

Neste artigo usam-se princípios elementares da Física para explicar algumas características da navegação à vela, como a navegação contra o vento, a inclinação das embarcações, a relação entre a velocidade do navio e o rumo e a importância do patilhão e da orientação da vela na navegação.

NUNO BARROS E SÁ
Departamento de Ciências,
Tecnologia e Desenvolvimento
Universidade dos Açores
9500-801 Ponta Delgada
Portugal

nunosa@notes.uac.pt

FÍSICA ELEMENTAR NAVEGAÇÃO À

O princípio da navegação à vela parece, numa primeira impressão, simples: o vento empurra a vela, impelindo o barco para a frente. Mas um barco à vela consegue navegar em todas as direcções, mesmo em sentido contrário ao do vento! Acontece também que, nas embarcações de corrida mais velozes, a velocidade máxima não é atingida navegando a favor do vento mas sim com o vento quase de lado e que essa velocidade máxima pode mesmo ser superior à velocidade do vento!

Neste artigo explicam-se estes fenómenos aparentemente paradoxais e outros, procurando na navegação à vela uma abordagem estimulante para o ensino dalguns conceitos elementares da Física e da Matemática.

FORÇA EXERCIDA SOBRE UM SÓLIDO EM MOVIMENTO ATRAVÉS DE UM FLUIDO

O movimento de um barco à vela resulta da acção combinada de duas forças: a força exercida pelo vento sobre a vela e a força de resistência ao movimento exercida pelo mar sobre o casco do navio. Estas duas forças são exemplos de forças exercidas por fluidos (o ar e o mar) sobre sólidos (a vela e o casco do navio) quando há movimento relativo entre os dois, pelo que começamos por abordar a forma geral deste tipo de força. Também actuam sobre o barco o seu próprio peso e a impulsão da água mas estas duas últimas forças cancelam-se, do que resulta a flutuação do barco.

TAR DA VELA

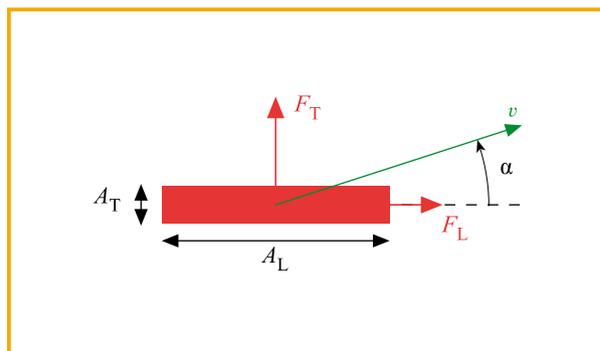


Fig. 1 - Tomamos para eixo F_L o eixo de simetria com o sentido da extremidade escolhida para início da contagem do ângulo de incidência α e para eixo F_T o eixo que faz um ângulo de 90° com o primeiro, medido no mesmo sentido que α .

Se a única propriedade relevante do fluido for a sua densidade ρ , resulta por mera análise dimensional que a força exercida sobre o sólido pelo fluido é dada por [1,2,3]

$$\vec{F} = \frac{1}{2} \bar{C} \rho A v^2 \quad , \quad (1)$$

com v a velocidade relativa entre o fluido e o sólido, A uma dada área de referência (por exemplo, a área do sólido transversal à direcção do movimento) e \bar{C} uma constante sem dimensões. O factor $1/2$ é convencional. Mostra-se em Mecânica dos Fluidos que o escoamento dum fluido no regime laminar depende da sua viscosidade η e que nesse caso a força é linear na velocidade, $F \propto \eta l v$, com l uma dimensão linear do sólido [1]. Mas as passagens do ar e do mar em torno do barco ocorrem em regime turbulento, o qual é independente da viscosidade do fluido, valendo a fórmula (1).

A fórmula (1) também pode ser deduzida pelo argumento muito simples que se segue. O módulo F da força deve ser proporcional ao momento linear do fluido que se dirige de encontro ao sólido por unidade de tempo,

$$F \propto \frac{dp}{dt} = \frac{dm}{dt} v = \rho \frac{dV}{dt} v = \rho A \frac{dx}{dt} v = \rho A v^2 \quad , \quad (2)$$

com x a direcção do movimento relativo, A a área do sólido transversal a essa direcção, m a massa do fluido e V o volume por ele ocupado. Esta dedução sugere que a constante \bar{C} seja da ordem da unidade mas o seu cálculo exacto depende da forma particular do sólido e só pode ser feito no âmbito da Mecânica dos Fluidos.

As componentes verticais das forças (1) exercidas sobre a vela e sobre o casco do navio desempenham apenas um papel secundário no equilíbrio vertical entre o peso do navio e a impulsão da água. Por isso consideraremos apenas a acção das forças do vento e do mar no plano horizontal.

No caso de sólidos longilíneos com simetria bilateral, como são os casos da vela e do casco do navio, designamos por ângulo de incidência α o ângulo feito entre uma das extremidades do plano de simetria e a direcção do movimento do fluido e decompos a força exercida pelo fluido em movimento em componentes paralela e perpendicular ao plano de simetria, F_L e F_T respectivamente, de acordo com a convenção indicada na Fig. 1. Por questões de simetria, F_L deve atingir os valores máximo para $\alpha=0^\circ$ e mínimo para $\alpha=180^\circ$, enquanto F_T deve ser nula para esses ângulos de incidência, positiva para $\alpha=90^\circ$ e negativa para $\alpha=270^\circ$. As funções mais simples que obedecem a estes critérios são

$$F_L \propto \rho A_T v^2 \cos \alpha \quad (3)$$

$$F_T \propto \rho A_L v^2 \sin \alpha \quad . \quad (4)$$

Note-se que a componente longitudinal da força é proporcional à secção transversal do sólido A_T e a componente transversal é proporcional à secção longitudinal A_L , de modo a que estas fórmulas se reduzam a (2) para $\alpha=0^\circ$ e $\alpha=90^\circ$.

As forças reais dependem ainda de inúmeros factores adicionais como o material de que é feita a superfície do sólido, a formação de ondas, etc [4]. De qualquer forma, as expressões simplificadas (3)-(4) permitem explicar qualitativamente o movimento dos barcos à vela. Mesmo a dependência dos resultados que vamos obter das constantes σ e η (que definiremos mais adiante (equação (35)), embora pouco rigorosa, exprime grosseiramente a dependência do movimento do navio da sua geometria.

VENTO APARENTE

Actuado pelo vento, um barco inicialmente em repouso começa por acelerar mas acaba por ser travado pela força de resistência do mar, altura em que o barco estabiliza a velocidade constante \vec{V} . Definimos o rumo do navio θ como o ângulo feito entre a velocidade do vento \vec{v} e o simétrico da velocidade do barco, $-\vec{V}$. Desta forma o rumo é de 180° se o navio se desloca no sentido do vento e seria de 0° se ele se deslocasse no sentido contrário.

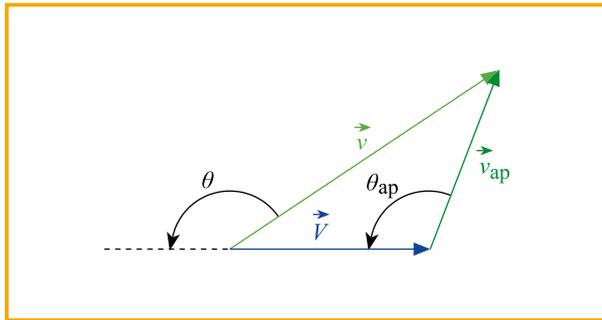


Fig. 2 - Relação entre as velocidades real (verde-claro) e aparente (verde-escuro) do vento e a velocidade do barco (azul). A projecção no eixo horizontal dá a equação (6) e a projecção no eixo vertical dá a equação (7).

A velocidade do vento em relação ao mar \vec{v} (vento real) difere da velocidade do vento em relação à vela \vec{v}_{ap} (vento aparente), da qual depende a força exercida sobre a vela, estando as duas relacionadas por (Fig. 2)

$$\vec{v}_{ap} = \vec{v} - \vec{V} \quad (5)$$

O rumo aparente θ_{ap} (ângulo feito entre \vec{v}_{ap} e $-\vec{V}$) também difere do rumo real θ . A partir da Fig. 2 vê-se facilmente que as seguintes igualdades se verificam

$$v_{ap} \cos \theta_{ap} = v \cos \theta + V \quad (6)$$

$$v_{ap} \sin \theta_{ap} = v \sin \theta \quad (7)$$

donde se retiram as relações

$$\cotan \theta_{ap} = \cotan \theta + \frac{V}{v \sin \theta} \quad (8)$$

$$v_{ap}^2 = v^2 + 2vV \cos \theta + V^2 \quad (9)$$

FORÇAS APLICADAS SOBRE UM NAVIO EM MOVIMENTO

Na Fig. 3 representamos as forças horizontais que actuam sobre um barco à vela. De acordo com as equações (3)-(4) temos, para a força do vento,

$$f_T = \rho_{ar} a_L v_{ap}^2 \sin \alpha \quad (10)$$

$$f_L = \rho_{ar} a_T v_{ap}^2 \cos \alpha \quad (11)$$

e, para a força do mar,

$$F_T = \rho_{agua} A_L V^2 \sin \gamma \quad (12)$$

$$F_L = \rho_{agua} A_T V^2 \cos \gamma \quad (13)$$

com ρ_{ar} e ρ_{agua} as densidades do ar e da água respectivamente. Substituímos o sinal de proporcionalidade pelo de igualdade nas equações (3)-(4), podendo olhar para as áreas da vela a_L e a_T e do casco do navio A_L e A_T como “áreas efectivas” que devem ter valores da ordem de grandeza das respectivas áreas geométricas.

Utilizando um sistema de eixos cartesianos em que tomamos para eixo dos xx a direcção da vela (Fig. 3), a força total exercida sobre o navio escreve-se

$$\begin{aligned} F_x &= F_T \sin \beta - F_L \cos \beta - f_L \\ &= \rho_{agua} A_L V^2 (\sin \gamma \sin \beta - \cos \gamma \cos \beta) - \\ &\quad - \rho_{ar} a_L v_{ap}^2 \cos \alpha \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} F_y &= f_T - F_T \cos \beta - F_L \sin \beta \\ &= \rho_{ar} a_L v_{ap}^2 \sin \alpha - \rho_{agua} A_L V^2 \cdot \\ &\quad \cdot (\sin \gamma \cos \beta + \cos \gamma \sin \beta) \end{aligned} \quad (15)$$

Nestas equações medimos todos os ângulos no sentido directo, sendo α contado do vector velocidade do vento para a vela, β contado da vela para a linha da popa e γ contado da linha da popa para o simétrico do vector velocidade do mar, tal como representado na Fig. 3. As relações entre os sentidos dos ângulos e das forças são as mesmas que as usadas nas fórmulas (3) e (4).

Repare-se que existe uma ambiguidade na definição dos ângulos α e β devido à simetria da vela. Fazendo a contagem destes ângulos relativamente à outra ponta da vela, os seus valores sofreriam acréscimos de 180° . Podemos ignorar esta ambiguidade pois ela não afecta os resultados que vamos obter (22) e (23) que regem o movimento do navio.

Como se depreende da Fig. 3 o rumo aparente é dado por

$$\theta_{ap} = \alpha + \beta + \gamma. \quad (16)$$

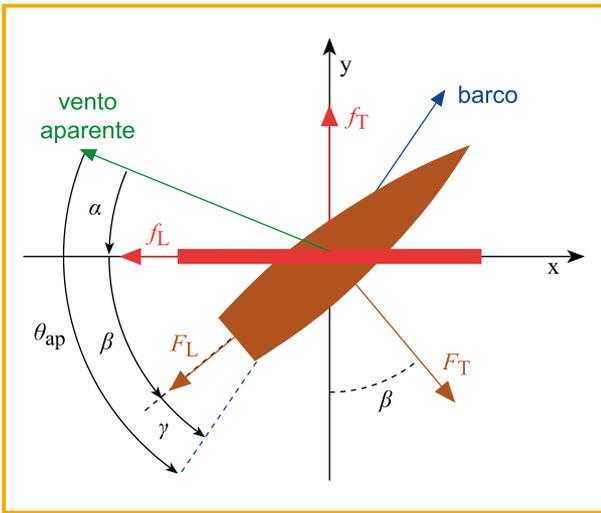


Fig. 3 - Forças aplicadas sobre um navio pelo vento e pelo mar.

Usando as identidades trigonométricas

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sin(\theta_{ap} - \beta - \gamma) = \\ &= \sin(\theta_{ap} - \beta) \cos \gamma - \cos(\theta_{ap} - \beta) \sin \gamma \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos(\theta_{ap} - \beta - \gamma) = \\ &= \sin(\theta_{ap} - \beta) \sin \gamma + \cos(\theta_{ap} - \beta) \cos \gamma \end{aligned} \quad (18)$$

nas equações (14)-(15) substituímos o ângulo α por θ_{ap} e as condições de equilíbrio

$$F_x = 0 \quad \text{e} \quad F_y = 0 \quad (19)$$

ficam

$$\begin{aligned} & \left[\rho_{\text{agua}} A_L V^2 \sin \beta - \rho_{\text{ar}} a_T v_{\text{ap}}^2 \sin(\theta_{ap} - \beta) \right] \sin \gamma = \\ &= \left[\rho_{\text{agua}} A_T V^2 \cos \beta + \rho_{\text{ar}} a_T v_{\text{ap}}^2 \cos(\theta_{ap} - \beta) \right] \cos \gamma \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \left[\rho_{\text{ar}} a_L v_{\text{ap}}^2 \sin(\theta_{ap} - \beta) - \rho_{\text{agua}} A_T V^2 \sin \beta \right] \cos \gamma = \\ &= \left[\rho_{\text{ar}} a_L v_{\text{ap}}^2 \cos(\theta_{ap} - \beta) + \rho_{\text{agua}} A_L V^2 \cos \beta \right] \sin \gamma \end{aligned} \quad (21)$$

Chama-se abatimento ao ângulo γ que mede o desvio do rumo do barco em relação à direcção da sua quilha. Resolvendo a equação (20) em ordem a γ temos

$$\tan \gamma = \frac{\rho_{\text{agua}} A_T V^2 \cos \beta + \rho_{\text{ar}} a_T v_{\text{ap}}^2 \cos(\theta_{ap} - \beta)}{\rho_{\text{agua}} A_L V^2 \sin \beta - \rho_{\text{ar}} a_T v_{\text{ap}}^2 \sin(\theta_{ap} - \beta)}. \quad (22)$$

Substituindo este resultado na equação (21) fica-se com uma equação para a velocidade do barco em função da velocidade do vento, do rumo e da orientação da vela,

$$\begin{aligned} & \rho_{\text{agua}}^2 A_L A_T V^4 + \rho_{\text{ar}} \rho_{\text{agua}} \left[(a_L A_T + A_L a_T) \cos \beta \cos(\theta_{ap} - \beta) - \right. \\ & \left. - (a_L A_L + A_T a_T) \sin \beta \sin(\theta_{ap} - \beta) \right] V^2 v_{\text{ap}}^2 + \rho_{\text{ar}}^2 a_L a_T v_{\text{ap}}^4 = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

ORIENTAÇÃO IDEAL DA VELA

A orientação perfeita da vela é aquela que conduz à maior velocidade do barco (no máximo é $dV=0$) para dadas velocidade do vento e rumo, isto é, mantendo v e θ constantes ($dv=d\theta=0$). Como θ_{ap} e v_{ap} são ambos funções de V , v e θ apenas (equações (8)-(9)), temos também

$$dV = dv = d\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad dv_{\text{ap}} = d\theta_{\text{ap}} = 0 \quad (24)$$

Calculando a diferencial de (23) e usando (24) obtemos

$$0 = \rho_{ar} \rho_{agua} V^2 v_{ap}^2 (a_L - a_T)(A_L - A_T) \sin(2\beta - \theta_{ap}) d\beta \Rightarrow \Rightarrow \sin(2\beta - \theta_{ap}) = 0 \quad (25)$$

com solução

$$\beta = \frac{\theta_{ap}}{2} \quad (26)$$

A solução $\beta = (\theta_{ap} + \pi)/2$ que, como veremos mais adiante, corresponde à orientação da vela que produz a maior velocidade no rumo contrário, foi ignorada. A equação (25) admite ainda mais duas soluções que diferem destas duas por π , como seria de esperar dada a ambiguidade na definição do ângulo β .

Portanto, para obter a velocidade máxima a vela deve ser colocada precisamente na bissetriz do ângulo feito entre as direcções do vento e do mar vistos do barco (Fig. 4). Nessa situação as equações (22) e (23) ficam

$$\tan \gamma = \frac{\rho_{agua} A_T V^2 + \rho_{ar} a_T v_{ap}^2}{\rho_{agua} A_L V^2 - \rho_{ar} a_T v_{ap}^2} \cotan \frac{\theta_{ap}}{2} \quad (27)$$

$$\rho_{agua}^2 A_L A_T V^4 + \rho_{ar} \rho_{agua} \left[(a_L A_T + A_L a_T) \cos^2 \frac{\theta_{ap}}{2} - (a_L A_L + A_T a_T) \sin^2 \frac{\theta_{ap}}{2} \right] V^2 v_{ap}^2 + \rho_{ar}^2 a_L a_T v_{ap}^4 = 0 \quad (28)$$

Mencionamos, como curiosidade, que os primeiros estudos matemáticos sobre a navegação à vela (por exemplo [5]), realizados antes do desenvolvimento da Mecânica dos Fluidos, tratavam o escoamento dum fluido em torno dum sólido como uma sucessão de colisões elásticas das suas partículas constituintes com o obstáculo sólido. Obtinha-se então nas fórmulas (3)-(4) uma dependência quadrática da força com as funções trigonométricas que conduzia ao resultado $\tan(\theta_{ap} - \beta) = 2 \tan \beta$ para a orientação ideal da vela. Para rumos grandes este resultado reduz-se a (26) mas para rumos pequenos β é pequeno e fica $\beta \approx \theta_{ap}/3$. As características qualitativas da navegação à vela não são contudo afectadas por esta imprecisão.

PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DO NAVIO

O bom funcionamento dum barco à vela resulta da forma longilínea da vela e do casco, isto é, de ser,

$$a_L \gg a_T \quad \text{e} \quad A_L \gg A_T \quad (29)$$

Embora o casco dum navio não seja tão fino como uma vela, a relação entre as áreas longitudinal e transversal é geralmente ampliada pelo patilhão, que é uma extensão da quilha com uma área transversal mínima mas com uma área longitudinal substancial (Fig. 5).

A área das velas dum navio é muito superior à área transversal imersa do seu casco mas a densidade do ar é cerca de mil vezes inferior à da água, pelo que

$$\rho_{ar} a_T \ll \rho_{ar} a_L \approx \rho_{ag} A_T \ll \rho_{ag} A_L \quad (30)$$

Tendo em consideração estas relações, as equações (27) e (28) simplificam para

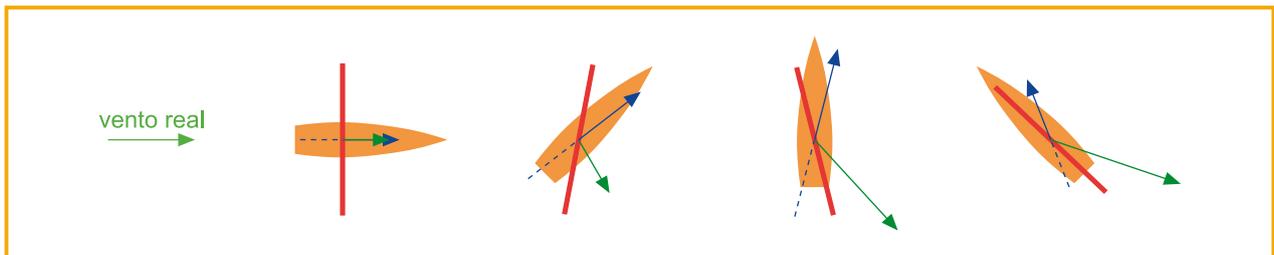


Fig. 4 - Orientação correcta da vela (a encarnado) pela bissetriz do ângulo feito entre o vento aparente (a verde-escuro) e o simétrico do sentido do movimento do barco (a azul) para diferentes rumos. O vento aparente e a velocidade do barco foram calculados usando as fórmulas das secções seguintes com $\sigma = 2$ e $\eta = 0,1$.



Fig. 5 - O patilhão dum veleiro, a extensão plana da quilha na base do barco, duplica a área submersa longitudinal (esquerda) mas pouco altera a área transversal (direita). Fotografias tiradas no Clube Naval de Ponta Delgada.

$$\tan \gamma = \frac{\rho_{\text{agua}} A_T V^2}{\rho_{\text{agua}} A_L V^2} \cotan \frac{\theta_{\text{ap}}}{2} \quad (31)$$

quão veloz é o barco (o seu valor cresce com a área da vela e decresce com a área imersa do casco do navio).

$$\rho_{\text{agua}}^2 A_L A_T V^4 - \rho_{\text{ar}} \rho_{\text{agua}} a_L A_L V^2 v_{\text{ap}}^2 \sin^2 \frac{\theta_{\text{ap}}}{2} = 0 \quad (32)$$

ou

$$\gamma = \arctan \left(\eta \cotan \frac{\theta_{\text{ap}}}{2} \right) \quad (33)$$

$$V^2 = \sigma^2 v_{\text{ap}}^2 \sin^2 \frac{\theta_{\text{ap}}}{2}, \quad (34)$$

tendo definido os seguintes parâmetros geométricos para o navio:

$$\eta = \frac{A_T}{A_L} \quad \text{e} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\rho_{\text{ar}} a_L}{\rho_{\text{agua}} A_T}}. \quad (35)$$

A constante η é pequena e mede a possibilidade do movimento barco se desviar da direcção da sua quilha. A constante σ é da ordem da unidade ou inferior e indica

VELOCIDADE DO NAVIO EM FUNÇÃO DO RUMO

Como θ_{ap} e v_{ap} são funções de V , v e θ , podemos introduzir os resultados (8)-(9) na equação (34) e resolvê-la para obter a velocidade V do navio em função da velocidade v do vento e do rumo θ . Depois de usar algumas igualdades trigonométricas e de elevar ao quadrado a equação para eliminar uma raiz quadrada, chega-se a uma equação quártica. A velocidade do navio aumenta linearmente com a velocidade do vento,

$$V = g(\theta) \sigma v, \quad (36)$$

sendo a dependência do rumo descrita pela função $g(\theta)$, solução da equação polinomial quártica

$$4(1-\sigma^2)g^4 - 8\sigma \cos\theta g^3 + (\sigma^2 \sin^2\theta - 4)g^2 + 2\sigma \cos\theta \sin^2\theta g + \sin^2\theta = 0. \quad (37)$$

Na Fig. 6 apresentamos um gráfico polar da solução numérica de (36)-(37) para diferentes valores da constante σ .

Como seria de esperar atingem-se as maiores velocidades navegando a favor do vento ($|\theta| > 90^\circ$). Contudo, a nave-

gação é possível para todos os rumos, mesmo com vento contrário ($|\theta| < 90^\circ$) desde que não seja exactamente $\theta = 0^\circ$. Na Fig. 7 ilustramos a acção relevante da força do vento que permite a navegação à bolina, isto é, com vento contrário.

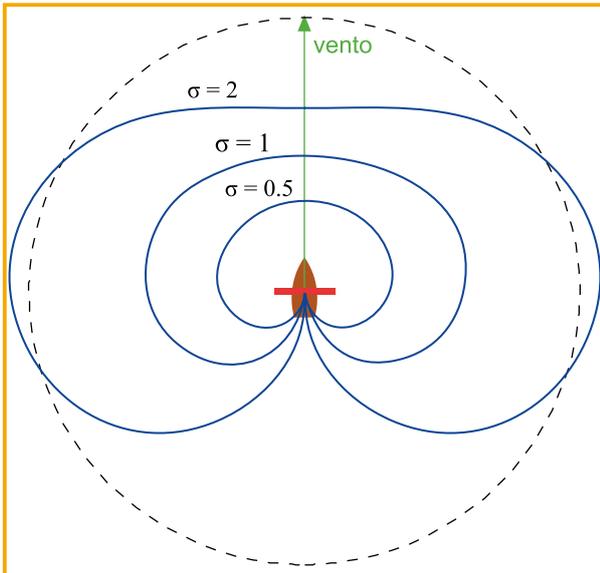


Fig. 6 - Gráficos polares da velocidade do barco em função do rumo para diferentes valores da constante σ . A linha a tracejado indica o módulo da velocidade do vento.

Para valores elevados da constante σ o rumo para o qual se atinge a maior velocidade não é $\theta = 180^\circ$, mas sim um valor entre $\theta = 180^\circ$ e $\theta = 90^\circ$, podendo mesmo nesse rumo a velocidade do barco ultrapassar a velocidade do vento, como está patente na Fig. 6!

Este resultado, surpreendente à primeira vista, deriva da importância que o vento aparente (que é o verdadeiro propulsor do barco) tem na velocidade dos barcos velozes. Para velocidades baixas o vento aparente pouco

difere do vento real qualquer que seja o rumo (desenhos da esquerda na Fig. 8). Para velocidades altas o vento aparente torna-se muito fraco na navegação com o vento à popa mas, pelo contrário, cresce na navegação à bolina ou com o vento pelo través, embora provenha duma direcção mais chegada à proa, conforme ilustrado nos desenhos da direita na Fig. 8 e nos gráficos da Fig. 9.

Navegando com o vento à popa o barco, por mais veloz que seja, nunca pode ultrapassar a velocidade do vento pois nesse caso o vento aparente (5) anular-se-ia e o barco deixaria de acelerar. Para outros rumos a aceleração do barco é acompanhada pelo crescimento do vento aparente e portanto da força exercida sobre a vela, não havendo restrição, se o barco for suficientemente veloz, a que a velocidade do vento real seja ultrapassada.

Quando $\sigma \gg 1$ só sobrevivem as potências mais elevadas de σ na equação (37), que admite a solução simples,

$$V \approx \sigma v \frac{|\sin \theta|}{2} \quad (\sigma \gg 1) , \quad (38)$$

cujo máximo ocorre precisamente para $\theta = 90^\circ$.

Valores elevados da constante σ só se encontram em barcos de corrida. Para valores pequenos da constante σ , como ocorre na maior parte dos veleiros, sobrevivem as potências mais baixas de σ na equação (37) e obtemos

$$V \approx \sigma v \left| \sin \frac{\theta}{2} \right| \quad (\sigma \ll 1) , \quad (39)$$

cujo gráfico apresentamos na Fig. 10. Nesta situação é com o vento à popa, $\theta = 180^\circ$, que se alcança a maior velocidade para o barco.

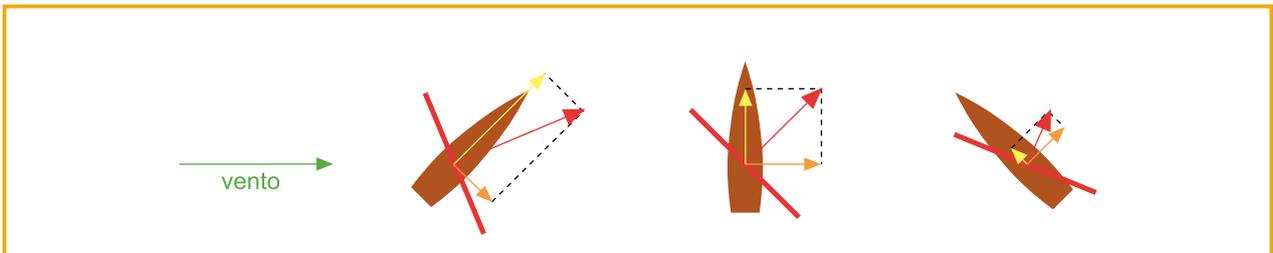


Fig. 7 - A força produzida pelo vento (a encarnado) é praticamente perpendicular à vela e aponta sempre para rumos superiores a 90° . Mas o patilhão do navio torna o seu movimento transversal difícil, compensando a projecção da força da vela perpendicular à quilha do navio (a cor-de-laranja). A força de propulsão relevante é a projecção longitudinal à quilha do navio (a amarelo), a qual pode apontar para rumos inferiores a 90° ou seja, contrários ao vento.

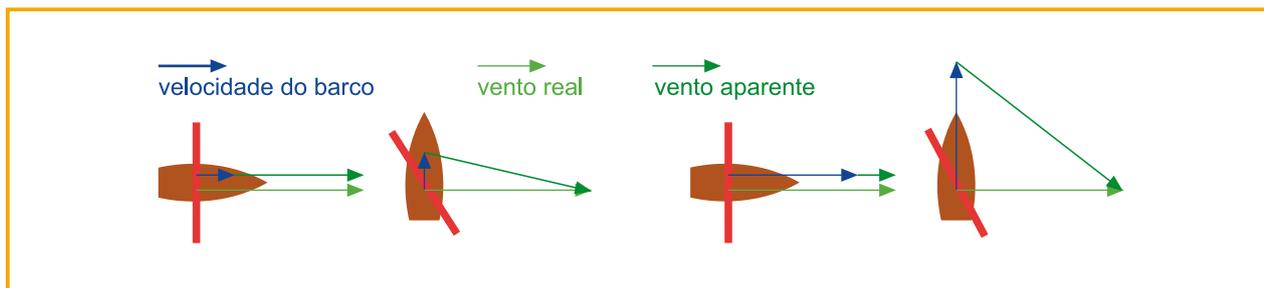


Fig. 8 - Vento aparente observado por barcos navegando com o vento à popa e com o vento pelo través para baixas (à esquerda) e altas (à direita) velocidades do barco.

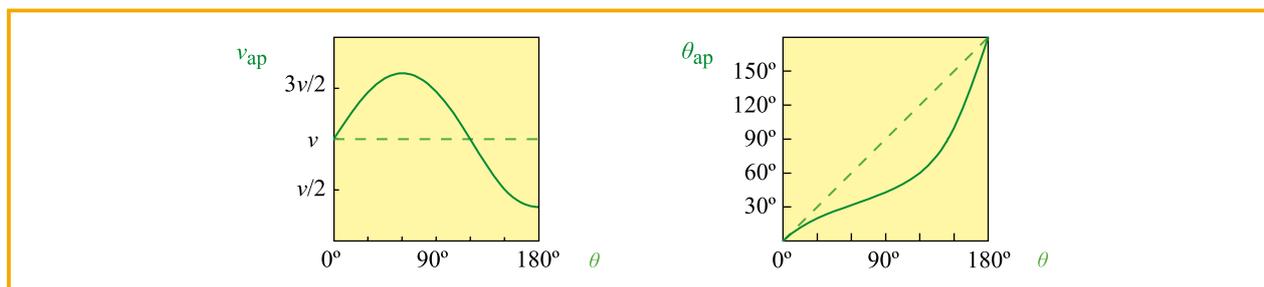


Fig. 9 - Gráficos da intensidade do vento aparente (à esquerda) e do rumo aparente (à direita) em função do rumo real, com $\sigma = 2$.

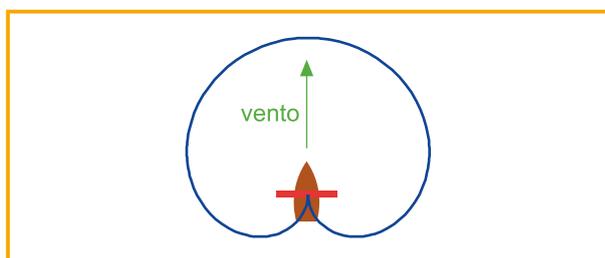


Fig. 10 - Gráfico polar da velocidade do navio em função do rumo para valores pequenos da constante σ ($\sigma \rightarrow 0$).

EFEITO DA ORIENTAÇÃO DA VELA NA VELOCIDADE DO NAVIO

Se for $\sigma \ll 1$, de acordo com as equações (8)-(9) e (34) a velocidade do barco é muito inferior à velocidade do vento, $V \ll v$. Então o vento aparente pouco difere do vento real, $v_{ap} \approx v$ e $\theta_{ap} \approx \theta$, e a equação (34) que dá a velocidade do navio para orientações arbitrárias da vela simplifica-se para

$$V^2 \approx \sigma^2 v^2 \sin(\theta - \beta) \sin \beta \quad (40)$$

Quando $\sin(\theta - \beta) \sin \beta < 0$ esta equação não tem solução mas ocorre então uma solução para o rumo oposto $\theta + \pi$, quer dizer, com o barco a andar para trás. Podemos então generalizar a equação (40) para velocidades V negativas e escrever

$$V \approx \sigma v \frac{\sin(\theta - \beta) \sin \beta}{\sqrt{|\sin(\theta - \beta) \sin \beta|}} \quad (41)$$

Na Fig. 11 apresentamos gráficos da velocidade (41) atingida para rumos de 180° (à popa), 135° (ao largo), 90° (de través), 45° (à bolina) e 0° (à proa), onde se pode apreciar o efeito que a escolha da orientação da vela tem na velocidade do navio. Para más orientações da vela ($\beta > \theta$) o navio anda mesmo para trás.

NAVEGAÇÃO CONTRA O VENTO

Para dirigir um navio no sentido precisamente oposto ao do vento $\theta = 0^\circ$ navega-se à bolina alternadamente para um lado e para o outro da direcção donde provém o vento, descrevendo uma trajectória em ziguezague (Fig. 12).

O rumo correcto para fazer os segmentos da trajectória, chamados bordos, é aquele que proporciona a maior componente da velocidade na direcção oposta ao vento $V \cos \theta$ (Fig. 13) e fica determinado por

$$\frac{d}{d\theta} (V \cos \theta) = 0 \quad (42)$$

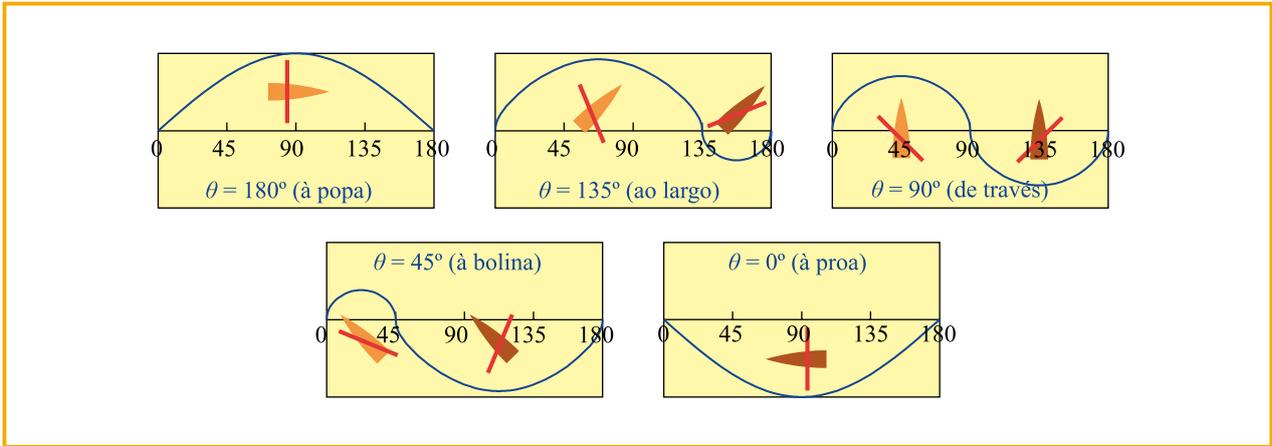


Fig. 11 - Gráficos da velocidade V do barco (no eixo vertical) em função do ângulo β feito entre a vela e a quilha (no eixo horizontal) para diferentes rumos. Indicam-se as posições da vela que proporcionam as velocidades máxima (barco mais claro) e mínima (barco mais escuro) em cada caso.

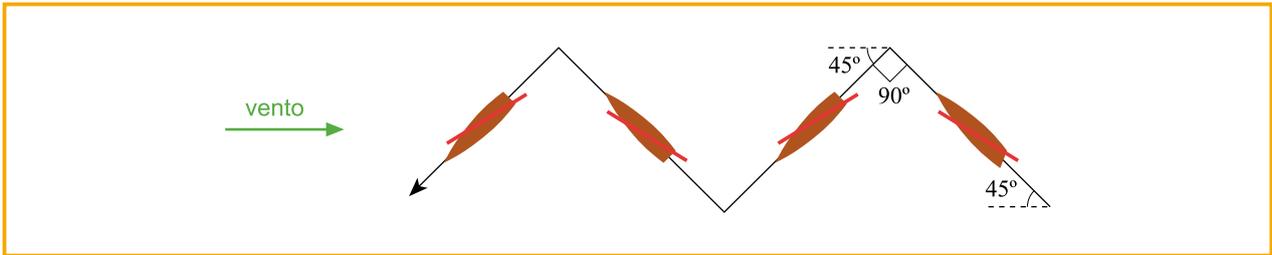


Fig. 12 - Pode-se deslocar um barco no sentido oposto ao do vento navegando a 45° do vento até um dado ponto, rodando o barco 90° e navegando a mesma distância a 45° do vento para o outro lado, voltando a rodar o barco e assim sucessivamente.

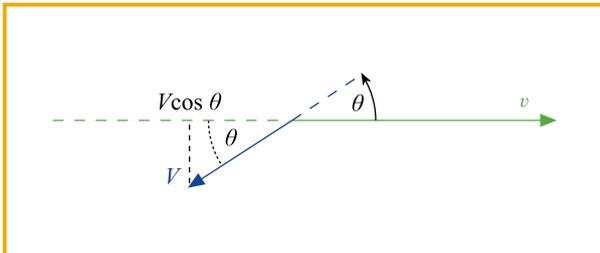


Fig. 13 - Projecção da velocidade do navio no sentido oposto ao do vento.

Nos limites $\sigma \rightarrow 0$ e $\sigma \rightarrow \infty$ obtém-se

$$\frac{d}{d\theta} \left(\sigma v \sin \frac{\theta}{2} \cos \theta \right) = 0 \Rightarrow \theta = \arccos \frac{2}{3} = \pm 48,2^\circ \quad (43)$$

$$\frac{d}{d\theta} \left(\frac{\sigma v}{2} |\sin \theta| \cos \theta \right) = 0 \Rightarrow \theta = \pm 45^\circ \quad (44)$$

respectivamente, onde escolhemos as soluções correspondentes aos máximos. Para valores intermédios de σ , o ângulo óptimo encontra-se entre estes dois limites, quer dizer, sempre próximo dos 45° , o que justifica o método de fazer bordos navegando sempre a 45° do vento e rodando o barco 90° sempre que se alterna o bordo, tal como indicado na Fig. 12.

Os rumos inferiores a 45° e não apenas o rumo 0° constituem a zona de não-navegabilidade no sentido em que não se deve navegar directamente nesses rumos mas sim fazer bordos para alcançá-los (Fig. 14). Há três motivos para isso:

- É sempre mais rápido fazer bordos do que seguir o rumo pretendido se $|\theta| < 45^\circ$, como acabámos de demonstrar.

- Na prática as velas não podem ser demasiado caçadas (alinhadas com o vento) porque começam a ondular, dissipando a energia que se pretende aproveitar.

- O abatimento (movimento lateral do barco) torna-se muito significativo para estes rumos, como vamos ver na secção seguinte.

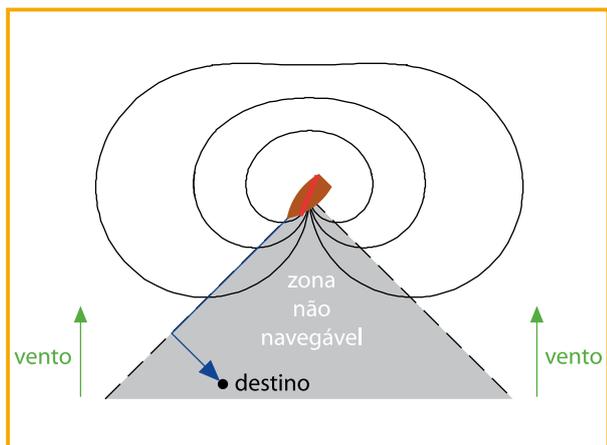


Fig. 14 - A maior componente da velocidade no sentido contrário ao vento atinge-se para rumos de cerca de $\pm 45^\circ$ para qualquer valor da constante σ . Todos os rumos inferiores, a sombreado nesta figura, não são navegáveis directamente. Para atingi-los devem seguir-se os bordos, como se exemplifica com a seta azul a seguir para alcançar o destino marcado.

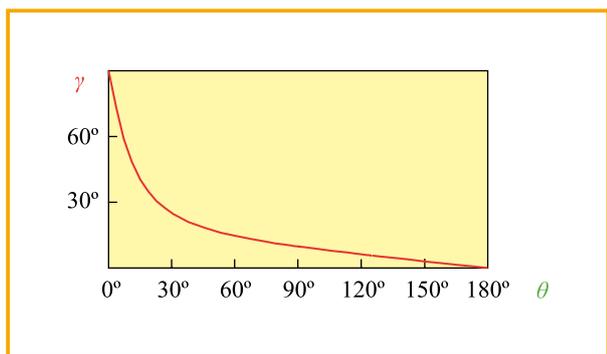


Fig. 15 - Gráfico do abatimento em função do rumo real para $\eta = 0,1$ e $\sigma = 1$.

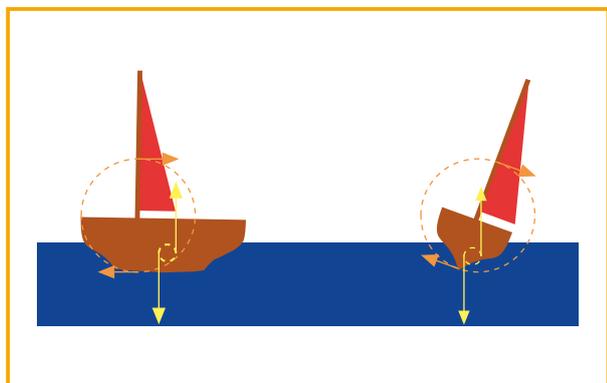


Fig. 16 - Binários força do vento-força do mar (cor-de-laranja) e peso-impulsão (amarelo). Na direcção longitudinal do navio (à esquerda) uma pequena inclinação produz o mesmo binário peso-impulsão que uma inclinação maior produz na direcção transversal (à direita), pelo que a inclinação na direcção paralela à quilha é insignificante.

ABATIMENTO

Na Fig. 15 apresentamos um gráfico do abatimento em função do rumo para $\eta = 0,1$, calculado a partir da equação (33), onde é visível que o abatimento é significativo na navegação à bolina. O aumento da área longitudinal do navio (por exemplo pelo aumento do tamanho do patilhão) permite reduzir o valor da constante η e assim reduzir o abatimento. Mas, por pequeno que seja o abatimento, ele torna-se sempre importante para rumos suficientemente pequenos porque quanto mais contra o vento se navega, maior é a componente da força do vento perpendicular ao casco que produz o abatimento (Fig. 7). Quando $\theta \rightarrow 0^\circ$, $\theta_{ap} \rightarrow 0^\circ$ por (8) e $\gamma \rightarrow 90^\circ$ por (33).

Embora a soma das forças aplicadas sobre a vela e sobre o casco do navio seja nula, os pontos de aplicação destas duas forças são distintos, e elas formam um binário com momento de forças de módulo

$$M = Fd \quad , \quad (45)$$

sendo F o módulo das forças e d a distância perpendicular à direcção das forças que separa os seus pontos de aplicação. Este binário inclina o barco e o ponto de aplicação da força de impulsão afasta-se da linha vertical que passa pelo centro de gravidade, passando esta força a formar outro binário com o peso do navio com momento de forças de sentido contrário ao primeiro (Fig. 16).



Fig. 17 - Veleiros da regata *America's Cup* a navegar com o vento à popa (esquerda) e à bolina (direita). Fotografias da Associated Press.

Enquanto a distância d é constante para o binário vento-mar (aproximadamente a altura do mastro), ela cresce com a inclinação do navio para o binário peso-impulsão, sendo proporcional às dimensões lineares do navio. O navio equilibra-se na posição inclinada para a qual os dois binários se compensam. Sendo o comprimento do navio muito maior do que a sua largura, a inclinação na direcção da quilha é quase nula mas não na direcção transversal à quilha. Por isso é que os barcos navegando à bolina, com forte componente da força do vento na direcção transversal à quilha, se inclinam. Na Fig. 17 vêem-se dois barcos a navegar com o vento à popa, com as velas perpendiculares

à quilha, e os mesmos dois barcos a navegar à bolina, com as velas quase paralelas à quilha e bastante inclinados.

CORRENTES MARINHAS

Navegando na presença duma corrente marinha com velocidade \vec{V}_{cor} a força exercida sobre o casco do navio depende da velocidade aparente do mar

$$\vec{V}_{\text{ap}} = \vec{V}_{\text{cor}} - \vec{V} \quad . \quad (46)$$

Então a análise feita nas secções anteriores pode ser repetida, desde que nas equações (12)-(13) as quantidades V e γ sejam substituídas por V_{ap} e γ_{ap} , sendo o abatimento aparente γ_{ap} definido com referência à velocidade relativa \vec{V}_{ap} .

Como as velocidades das correntes marinhas são frequentemente muito inferiores à velocidade do vento, a velocidade do navio não é muito afectada pela presença de correntes mas o abatimento pode tornar-se significativo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço os comentários do Engenheiro Luís Marques Paz, do velejador Zim Garoupa e do surfista João Brilhante. Este artigo é baseado numa palestra apresentada no encontro “Física 2005 Açores”, realizado na Universidade dos Açores, integrado nas actividades do Ano Internacional da Física 2005, e patrocinado pela Sociedade Portuguesa de Física.

REFERÊNCIAS

- [1] Lev Landau et Eugene Lifchitz, *Mécanique des fluides*, Éditions Mir, Moscou, 1971.
- [2] Frank White, *Mecânica dos Fluidos*, McGraw-Hill, Rio de Janeiro, 2002.
- [3] L. J. Clancy, *Aerodynamics*, Pitman Publishing, London, 1975.
- [4] Bryon Anderson, *The physics of sailing explained*, Sheridan House, New York, 2003.
- [5] Pierre Bouguer, *Solutions des principaux problèmes de la manoeuvre des vaisseaux*, Académie Royale des Sciences, Paris, 1754.