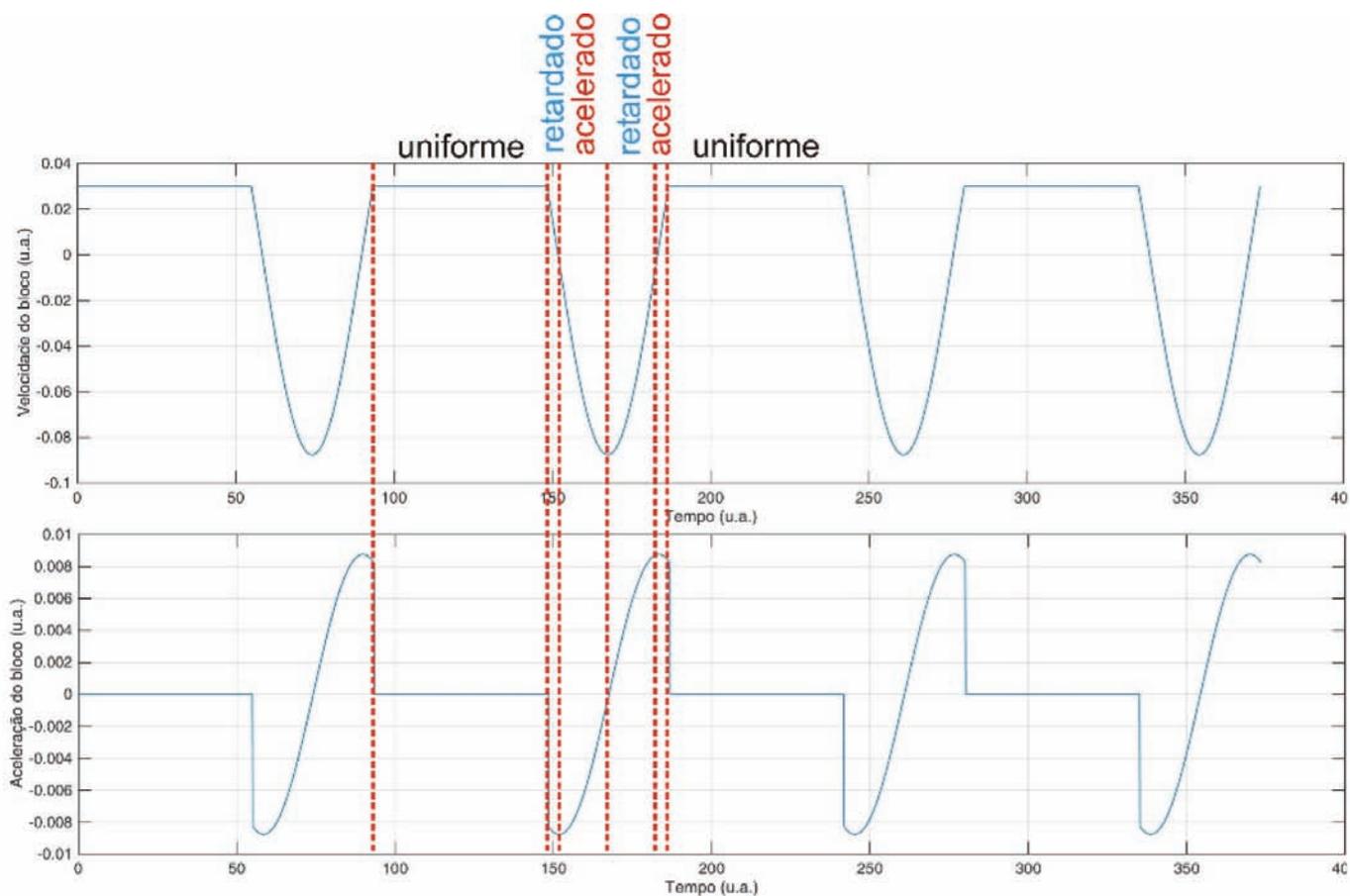


Figura 6 - Representação da velocidade e aceleração do bloco ao longo do tempo para 4 ciclos sísmicos. As linhas verticais marcam o limite de cada tipo de movimento do bloco num referencial ligado ao solo.

Exemplo de aplicação

O comportamento dum sistema ideal como o descrito acima está ilustrado nas figuras 4 e 5 onde se mostram, respetivamente, a evolução da força tectónica e do deslizamento na falha em função do tempo. Os parâmetros do modelo são arbitrários, escolhidos para pôr em evidência o comportamento das forças e dos deslocamentos durante o ciclo sísmico. Na figura 6, representamos a evolução ao longo do tempo da velocidade e aceleração escalares do bloco. Indicamos nesta figura o tipo de movimento sofrido pelo bloco no referencial ligado ao solo. O tipo de movimento depende da relação entre a velocidade e aceleração escalares, v e a , mudando quando $v = 0$ e $a \neq 0$ ou quando $v \neq 0$ e $a = 0$. Os pequenos intervalos de movimentos retardado e acelerado no início e fim de cada evento de deslizamento resultam do referencial escolhido, ligado ao solo. Num referencial inercial ligado ao tapete que se desloca com velocidade uniforme V , teríamos apenas dois tipos de movimento, acelerado no início e retardado no fim¹.

Considerações de energia

Note-se que um evento sísmico se inicia com velocidade relativa do bloco em relação ao tapete nula e termina também com velocidade relativa nula. Em relação ao chão, as velocidades inicial e final do bloco são idênticas pelo que não há variação da energia cinética. Pelo teorema da energia cinética, temos então que o trabalho de todas as forças que atuam sobre o bloco e realizam trabalho deve ser nulo. Já vimos que há apenas duas forças a atuar na direção do movimento, a força elástica da mola e a força de atrito. A força elástica da mola é uma força conservativa e por isso o trabalho realizado é o simétrico da variação da energia potencial elástica, que se calcula a partir da posição inicial antes do sismo (x_0) e da posição final após o sismo (x_f).

$$W(F_e) = -\Delta E_p = \frac{1}{2} kx_0^2 - \frac{1}{2} kx_f^2$$

Então o trabalho realizado pela força de atrito cinético durante o sismo deverá ser o simétrico do trabalho da força elástica

$$W(A_c) + W(F_e) = 0 \rightarrow W(A_c) = -W(F_e) = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_0^2$$

¹ Para o constatar devemos imaginar o gráfico da velocidade escalar na figura 6 descido de forma a alinhar a velocidade constante do movimento uniforme com o zero do eixo.

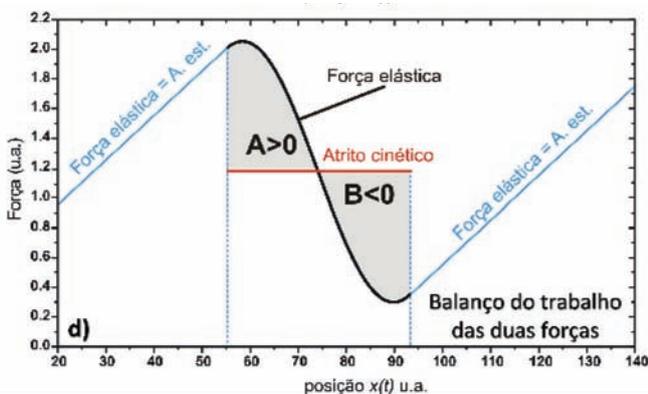
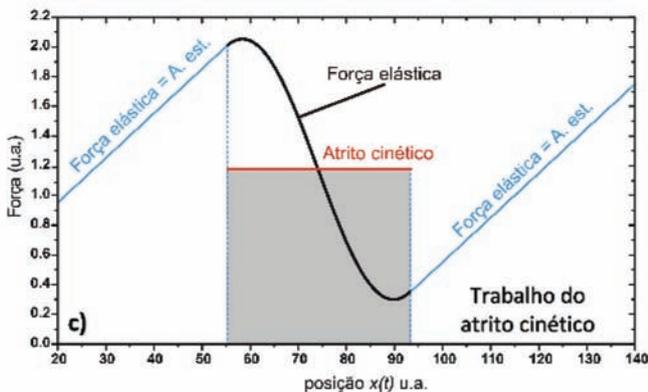
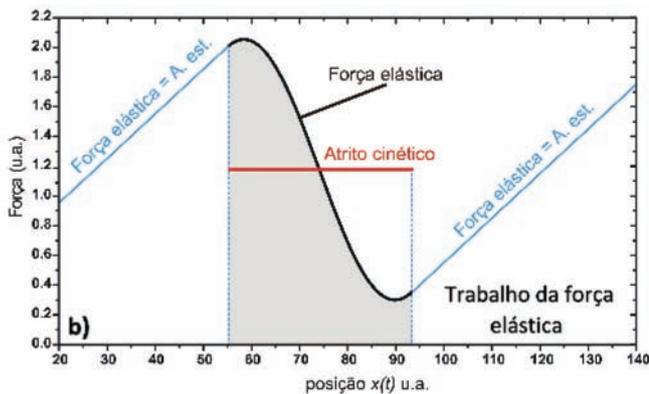
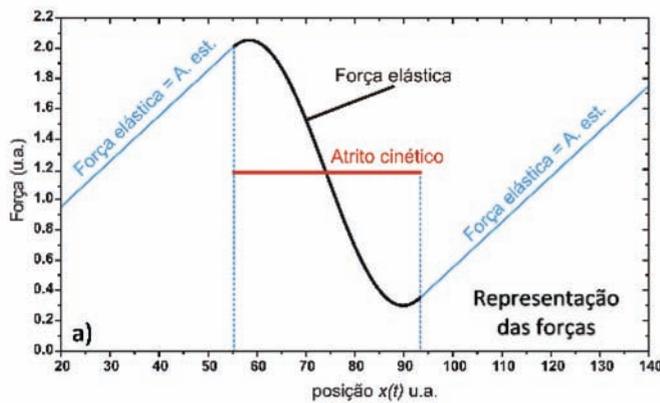


Figura 7 - Cálculo gráfico do trabalho realizado pelas forças durante um ciclo sísmico. a) Representação das forças durante um ciclo sísmico. b) A área sombreada representa o trabalho realizado pela força elástica da mola. c) A área sombreada representa o negativo do trabalho realizado pela força de atrito cinético. d) Como o trabalho de todas as forças é nulo, as áreas A e B têm de ser idênticas.

Esta relação tem uma expressão gráfica que passamos a ilustrar.

A uma dimensão, por exemplo segundo o eixo XX, o trabalho realizado por uma força entre as posições A e B é dado pelo integral:

$$W(F) = \int_A^B F(x)dx$$

A figura 7 mostra o cálculo gráfico do trabalho realizado pela força elástica da mola e pelo atrito cinético, confirmando-se a igualdade dos dois valores se as áreas na figura 7d A e B forem iguais.

A máquina de sismos do IDL

A figura 8a mostra a máquina de sismos construída no IDL. O tapete é movimentado com uma manivela, mas pode também ser acionado por uma aparafusadora de forma a manter um forçamento tectónico constante que se aproxima mais das condições reais no Globo como resultado do movimento uniforme (à escala humana) das Placas Tectónicas. A força de restituição é dada por um elástico que se encontra ligado a um sensor de força. Este sensor é o modelo “Cobra SMARTsense Force & Acceleration” distribuído pela PHYWE. O sensor liga-se por Bluetooth a um computador, tablete ou smartphone com a aplicação *MeasureApp*, de distribuição livre.

A Figura 8b mostra a cópia de ecrã dum registo efetuado na máquina de sismos com recurso a esta associação hardware-software. O atrito entre o bloco e o tapete é assegurado por papel de lixa, podendo a lixa do bloco ser modificada para testar várias condições de atrito. O bloco é aberto de forma que é possível alterar a sua massa e conseqüentemente a reação normal com a adição de pesos de chumbo. No bloco, está colocado um modelo de edifício Bururu² que ilustra o efeito dos “sismos” sobre construções.

Neste pequeno registo, podemos constatar que a máquina de sismos gera sismos maiores e sismos mais pequenos, não se adivinhando a partir do sismo anterior se o próximo será grande ou pequeno. Este comportamento da máquina de sismos aproxima-se da realidade que se observa no Globo. No ensino das Ciências da Terra, a máquina de sismos permite abordar conceitos e questões relevantes como:

- Quanta energia pode ser armazenada numa falha antes de ela ceder?
- Essa quantidade é sempre a mesma?
- A energia armazenada, ou tensão acumulada, é toda libertada no sismo?
- Os sismos podem ser previstos?

² http://www.sharaku.nuac.nagoya-u.ac.jp/data/laboFT/bururu_english/family/paper_bururu/html/kamibururu.html

- Qual é o deslizamento em cada sismo;
- Qual é a energia consumida em cada sismo e a sua relação com a magnitude;
- Qual é a tensão na falha antes de cada sismo;
- Qual é a queda de tensão em cada sismo;

A máquina de sismos permitirá ainda avaliar a influência de vários parâmetros do modelo no ciclo sísmico (comportamento frágil das falhas), como sejam:

- O coeficiente de elasticidade (usando um ou mais elásticos ou variando a sua natureza);
- A massa do bloco e com isso o valor da reação

normal que define o contacto do bloco com o tapete;

- As propriedades de atrito fazendo variar o tipo de lixa que está ligada ao bloco;

Por fim, dispondo de dezenas ou algumas centenas de eventos, podemos realizar alguma investigação sobre o catálogo sísmico gerado:

- Qual é a lei que rege a distribuição do nº de sismos em função da magnitude?
- É possível prever a magnitude do sismo seguinte a partir do nível de tensão atingido?
- Será que a magnitude do sismo seguinte depende do intervalo de acumulação de tensões anterior?

- A distribuição dos sismos ao longo do tempo é aleatória? Qual é a sua distribuição estatística?

Conclusão

Com a máquina de sismos é possível gerar um catálogo de eventos que permite explorar outros aspetos da sismologia que não cabem neste trabalho. Pretendemos com a apresentação e discussão da máquina de sismos ilustrar mais uma vez a interligação que existe entre as áreas da Física e das Ciências da Terra, multidisciplinaridade que pode ser explorada em ambiente escolar com benefícios para ambas.

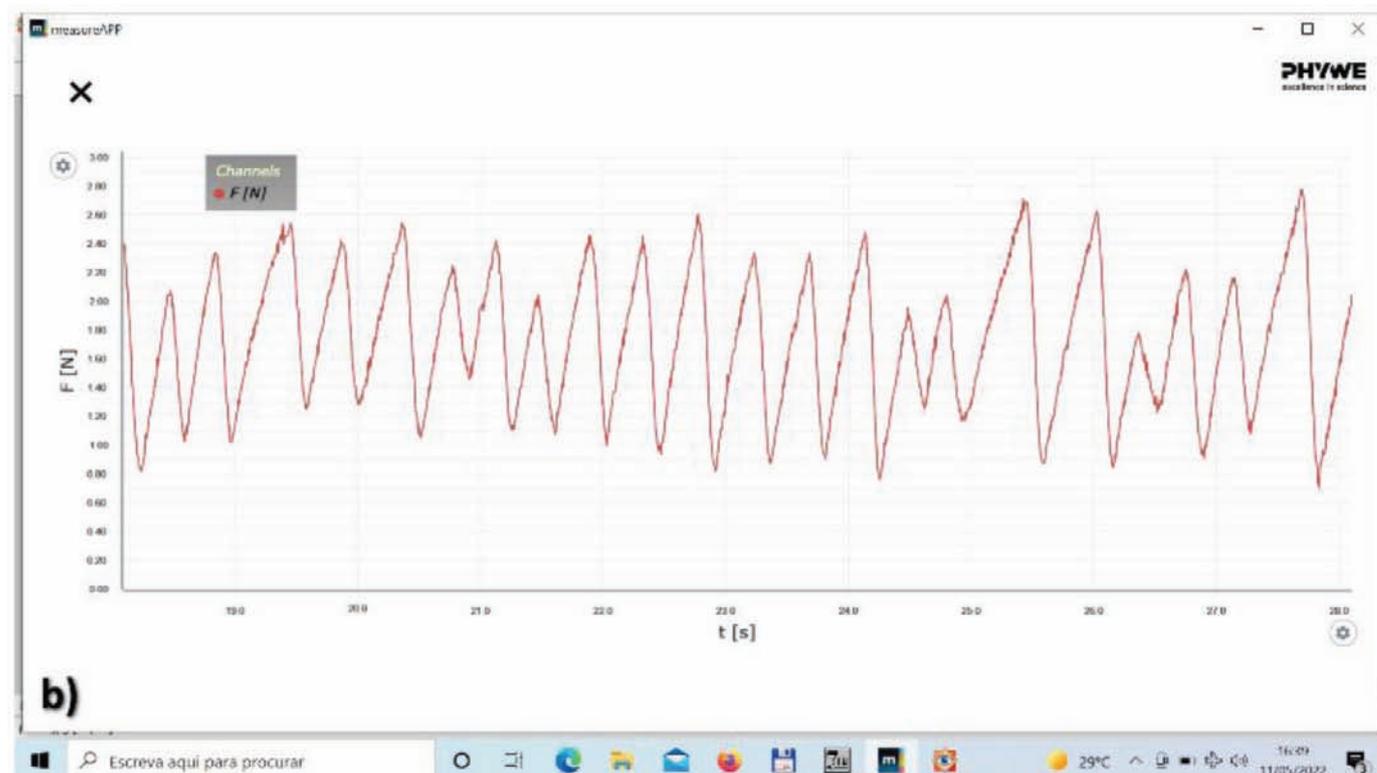
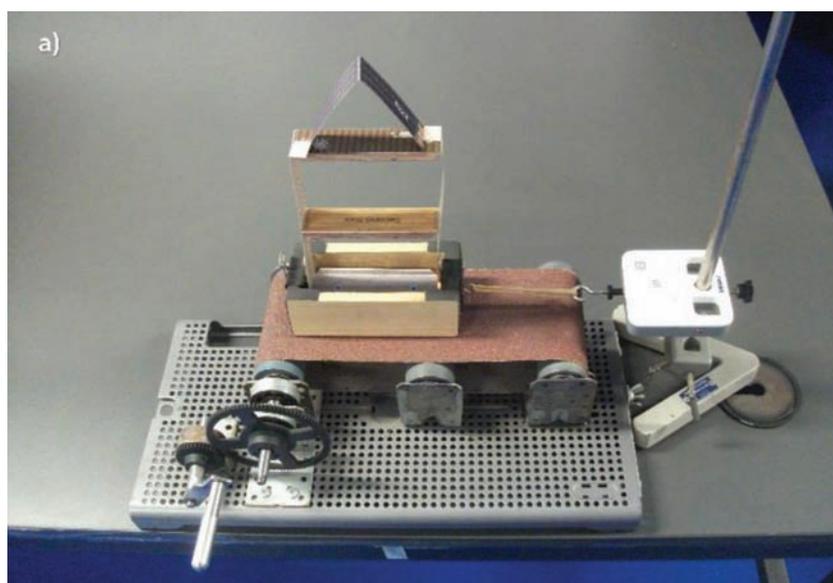


Figura 8 - a) A máquina de sismos do IDL. b) Cópia de ecrã de um obtido com um sensor de força.



Luis Matias, é professor associado com agregação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Departamento de Engenharia Geográfica, Geofísica e Energia, e investigador do IDL, Instituto Dom Luiz. As suas áreas principais de investigação têm sido a Sismologia e a Geofísica Marinha. Tem coordenado e participado em vários projetos de divulgação científica nestes domínios, quer a nível nacional quer a nível internacional. A observação sismológica nos oceanos tem permitido a ligação da investigação a outras áreas científicas, como a Oceanografia, a Meteorologia e a Biologia Marinha.



Carlos Corela, é Técnico Superior na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (FCUL) e investigador no Laboratório Associado Instituto Dom Luiz. É licenciado em Ciências Geofísicas, na especialidade de Geofísica Interna (FCUL), mestre em Eng. Física Tecnológica na especialidade de Instrumentação, metrologia e qualidade (FCUL) e doutorado em Ciências Geofísicas e da Geoinformação (FCUL). Tem coordenado e participado em vários projetos no âmbito da Sismologia, com ênfase na construção de estações sísmicas de fundo oceânico. Dedicar-se também à sismologia em tempo real, ruído sísmico ambiente, eletrónica e instrumentação sísmica.



Susana Custódio, é Professora Auxiliar na FCUL, na área de Geofísica, e investigadora do Laboratório Associado IDL. É licenciada em Eng. Física Tecnológica pelo Inst. Sup. Técnico e doutorada em Ciências Geológicas pela Univ. Califórnia, Santa Bárbara. Dedicar-se à sismologia, com ênfase no estudo das fontes sísmicas, sismologia em tempo real, e educação e divulgação sobre riscos.



José Luis Pereira Duarte, é assistente técnico na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (FCUL) e suporte técnico do Laboratório Associado Instituto Dom Luiz. Responsável pelo desenvolvimento do desenho técnico em 3D, construção mecânica e ensaios de protótipos.