outra noção fundamental não fôr dada no último ano dos liceus.

Para ela chamo a atenção dos futuros reformadores dos programas liceais de Matemática ou de Física, lembrando-lhes que tenham presente o instrumento de análise que, correntemente, é utilizado em Física — o cálculo vectorial.

Não é num número restricto de lições iniciais que o principiante universitário, que, há meses atrás, estava habituado a uma didática de ensino muito diferente da universitária, adquire um conhecimento exacto do significado do cálculo vectorial.

Daí o surgirem, de início, nas cadeiras gerais de Física, dificuldades ao estudante.

Impõe-se pois que em futura reforma liceal seja reservado lugar ao cálculo vectorial, com âmbito análogo ao que é apresentado o estudo das derivadas.

O estudo das operações sobre vectores, analítica e geomètricamente, incluindo o produto interno, produto externo e produto mixto, e aplicações directas destas operações, quando feito no liceu, contribuirá, sem dúvida, para reduzir e até eliminar as dificul dadas atrás citadas.

O aparecimento daquelas rubricas exigirá ou não a eliminação de algumas matérias nos programas de Matemática ou de Fisica, de modo que os conhecimentos que possam ser considerados supérfluos num ensino pré-universitário, sejam substituidos pelos que fazem nìtidamente falta. Nestes últimos, deve estar incluida a definição de integral, visto que por motivo análogo ao que justifica a reposição das derivadas se prova a necessidade de inclusão de tal assunto nas matérias dos futuros programas liceais.

Assim seria dado, a meu ver, um importante contributo para o cumprimento da letra do decreto acima citado no sentido duma mais interna conexão entre as matérias dadas no ensino secundário e as professadas nos cursos universitários.

JOAQUIM S. M. G. CALADO
(Professor do liceu)

3. PONTOS DE EXAME

EXAMES DE ENSINO MÉDIO (FÍSICA)

Exames de aptidão para frequência da licenciatura em Ciências Geológicas e Ciências Biológicas — 1951.

Ponto n.º 1

132 — *a)* Defina as *unidades de trabalho* e *de potência* nos sistemas que estudou, e estabeleça as relações de grandeza que existem entre elas.

b) Demonstre que na queda livre dos graves se verifica a *conservação da energia.*

133 — Um corpo cai do ponto mais alto de um plano inclinado com o comprimento de 100 metros e a altura de 40 metros. Ao chegar ao ponto mais baixo do plano, choca com um obstáculo indeformável e desprovido de conductibilidade térmica. Calcular a elevação de temperatura que o corpo sofreu, admitindo que toda a energia cinética se converteu em calor e desprezando os atritos.

Equivalente mecânico da caloria: 4,18 J/cal. Use para calor específico do corpo o valor 0,0392 calorias por grama e por grau.

II

134 — *a)* Diga o que entende por *corrente alternada* e exponha o princípio dos aparelhos destinados a produzir corrente alternada.

b) Defina *intensidade eficaz* de uma corrente alternada e escreva a expressão que relaciona aquela grandeza com a intensidade máxima. Que entende por *factor de potência?*

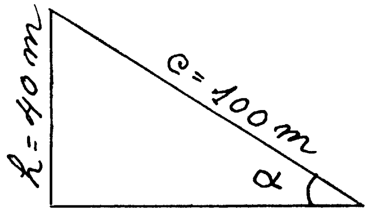
c) Exponha o princípio dos *amperímetros* e *voltímetros térmicos* e diga a que fim se destinam esses aparelhos.

R: *Toda a energia cinética do corpo foi transfor-*

mada em calor, o qual foi empregado em aquecê-lo

Logo, podemos pôr

$$\frac{1}{2}mv^2 = mc\Delta t$$



desprezando os atritos, esta energia cinética é igual à potencial que o corpo possuia à altura h, *em relação ao ponto mais baixo, isto é,*

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad \textit{(cons. de energia)}$$

$$9{,}8 \times 40 = 0{,}0392 \times 4{,}18 \times \Delta t \times 1000$$

$$392 = 164\Delta t$$

$$\Delta t = +2{,}39°\,C.$$

Nota. — Não interessa conhecer o comprimento do plano.

EXAMES UNIVERSITÁRIOS

F. C. L. — Electricidade — 1.º Exame de frequência.

271 — Um condutor tem uma carga *e*. V_1 e V_2 são os potenciais de duas superfícies equipotenciais que o envolvem completamente.

Preenche-se o espaço entre as duas superfícies com um dieléctrico homogéneo de constante ε.

Calcular a variação de energia. R: a) *Em teoria de Maxwel, a energia do sistema é dada pelo integral*

$$\frac{1}{8\pi}\int (E, D)\delta v$$

estendido a todo o espaço.

A variação de energia será a diferença entre os valores deste integral, calculado antes e depois do preenchimento do espaço entre as equipotenciais pelo dielétrico (ε). *Essa diferença reduz-se apenas aos valores do integral correspondente a esse espaço, que designaremos por* v. *Com efeito no resto do espaço, o deslocamento* $\vec{D}$ *não varia por não variarem as cargas verdadeiras, e o campo também se mantém constante visto que em todo o ponto se tem* $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, *e não variando nesses pontos* $\vec{D}$ *nem* ε, *também não variará* $\vec{E}$. *A variação de energia será então*

$$\Delta W = \frac{1}{8\pi}\int_v (E', D)\delta v - \frac{1}{8\pi}\int_v (E_0, D)\delta v$$

designando por E' *o campo no dielétrico e por* E_0 *o campo no mesmo ponto quando o dieléctrico era o vácuo.*

$$\Delta W = \frac{1}{8\pi}\int_v (E' - E_0, D)\delta v.$$

Relacionemos agora E' *com* E_0. *Como* D *e o mesmo antes e depois da substituição*

$$\varepsilon_0 E_0 = \varepsilon E'$$

$$E' = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}E_0$$

$$\Delta W = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} - 1\right)\int_v (E_0, D)\delta v \quad (a)$$

É fácil calcular agora o integral $\int_v (E_0, D)\delta v$ *em função dos dados do problema.*

Fazendo

$$\delta v = \delta s \cdot \delta l$$

onde δs *é um elemento de área tomado numa equipotencial genérica intermédia entre* V_1 *e* V_2 *e* δl *um elemento duma linha de força do campo no mesmo ponto, podemos pôr*

$$\int_V (E_0, D)\delta v = \int_S\int_L D\delta s \cdot E \cdot \delta l =$$

$$= \int_S D \cdot \delta s \int_1^2 (E, \delta l) = 4\pi e(V_1 - V_2)$$

aplicando o teorema de Gauss do fluxo do deslocamento eléctrico $\vec{D}$, *e tendo em vista que* D·δs *é constante ao longo do tubo de força que termina sobre as equipotenciais dadas.*

Substituindo em (a) *obtemos finalmente*

$$\Delta W = \frac{1}{2}e(V_1 - V_2)\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} - 1\right) \quad (b)$$

Esta variação de energia é sempre negativa, como se conclui facilmente da análise de expressão (b). *Ela corresponde ao trabalho de formação dos dipolos, ou à polarização do dieléctrico, suposta feita à custa do campo inicial.*

b) *Vamos resolver este problema colocando-nos doutro ponto de vista, isto é, ligando a energia às cargas.*

Sabe-se que a energia de um condutor com a carga e *e ao potencial* V *é* $\frac{1}{2}eV$.

Então, designando por V *e* V' *o potencial do condutor antes e depois da substituição do dieléctrico, e uma vez que a sua carga não variou, a variação da sua energia será*

$$\Delta W = \frac{1}{2}e(V' - V) \quad (c).$$

Não é possível, com os dados do problema, calcular especificadamente os potenciais V *e* V' *do condutor, mas é fácil calcular a sua diferença.*

Com efeito,

$$V' - V = \int_c^\infty (E', \delta l) - \int_c^\infty (E_0, \delta l)$$

mantendo a notação anterior; e, pelas considerações feitas na alínea a)

$$V' - V = \int_1^2 (E' - E_0, \delta l) = \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} - 1\right)\int_1^2 (E_0, \delta l) =$$

$$\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} - 1\right)(V_1 - V_2).$$

Substituindo em c) *temos*

$$\Delta W = \frac{1}{2} e (V_1 - V_2)\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} - 1\right)$$

em concordância com (b).

NOTA. *Todo o raciocínio das resoluções se baseou no presuposto de que o campo eléctrico só foi alterado nos pontos onde se substituiu o dielétrico, alteração esta que se traduziu na redução do seu módulo na razão das constantes dieléctricas; e de que o dielétrico é perfeito, homogéneo* (ε = cons.) *e isótropo* (ε *escalar,* $|D| = \varepsilon |E|$).

272 — As armaduras de um condensador esférico têm os raios a_1 e a_2. Achar os coeficientes de potencial. Verificar o resultado pelos coeficientes de capacidade. R: *Sabe-se que, dados dois condutores em presença, as relações que ligam as respectivas cargas e potenciais de equilíbrio electrostático são*

$$V_1 = c^{11} e_1 + c^{12} e_2 \quad \text{(a)}$$
$$V_2 = c^{21} e_1 + c^{22} e_2 \quad \textit{com} \quad c^{12} = c^{21}$$

onde os $c^{\alpha\beta}$ *são os coeficientes de potencial, parâmetros que só dependem da configuração do sistema.*

No caso presente, calculemos directamente os potenciais das armaduras, em função das cargas das mesmas.

Para a esfera interna $V_1 = \dfrac{e_1}{\varepsilon_0 a_1} + \dfrac{e_2}{\varepsilon_0 a_2}$ (b)

Para a esfera externa $V_2 = \dfrac{e_2}{\varepsilon_0 a_2} + \dfrac{e_1}{\varepsilon_0 a_2}$

por sobreposição dos estados de equilíbrio, dadas as cargas ou os potenciais.

Como há uma única distribuição de equilíbrio, comparando os sistemas (b) *e* (a) *temos*

$$c^{11} = \frac{1}{\varepsilon_0 a_1}$$

$$c^{12} = c^{21} = \frac{1}{\varepsilon_0 a_2}$$

$$c^{22} = \frac{1}{\varepsilon_0 a_2}$$

Tais são os os coeficientes de potencial para o condensador esférico.

Notemos que estes coeficientes são todos positivos e que

$$c_\alpha \leq c^{\alpha\beta}$$

No nosso caso $c^{22} = c^{12}$, *característica da influência total.*

Resolvamos agora o sistema (b) *em ordem às cargas.*

$$e_1 = \frac{\varepsilon_0 a_1 a_2}{a_2 - a_1} V_1 - \frac{\varepsilon_0 a_1 a_2}{a_2 - a_1} V_2$$

$$e_2 = \frac{-\varepsilon_0 a_1 a_2}{a_2 - a_1} V_1 + \frac{\varepsilon_0 a_2^2}{a_2 - a_1} V_2$$

Os coeficientes de V_1 *e* V_2 *neste sistema* ($c_{\alpha\beta}$) *são bem os conhecidos coeficientes de capacidade do condensador esférico.*

(Resoluções de Líbano Monteiro)

F. C. L. — Curso Geral de Física. — 2.º Exame de frequência — 1950-51.

273 — *a*) Escreva as fórmulas de Clapeyron e estabeleça uma delas. *b*) Figure e descreva o ciclo de funcionamento da máquina de vapor. *c*) Propagação de ondas elásticas no meio sólido e fluido.

274 — Estabeleça as leis da refracção das ondas sonoras. *b*) Estabeleça as leis de Bernoulli dos tubos sonoros. *c*) Estabeleça as expressões que traduzem a lei de Coulomb da Electrostática.

275 — *a*) Efeito Oersted; campo criado por carga pontual móvel. *b*) Lei de Ohm: forma local e aplicações a condutores. *c*) Lei de Joule da corrente alternada.

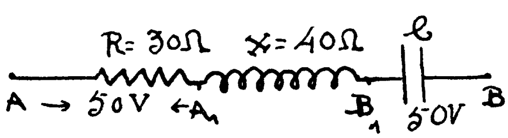
276 — Determine a tensão eficaz entre os pontos *A* e *B do* circuito figurado.

R: *Como as resistências não indutiva* e *indutiva e condensadores C estão ligados em série a corrente entre* A *e* B *é a mesma em todos os pontos, portanto*

$$I_{AB} = \frac{V_{AA_1}}{R} = \frac{50}{30} = \frac{5}{3} \textit{ Ampères.}$$

A tensão eficaz entre A_1 *e* B_1 *é dada por*

$$V_{A_1B_1} = XI = 40 \times \frac{5}{3} = \frac{200}{3} \textit{ Volts.}$$



A tensão eficaz entre A *e* B *será dada por*

$$V_{AB} = \sqrt{V_{AA_1}^2 + \left(V_{A_1B_1} - V_{B_1B}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{50^2 + \left(\frac{200}{3} - 50\right)^2}.$$

Efectuando as operações vem $V_{AB} = 53$ *volts.*

277 — *a*) Igualdade e desigualdade de Clausius; entropia. *b*) Figure e descreva o ciclo de Otto. *b'*) Efeito piezoeléctrico. *c*) Velocidade de propagação das ondas transversais na corda tensa.

278 — *a*) Teoria do efeito Doppler. *b*) Defina absorção total do som num recinto. *c*) Propriedades das linhas de força do campo electrostático.

289 — *a*) Estabeleça as leis de Kirchhoff. *b*) Momento do binário director de um íman num campo uniforme. Selectividade do circuito oscilante. *c*) Campo magnético girante. Motor sincrono polifásico.

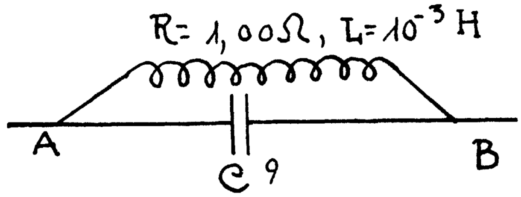
280 — A pulsação das correntes alternadas que percorrem o circuito figurado é $\omega = 10^4$ rad/s; Calcule a capacidade do condensador *C*, sabendo que a corrente e a tensão entre *A* e *B* estão em fase. (Método dos imaginários).

R: *Como a corrente na linha e a tensão entre* A e B *estão em fase* $\varphi=0$; *logo de* $\cos\varphi = R/Z_t$ *tira-se que* $Z_t=R=1{,}00$ Ohms. *Representando por* Z'_t, Z'_B, e Z'_C *as impedâncias imaginárias entre* A *e* B, *na bobina e no condensador respectivamente tem-se:*

$$\frac{1}{Z'_t} = \frac{1}{Z'_B} + \frac{1}{Z'_C} = \frac{1}{R + L\omega j} + \frac{1}{-\frac{1}{C\omega}j} =$$

$$= \frac{-RC\omega + \left(1 - LC\omega^2\right)j}{-L\omega + Rj}$$

donde $Z'_t = \dfrac{-L\omega + Rj}{-RC\omega + \left(1 - LC\omega^2\right)j}$.



A impedância entre A *e* B *é dada por*

$$|Z'_t| = \sqrt{\frac{L^2\omega^2 + R^2}{R^2C^2\omega^2 + \left(1 - LC\omega^2\right)^2}}$$

ou ainda $Z_t^2\left[R^2C^2\omega^2 + \left(1 - LC\omega^2\right)^2\right] = L^2\omega^2 + R^2$.

Substituindo valores tem-se:

$$101 \times 10^8 C^2 - 2 \times 10^5 C - 10^2 = 0.$$

Resolvendo a equação vem $C = 0{,}109 \times 10^{-3}$F.

GLAPHYRA VIEIRA

7. FÍSICA NUCLEAR

COMPARAÇÃO ENTRE INSTRUMENTOS PARA MEDIÇÕES RADIOACTIVAS DE CONTADORES DE GEIGER E CÂMARAS DE IONIZAÇÃO

1. Questões práticas. O que é que os tubos de Geiger e as câmaras de ionização realmente medem? Em que casos é um tipo de detector radioactivo mais indicado que o outro?

São estas as importantes perguntas a que vamos procurar responder.

Para dar uma ideia mais concreta deste assunto, não hesitaremos em relembrar alguns princípios elementares que são do conhecimento de todos. Depois mencionaremos alguns resultados de recentes desenvolvimentos, apresentando interessantes dados sobre a permutabilidade dos tubos de Geiger e câmaras de ionização numa série de importantes casos práticos. ([1])

2. As duas unidades fundamentais nas medições radioactivas. Os átomos de um elemento radioactivo encontram-se num estado instável. Mais cedo ou mais tarde, cada átomo radioactivo sofrerá um novo arranjo da sua estrutura interna, de maneira a procurar um estado mais estável, de menor energia interna. O excesso de energia é libertado sob a forma de radiação, constituida por partículas α ou β, ou ainda por radiação γ ou uma combinação delas, conforme o elemento considerado. Se um grande número de átomos radioactivos está presente numa substância, os seus reajustamentos internos não se dão simultaneamente para todos eles. Alguns dos átomos permanecem estáveis por mais tempo que outros, e o fenómeno da emissão de radiação tem lugar ao acaso, caracterizando a «radioactividade» da substância.

([1]) Comparison of Geiger-Counter and Ion-chamber Method of Measuring gamma Radiation V. Nucleonics, vol. *7*, n.º 6, págs. 21/26, Dez. 1950.