PONTOS DE EXAME

EXAMES DO ENSINO MÉDIO (FÍSICA)

Certificado de Electrónica e Radioactividade — Instituto do Rádio — Sorbonne — Paris — Junho de 1953.

1.ª Prova escrita — duração: 3 horas

I — *Electrónica:*

194 — Definir os elementos característicos das bombas de vazio: pressão inicial, pressão limite e velocidade de esvaziamento.

Unidades empregadas na medida de baixas pressões (massa específica do mercúrio a 0° C: 13,59 g/cm^3; aceleração da gravidade ao nível médio do mar e à latitude de 45° *N*: $G_{0,45}$ = 980,66 cm/s^2).

Aparelhos de medidas de baixas pressões: descrição e explicação dos seus modos de funcionamento. (Não se referir à «Jauge de Pirani»).

R: *Consultar qualquer livro sobre a técnica do vazio, por exemplo, «La Technique du vide», de Maurice Leblanc (Coll. A. Colin,* 1951).

195 — Nas condições de funcionamento a velocidade de uma bomba entre 10^{-1} e 10^{-3} mm de mercúrio é de 2 litros por segundo.

Pergunta-se: qual será o tempo necessário para abaixar a pressão em um recipiente de 5 litros de capacidade desde 10^{-1} a 10^{-3} mm de mercúrio com a ajuda desta bomba? (Desprezar a pressão limite da bomba).

R: *Na fórmula de Langmuir (cf loc. cit. p. 26):*

$$\ln \frac{p_2 - p_0}{p_1 - p_0} = -\frac{S}{V}(t_2 - t_1),$$

em que p_0, p_1 *e* p_2 *representam respectivamente as pressões limite, inicial e final;* V *a capacidade e* S *a velocidade de esvaziamento. (Despreza-se, de acordo com o enunciado, a pressão limite,* p_0*).*

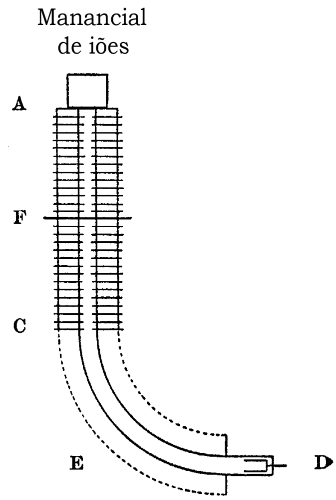
No caso presente teremos $p_1 = 10^{-1}$ mm Hg; $p_2 = 10^{-3}$ mm Hg; S = 2 l/s *e* V = 5 l. Logo

$$\ln \frac{p_2}{p_1} \approx -\frac{S}{V}\, t \quad \textit{fazendo} \quad t = t_2 - t_1$$

$$\ln \frac{10^{-3}}{10^{-1}} = -\frac{2}{5}\, t \quad ou \quad -4{,}6 \approx -\frac{2}{5}\, t \;\therefore\; t \approx 11{,}5 \text{ s}$$

II — *Radioactividade:*

196 — Um acelerador Van der Graaf fornece uma tensão de aceleração de um milhão de volts. O seu manancial de iões é provido de hélio e fornece heliões monovalentes, He^+. À saída do tubo acelerador *AF* (ver fig.) o feixe atravessa uma folha metálica *F* suficientemente delgada para que se possa desprezar o retardamento introduzido por ela. O tubo acelerador é prolongado para além de *F* por um tubo idêntico *FC* ao qual não se aplica inicialmente tensão alguma, depois por um tubo encurvado tendo a forma de um quadrante circular existente no entreferro de um electroimã, *E*. O feixe de iões He^+ segue o tubo encurvado quando o campo magnético é igual a 5.000 gauss.



1.º) Variando o valor do campo magnético observa-se que é possível recolher à saída do tubo encurvado um outro feixe de partículas. Qual? Porquê? Para que valor do campo magnético?

R: *Recolhe-se um feixe de partículas alfa* (He^{++}) *devido à perda de um electrão das partículas* He^+ *ao atravessarem a folha metálica.*

Supondo a velocidade final, v_c, *das partículas normal à direcção do campo de indução temos:*

$$mv_c = eBR \quad \therefore \quad v_c = \frac{e}{m} BR \quad [\text{U. E. M.}]$$

e

$$E_{He^+} = \frac{mv_c^2}{2} = \frac{m}{2}\left[\frac{e}{m} BR\right]^2 = \frac{e^2}{2m} R^2 B_1^2$$

visto que para as energias consideradas é válida a aproximação não-relativista. Anàlogamente:

$$E_{He^{++}} = \frac{4e^2}{2m} R^2 B_2^2 = \frac{2e^2}{m} R^2 B_1^2$$

Desprezando o efeito de retardamento da fôlha metálica tem-se, à saída desta:

$$E_{He^+} = E_{He^{++}} = 1\,\text{MeV}$$

Por consequência:

$$\frac{e^2}{2m} = R^2 B_1^2 = \frac{2e^2}{m} R^2 B_2^2 \to B_1^2 = 4B_2^2$$

ou ainda

$$B_2 = \frac{B_1}{2}, \text{ isto é, } B_2 = 2.500 \text{ gauss.}$$

Este resultado era de prever visto que as partículas He^+ e He^{++}, *tendo sensìvelmente a mesma massa e energia à saída da folha metálica, estavam animadas da mesma velocidade. Logo, a uma carga eléctrica dupla corresponderia a metade do valor da indução correspondente à carga inteira para uma mesma trajectória.*

2.º) Na extremidade do tubo encurvado encontra-se um cilindro de Faraday, *D*, no qual se recolhem sucessivamente as cargas transportadas por cada um dos feixes. O feixe de He^+ transporta uma carga eléctrica de um microcoulomb por segundo e o outro uma carga de 4 microcoulombs por segundo. Exprimir em número de partículas por segundo a intensidade destes feixes. Que consequências se podem tirar destes números quanto ao que se passa na folha *F*? Que quantidade de rádio daria uma emissão alfa da mesma intensidade que o segundo feixe?

R: n^+ = *número de* He^+ *por segundo:*

$$\frac{10^{-6}}{1{,}6 \times 10^{-19}} = 0{,}62 \times 10^{13}$$

n^{++} = *número de* He^{++} *por segundo:*

$$\frac{4 \times 10^{-6}}{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19}} = 1{,}2 \times 10^{13}$$

O estudo teórico do fenómeno de variação de carga no decorrer do retardamento das partículas elèctricamente carregadas introduz a noção de livre percurso médio para os diferentes estados de carga e transições entre eles. Assim o átomo de He *tem três estados de carga possíveis:* He^0, He^+ *e* He^{++} *(átomo neutro, uma e duas vezes ionizado). A estes diferentes estados de carga correspondem respectivamente os livres percursos médios* $\lambda_0 = \frac{1}{n\sigma_0}$, $\lambda_1 = \frac{1}{n(\sigma_{10} - \sigma_{12})}$ *e* $\lambda_2 = \frac{1}{n\sigma_0}$ *em que* n *representa o número de átomos por cm³ da substância retardadora das partículas alfa e* σ_0, σ_{10}, σ_{12} e σ_2 *são secções eficazes atómicas das substâncias em questão em relação às transições entre os diferentes estados de carga dos átomos de* He. (σ_0 = *secção eficaz de perda de um electrão:* $He^0 \to He^+$; σ_{10}: $He^+ \to He^0$; σ_{12}: $He^+ \to He^{++}$; σ_2: $He^{++} \to He^+$).

Por outro lado, reconheceu-se experimentalmente que o estado neutro é muito pouco provável para as partículas dotadas de grande energia cinética, o que é o caso presente em que a energia é de 1MeV.

Isto corresponde a desprezar as secções eficazes correspondentes às transições em que intervem este estado: $\sigma_0, \sigma_{10} \approx 0$. *Com esta aproximação:* $\lambda_1 \approx \frac{1}{n\sigma_{12}}$ *e* $\lambda_2 = \frac{1}{n\sigma_2}$.

A teoria dos fenómenos da variação da carga conduz ainda ao resultado experimentalmente verificado de que para uma espessura de matéria atravessada muito superior aos livres percursos médios que acabam de se definir, se estabelece um equilíbrio de regime em que se mantém constante, em média, o número de partículas nos diferentes estados de carga. Nesse estado de equilíbrio de regime verifica-se a relação

$$\frac{n^{++}}{n^+} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}.$$

Nos sólidos, como o livre percurso médio é extremamente reduzido, esta condição acha-se sempre verificada, na prática. Logo, destas experiências conclui-se:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1{,}9 \text{ para } E_\alpha = 1\,\text{MeV}$$

Nota: Torna-se necessário indicar a energia porque esta razão depende do seu valor.

A quantidade equivalente de rádio é

$$\frac{1{,}2 \times 10^{13}}{7{,}2 \times 10^{10}} = 1{,}7 \times 10^2 = 170 \text{ g de Ra.}$$

3.º) Introduz-se entre *F* e C uma tensão de aceleração suplementar de um milhão de volts. Para que valores do campo magnético recolherá partículas o cilindro de Faraday? Quais serão as suas energias?

R: Após a aceleração suplementar tem-se:

$$E'_{He^+} = 2\,\text{MeV}; \qquad E'_{He^{++}} = 3\,\text{MeV}.$$

Por consequência:

$$E'_{He^+} = K_1 B_1'^2 = 2E_{He^+} = 2K_1 B_1^2 \to$$

$$\to B_1' = B_1\sqrt{2} \quad \left(K_1 = \frac{e^2}{2m} R^2\right)$$

$$E'_{He^{++}} = K_2 B_2'^2 = 3E_{He^{++}} = 3K_2 B_2^2 \to$$

$$\to B_{52}' = \frac{B_1\sqrt{3}}{2} \quad \left(K_2 = \frac{2e^2}{m} R^2\right)$$

e, em valor numérico:

$$B_1' = 7050 \text{ Gauss; } B_2' = 4325 \text{ Gauss.}$$

4.º) O tubo acelerador é separado do tubo encurvado por uma folha metálica delgada colocada em *C*. O campo magnético tem um valor tal que os iões He^+ são recebidos no cilindro de Faraday. Introduz-se ar entre *C* e *D* a pressões sucessivamente crescentes e observa-se que a intensidade medida varia segundo a lei $I = I_0\, e^{-400p}$, representando por I_0 a corrente medida na ausência de ar e por *p* a pressão expressa em milímetros de mercúrio.

Pede-se para explicar esta diminuição e calcular a secção eficaz por átomo dos gases do ar do fenómeno ao qual ela é devida.

Dados numéricos:

carga elementar: $1{,}60\times10^{-19}$ coulombs = $1{,}60\times10^{-20}$ *U. E. M.* = $4{,}80\times10^{-10}$ *U. E. S.*
unidade de massa nuclear = $1{,}66\times10^{-24}$ g = 931 MeV.

R: *A diminuição do número de* He^+ *com o aumento de pressão é devida ao aumento do número de choques dos átomos do gás com os iões* He^+ *no decorrer dos quais há trocas de carga entre as duas partículas em colisão sem haver equilíbrio estatístico entre o número de* He^+ *que se formam e os que desaparecem. (Isto é possível desde que a pressão seja suficientemente baixa para que não se atinja o equilíbrio de regime entre os diferentes estados de carga).*

Esta diminuição é resultante, portanto, da conversão de He^+ *em* He^0 *e* He^{++} *no decorrer dos choques de* He^+ *com os átomos do gás. Desta variação descontínua da carga das partículas deslocando-se em um campo magnético uniforme e constante resulta uma variação correspondente do raio de curvatura das trajectórias circulares das partículas electrizadas no gás de maneira a manter o equilíbrio entre a fôrça centrípeta e a fôrça de Laplace* [*experiências de Kapitza in Proc. Roy. Soc.* A, **106**, 602, (1924)]. *Por consequência um certo número delas abandonará o feixe inicial. Pela mesma razão acima apontada pode desprezar-se o número dos* He^+ *que se converteram em* He^0.

Neste domínio de variação de p *a lei* $I = I_0 e^{-400p}$ *pode escrever-se:* $I = I_0 e^{-\frac{x}{\lambda_1}} \approx I_0 e^{-xn\sigma_{12}}$ *em que* x *representa a distância percorrida pelos iões* He^+ *durante todo o percurso circular desde a folha colocada em* C *até ao cilindro de Faraday;* λ_1 *e* σ_{12} *têm as definições atrás adoptadas.*

Da relação precedente

$$E_1 = \frac{e^2}{2m} R^2 B_1^2 \quad \textit{tira-se} \quad R = \frac{\sqrt{2mE_1}}{eB_1} =$$

$$= \frac{\sqrt{2\times4\times1{,}66\times10^{-24}\times1{,}6\times10^{-6}}}{1{,}6\times10^{-20}\times5000} \quad (\text{U. E. M. C. G. S.})$$

visto que $m_{He^+} = 4\,\text{u.m.n.} = 4\times1{,}66\times10^{-24}\ \text{g}$

1 MeV = $1{,}6\times10^{-13}$ Joules = $1{,}6\times10^{-6}$ ergs
B_1 = 5000 gauss.

Destes valores deduz-se: $R = \dfrac{4{,}6\times10^{-15}}{8\times10^{-17}} \approx 58\ \text{cm.}$

Como os iões descrevem um quarto de círculo ter-se-á:

$$x = \frac{\pi R}{2} = 91\,\text{cm.}$$

Por outro lado calcula-se n *pela seguinte proporção:*

$6{,}02\times10^{23}$ átomos *está para* $11.200\,\dfrac{760}{p}$ cm³ de ar
assim como n *está para* 1 cm³ de ar
em que os volumes de ar considerados são medidos a 0° C *e à pressão* p milímetros de Hg.

Donde

$$n = \frac{6{,}02\times10^{23}\times p}{11200\times760} = 7{,}06\times10^{16}\, p \ {}^{\text{átomos}}\!/_{\text{cm}^3}$$

(p expresso em mm Hg)

$$400p = xn\sigma_{12} = 7{,}06\times10^{16}\times91\sigma_{12}p$$

Donde finalmente:

$$\sigma_{12} = \frac{400}{91\times7{,}06\times10^{16}} = 6{,}2\times10^{-17}\ \text{cm}^2$$

Como se vê a secção eficaz do fenómeno de variação, de carga aproxima-se das dimensões geométricas do átomo $[10^{-16} = (10^{-8})^2]$ *o que mostra que quando estas interacções se produzem as partículas ionizantes passam muito perto do átomo.*

(Resoluções de Sant'Ana Dionísio, bolseiro em Paris)

ERRATA

Na resolução da alínea n.º 302 de um problema apresentado nestas colunas [vol. II, p. 233] na expressão de *dN* falta um factor 10^{-2} proveniente do facto que Δx no denominador está expresso em centímetros (ver alínea n.º 301) enquanto Δx no numerador deve exprimir-se em metros para ser coerente com o sistema de unidades escolhido. Assim o resultado é $6{,}2\times10^{7}$ ns^{-1}.

Na alínea n.º 305 do problema de radioactividade introduziu-se incorrectamente a actividade do *Ra B* onde esta não deve intervir.

Assim o cálculo de *N* reduz-se à expressão

$$N = \frac{14{,}1\times2{,}20\times10^{12}}{2} = 1{,}55\times10^{13} \ \ e\ \ I_s^0 = 2{,}48\ \mu A.$$

(Sant'Ana Dionísio)