

A LENDA DE ARQUIMEDES NO ENSINO DA FÍSICA:

UMA PROPOSTA PARA UM PROJECTO INTERDISCIPLINAR

**Eliana M. F. Vieira,
José P. B. Silva,
Sandra D. F. C. Moreira,
Manuel F. P. C. M. Costa
e Maria J. M. Gomes**

Escola de Ciências, Departamento de Física,
Universidade do Minho, Campus de Gualtar,
4710057 Braga
Contacto do autor:
mjesus@fisica.uminho.pt

Utilizando um simples mas poderoso espelho côncavo Arquimedes afastou a armada do exército Romano: concentrou os raios do Sol sobre um barco inimigo, incendiando-o à distância, diz a lenda. Hoje, a energia solar é uma das energias renováveis com elevado potencial e crescente utilização pacífica. Em países como Portugal, dada a sua localização geográfica e condições atmosféricas, a consciencialização do potencial que representa a energia solar reveste-se de particular importância. É neste contexto que propomos um projecto experimental em Física, sobre o tema da Lenda de Arquimedes. Exploram-se alguns dos conceitos físicos envolvidos, relacionados com a Óptica e o Calor.

DOS TOUCADORES DA ANTIGUIDADE À FUSÃO DE METAIS

Os espelhos eram utilizados na antiguidade não só como objectos de tocador ou de cerimonial religioso, mas também na indústria mineira. Segundo investigações arqueológicas, realizadas no Egipto, supõe-se que povos que viveram há cerca de 3000 a.C., já recorriam aos espelhos para encaminhar a luz do Sol

para dentro das minas e túneis.

Conta a lenda que Arquimedes, durante o cerco a Siracusa em 214 a.C (2ª Guerra Púnica), já conhecendo os fenómenos gerais da reflexão que há muito tinham sido descritos por Aristófanos e Aristóteles, construiu um poderoso espelho côncavo com o intuito de afastar a armada de Marcelo (exército Romano). Assim, Arquimedes, utilizando o seu espelho, concentrou os raios do Sol sobre o barco inimigo, incendiando-o à distância.

Após o conhecimento desta lenda, segundo o historiador Zonaras, também um tal Proclus, teve a ideia de utilizar uma “arma especular” constituída por um conjunto de espelhos de latão, durante o cerco de Constantinopla em 514 d.C., da qual resultou a destruição da frota do conde Vitaliano (Vitalius). N.F. Vilette, em 1670, construiu um espelho “ardente”, que concentrava toda a radiação proveniente do sol, numa pequena área, e assim foi capaz de derreter um pequeno pedaço de ferro em 40 segundos e abrir um buraco numa chapa de bronze em 6 segundos [1]. Mouchot apresentou a Napoleão III (séc.XIX) um concentrador solar capaz de alimentar uma máquina a vapor [2].

O padre Himalaya, seguindo as lições do físico Berthelot e de outros ilustres professores, foi capaz de construir uma máquina para a obtenção de altas temperaturas, através da captação das radiações solares. Esta máquina tinha a forma de

de uma calota esférica, com centenas de espelhos, e estava suspensa na estrutura por dois eixos, que permitiam uma orientação vertical ou horizontal, consoante a orientação do Sol. O seu trabalho foi patenteado em 1899, pelo governo francês.

No ano seguinte, construiu uma segunda máquina solar e com esta foi capaz obter uma temperatura de 1100 graus centígrados.

Em 1902, já em Lisboa, construiu uma terceira máquina, com a qual obteve 2000 graus, tendo então conseguido fundir um enorme bloco de basalto.

De forma a divulgar o seu invento, decidiu participar na Exposição Universal de St. Louis, em 1904, apresentando aí um aparelho ainda mais perfeito, que denominou de “Pirelióforo” (cujo significado era “eu trago o fogo do Sol”) com o qual conseguiu obter uma temperatura de 3500 graus, à qual fundem todos os metais e quase todas as rochas^[9].

A ÓPTICA INERENTE À LENDA...

A Óptica é o ramo da Física que estuda a luz e os fenómenos com ela relacionados. Por sua vez, podemos considerar que esta se ramifica na óptica geométrica, na óptica ondulatória, na óptica electromagnética e na óptica física. Neste trabalho, apenas consideraremos a óptica geométrica, visto que é a parte da óptica que estuda os fenómenos relacionados com a propagação rectilínea da luz quando atinge uma superfície, tais como, a reflexão e a refração da luz.

Toda a óptica geométrica pode ser formulada usando apenas a aproximação rectilínea da luz e o Princípio de Fermat [4], de onde se deduzem as leis da reflexão e da refração. Neste enquadramento, não será necessário nem o formalismo ondulatório nem o corpuscular.

A lei a considerar no estudo da Lenda de Arquimedes é a Lei da Reflexão. Nesta perspectiva, considera-se como fonte luminosa, o Sol. Sabendo que os raios luminosos divergem a partir da fonte e se propagam seguindo o caminho opticamente mais curto, – Princípio de Fermat – a lei da reflexão em espelhos enuncia-se da seguinte forma: quando um raio luminoso incide sobre uma superfície plana polida, o ângulo de incidência, θ_i , é igual ao ângulo de reflexão, θ_r .

Assim, sendo o nosso objectivo focar a luz reflectida numa área muito reduzida, o espelho deveria ter uma forma parabólica. Quando uma fonte luminosa se encontra no infinito relativamente a um espelho parabólico, toda a radiação que, proveniente desta, incida no espelho será reflectida convergindo para um “ponto” a que chamamos de foco (f) [4].

Devido ao facto dos espelhos esféricos serem mais baratos e mais fáceis de encontrar, optamos por recorrer a estes.

Tendo em conta a aproximação paraxial, vem que:

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{2}{R} \Leftrightarrow \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}, \quad f = R/2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow s_i = f \quad (2)$$

em que f é a distância do foco ao vértice, distância focal, e R é a distância do vértice ao centro de curvatura do espelho, raio de curvatura. Como o objecto/ fonte (Sol) se encontra

no infinito, $S_o \rightarrow \infty$, a sua imagem, de acordo com a expressão (2), forma-se no foco, $S_i = f$.

Neste tipo de espelhos, acrescentando que não se pode considerar uma situação de aproximação paraxial, verifica-se que a radiação não se irá concentrar somente num único ponto, mas sim numa determinada área^[5].

Quando os raios luminosos do sol incidem no espelho próximo do seu vértice, estes serão reflectidos para um ponto (f). Conforme os raios luminosos incidem mais nas extremidades do espelho, estes serão reflectidos para outros pontos. Assim, a radiação reflectida pelo espelho será concentrada numa área delimitada pelos pontos de a a f . A este fenómeno designa-se por aberração esférica que, não se tratando de um defeito do espelho, é característico dos espelhos esféricos.

Para que se reduza a área em que a radiação se concentra, seria necessário diminuir a área espelhada, de forma a que a radiação incidisse apenas na proximidade do vértice do espelho. No entanto, assim iríamos diminuir a quantidade de radiação que chega ao foco. Como queremos obter a concentração de uma quantidade máxima de energia no foco, não será favorável adoptar este método neste trabalho.

CÁLCULO DA POTÊNCIA TÉRMICA APROVEITADA PELO NOSSO ESPELHO

Tendo em consideração que o espelho não é um reflector ideal e que alguma da radiação é absorvida por este, a quantidade da radiação que se irá concentrar na zona do foco não é a mesma que incidiu naquele. Este facto irá reflectir-se no cálculo da potência térmica aproveitada com o espelho.

Neste trabalho ir-se-á, assim, estimar a potência térmica aproveitada, usando um fluxo de água que percorre uma espira de cobre (utilizou-se o cobre porque trata-se de um bom condutor térmico, $K = 398 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$) sendo recolhido num recipiente. Através deste método, procedeu-se à determinação do caudal mássico e da variação da temperatura da água, podendo assim determinar a potência aproveitada através das seguintes expressões:

$$P = \frac{E}{\Delta t}, \quad E = mc_p \Delta T \quad (3)$$

Posto isto, a expressão (3) simplifica-se a:

$$P = \frac{mc_p \Delta T}{\Delta t} \quad (4)$$

e considerando $\varphi = \frac{m}{\Delta t}$, a expressão (4) reduz-se a

$$P = \varphi c_p \Delta T \quad (5)$$

onde P é a potência térmica de aquecimento do fluxo de água em watts, φ é o caudal mássico em quilogramas por segundo, c_p é a capacidade calorífica da água a 25 °C e ΔT é a variação da temperatura da água em graus Celsius.

O rendimento do aquecimento de água do sistema pode ser calculado através da seguinte expressão:

$$\text{Rendimento} = (P_{te} / P_{tt}) \times 100\% \quad (6)$$

em que P_{te} é o valor obtido para cada um dos ensaios 1 e 2 calculada através da expressão (5) e P_{tt} pode ser determinado através da seguinte expressão:

$$P_{tt} = F \times A_{\text{espelho iluminada}} \times R_{\text{aluminio}} + F \times A_{\text{espira}} \quad (7)$$

sendo que F é a energia por unidade de tempo e por unidade de área que chega à superfície do espelho, $A_{\text{espelho iluminada}}$ é a área do espelho onde incide a radiação proveniente do Sol em m^2 e pode-se determinar através do cálculo da área do espelho, retirando-lhe ainda o valor da área de um rectângulo correspondente à sombra criada no espelho pela espira, ou seja, $A_{\text{espelho iluminada}} = A_{\text{calota}} - A_{\text{espira}}$ e R_{aluminio} é a reflectividade do alumínio. O valor do coeficiente de reflexão do alumínio a 500 nm, por ser o valor do comprimento de onda referente ao máximo do valor de energia por segundo que atravessa a atmosfera terrestre é de 0,88 [6]. Adicionando-lhe ainda a quantidade de energia devida à exposição directa de uma parte da espira ao Sol. A energia por unidade de tempo e por unidade de área que chega à superfície do espelho, F , pode ser determinada através da expressão:

$$F = S(1 - R)T \cos\theta \quad \text{Wm}^{-2} \quad (8)$$

considerando que a constante solar $S = 1347 \text{ Wm}^{-2}$, que cerca de 50 % dessa radiação chega ao espelho, da restante 30 % é reflectida pelas nuvens, neve e gelo (albedo) e 20 % é absorvida pela atmosfera. O ângulo θ foi ajustado a 0° (plano do espelho perpendicular ao feixe incidente) ao meio-dia (hora da realização da experiência)[7].

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Inicialmente procedeu-se ao projecto e à construção do suporte móvel (em acrílico) para apoiar o espelho esférico côncavo ($d = 60,96 \text{ cm}$; $f = 15,24 \text{ cm}$ [8] e $R_{\text{aluminio}} = 0,88$ a 500 nm) de forma a ser fácil a sua deslocação e que a sua utilização seja feita de uma forma estável. Este suporte permite orientar o espelho de forma a que toda a radiação incida perpendicularmente a este, concentrando assim a radiação no “foco”, ilustrando-se assim a Lenda de Arquimedes. Para a recriar, colocou-se um barco próximo do espelho, de maneira a que a vela do barco estivesse na zona do “foco” do espelho. Assim, a vela estaria mais exposta à radiação reflectida pelo espelho, incendiando-se. Ao fazer uma comparação do espelho de Arquimedes com o utilizado neste trabalho, tendo em conta as diferenças de escala, constata-se que a diferença nas distâncias focais deve-se a uma dife-



Figura 1 - Ignição da vela”

rença considerável na abertura dos espelhos. De acordo com a lenda, Arquimedes utilizou um espelho com 1 m^2 de área, incendiando os barcos romanos quando estes se encontravam a 50 metros do espelho [9]. Considerando que o espelho seria hipoteticamente uma calota esférica, a sua ságita seria apenas de 1,6 mm. Portanto, o espelho utilizado por Arquimedes seria quase plano, tendo apenas uma pequena curvatura.

O espelho ao ter menor curvatura, as aberrações serão menos importantes (considerando que podemos construir um espelho de boa qualidade) sendo a luz concentrada numa “zona focal” menor e concentrando assim maior energia.

A seguir, dentro das limitações de escala, aplicou-se o princípio envolvido na Lenda de Arquimedes à determinação da potência utilizada para o aquecimento de um fluxo de água que percorria uma espira, de 10 cm de diâmetro, em cobre (0,47 cm de diâmetro interno e 0,14 cm de espessura), sendo esta fixada de forma a captar o máximo de radiação reflectida pelo espelho. A espira foi concebida tendo em conta a dimensão da zona focal, pelo que foi dimensionada tendo em vista um maior aproveitamento da radiação que chega ao foco. Com o auxílio de um sistema de inserção de água, produziu-se um fluxo de água constante que circulava pela espira, aumentando assim a temperatura desta. Esta variação da temperatura foi, com o auxílio de um termopar do tipo K 219-4315 [10], calculada através da medição da diferença de potencial entre a entrada e a saída de água. Este cálculo foi efectuado tendo em conta a sensibilidade do termopar ($40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$). À medida que a água circulava pela espira ia sendo recolhida num copo, permitindo assim a medição da quantidade de água que percorria o sistema e o tempo que essa quantidade demorou a percorrer a espira. Do ponto de vista pedagógico, de forma a despertar o interesse e a motivação pela óptica nos mais jovens, fizemos ainda uma aplicação mais lúdica, o *barbecue solar*. Desta forma, colocámos



Figura 2 - Montagem do espelho com a serpentina, sistema de fluxo e recolha de água

uma panela no “foco”, com o auxílio de um suporte previamente construído, conseguindo concentrar na superfície da panela a radiação solar reflectida pelo espelho, possibilitando, deste modo, a fritura de um ovo (Figura 3). Duma forma idêntica, com um espeto, grelhou-se uma salsicha (Figura 4).



Figura 3 - Ovo a fritar

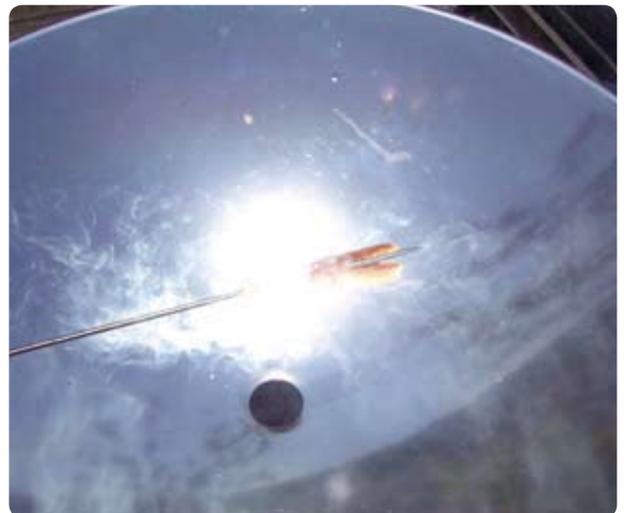


Figura 4 - Salsicha a grelhar

MEDIÇÕES EXPERIMENTAIS: POTÊNCIA TÉRMICA APROVEITADA

As medições experimentais foram realizadas à temperatura ambiente de 26°C, tendo-se verificado que a água se encontrava a uma temperatura de 25 °C e que a temperatura atingida no foco era de 219,5 °C. Realizaram-se dois ensaios, em que se variou o caudal, registando-se assim os valores da diferença de potencial e do tempo necessário à recolha de 500 mL de água, que se encontram descritos nas Tabelas 1 e 2.

Tempo (s)	U (mV)
10	0,14
20	0,14
30	0,14
40	0,15
50	0,15
60	0,16
70	0,16
75	0,15
	$U_{\text{méd}} = 0,15 \pm 0,01$

Tempo (s)	U (mV)
10	0,11
20	0,12
30	0,12
40	0,13
50	0,12
60	0,13
65	0,12
	$U_{\text{méd}} = 0,12 \pm 0,01$

Tabela 1. Registo dos valores experimentais da diferença de potencial e do tempo necessário à recolha de 500 mL de água para o caudal 1 (menor)

Tabela 2. Registo dos valores experimentais da diferença de potencial e do tempo necessário à recolha de 500 mL de água para o caudal 2 (maior).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

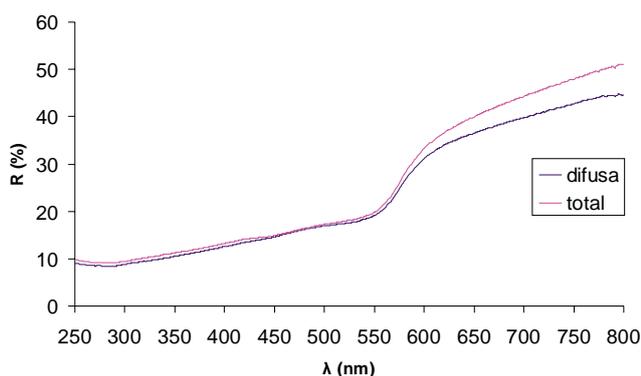
Para a determinação da potência térmica aproveitada no aquecimento de água e do rendimento deste processo, nos dois ensaios, teve-se em conta os seguintes dados: capacidade calorífica da água líquida a 25°C - 4,18 kJ kg⁻¹ K⁻¹; termopar tipo K: 40 μV/°C; volume de água recolhida = 500 mL e com uma densidade de 1 kg/dm³. Deste modo, chegou-se aos valores que são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3. Registo dos valores relativos ao cálculo do rendimento do processo.

Ensaio	$\dot{\varphi}$ (Kg/s)	ΔT (°C)	P _{térmica experimental} (W)	P _{térmica teórica} (W)	Rendimento (%)
1	6,7×10 ⁻³	3,75	105±13	145	72
2	7,7×10 ⁻³	3,00	96±13		66

Para o cálculo das incertezas associadas ao valor da potência aproveitada no aquecimento da água, considerou-se as incertezas às variáveis envolvidas de $\Delta V = 0,05 \text{ dm}^3$; $\Delta(\Delta T) = 0,25 \text{ }^\circ\text{C}$; $\Delta(\Delta t) = 0,5 \text{ s}$.

Os valores obtidos para a potência nos 2 ensaios são próximos. No entanto, pode-se verificar que no 1º ensaio, em que o caudal foi menor, a variação da temperatura da água foi maior, traduzindo-se isto num maior valor da potência. Deve-se salientar que durante o processo houve perdas de energia, não sendo totalmente utilizada para o aquecimento da água. O espelho não reflecte totalmente a radiação solar que nele incidiu, sendo uma pequena parte desta absorvida. O cobre, apesar de ser um bom condutor ($K = 398 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$), vai reflectir e absorver alguma radiação, diminuindo assim, também, a eficácia do processo. No 1º ensaio verifica-se que cerca de 28% da energia é dissipada, sendo uma fracção desta reflectida e outra absorvida pela espira de cobre. No 2º ensaio verifica-se que cerca de 34% da energia não é aproveitada. Neste contexto, achou-se conveniente também, medir a reflectância da espira de cobre. Para tal utilizou-se um espectrofotómetro UV-Visível da Shimadzu (UV – 2501 PC) com uma esfera integradora. Através do espectro obtido para a reflectância total em função do comprimento de onda, gráfico 1, pôde-se verificar que o valor da reflectância total da espira a 500 nm é de 17,22%. Como se pode observar no mesmo gráfico, a diferença entre a reflectância difusa não é muito grande devido à forma da superfície da espira e ao facto desta ser muito baixa.



CONCLUSÕES

Neste trabalho recriou-se a Lenda de Arquimedes, a menos de um factor de escala, e utilizaram-se os princípios envolvidos nesta lenda, na utilização da energia solar em variadíssimas aplicações do dia-a-dia com sucesso, salientando os princípios físicos envolvidos. Deixa-se também como sugestão a implementação de trabalhos semelhantes a este, nas escolas, que envolvam as disciplinas de Física, História, Geografia e Educação Visual e Tecnológica como forma de motivar os mais jovens para a Ciência, e consciencializá-los para o uso de energias alternativas num Mundo que, sem estas, se avista menos risonho.

AGRADECIMENTOS

Os autores estão muito agradecidos aos professores do Departamento de Física Teresa Viseu, Vicente Fonseca, Bernardo Almeida e Francisco Macedo pelos seus contributos científicos em diferentes fases do trabalho experimental. Nós também gostávamos de agradecer pela assistência técnica ao Sr. Américo Rodrigues e ao Engenheiro José Cunha na construção do material experimental.

Referências bibliográficas

- [1] L. M. Bernardo, "Histórias da Luz e das Cores" Vol. I, Porto: Universidade do Porto (2005).
- [2] L. M. Bernardo, "Histórias da Luz e das Cores" Vol. II, Porto: Universidade do Porto (2007).
- [3] <http://www.cienciaviva.pt/rede/himalaya/home/himalaya.asp>
- [4] E. Hecht, Óptica (tradução de José Manuel Rebordão), Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian (1991).
- [5] S. J. Pedrotti, L. Frank & L. Pedrotti, "Introduction to Optics", 2ª edição. New Jersey: Prentice-Hall (1996).
- [6] S. A. Akhmanov & S. Yu. Nikitin, "Physical Optics", New York: Oxford University Press (1997).
- [7] B. White, "Physics in the current climate", In Physics Education. 42, nº 4, pp 327-330 (2007).
- [8] www.edmundoptics.co.uk
- [9] A. A. Mills & R. Clift, "Reflections on the 'Burning Mirrors of Archimedes'. With a consideration of the geometry and intensity of sunlight reflected from plane mirrors". In European Journal of Physics. 13, nº6, pp 268 - 279 (1992).
- [10] <http://pt.rs-online.com>
- [11] www.rcsi.ie/sodis/
- [12] <http://ciberia.aeiou.pt/?st=3682>
- [13] <http://www.inovacaotecnologica.com.br/noticias/noticia.php?artigo=010115041125>