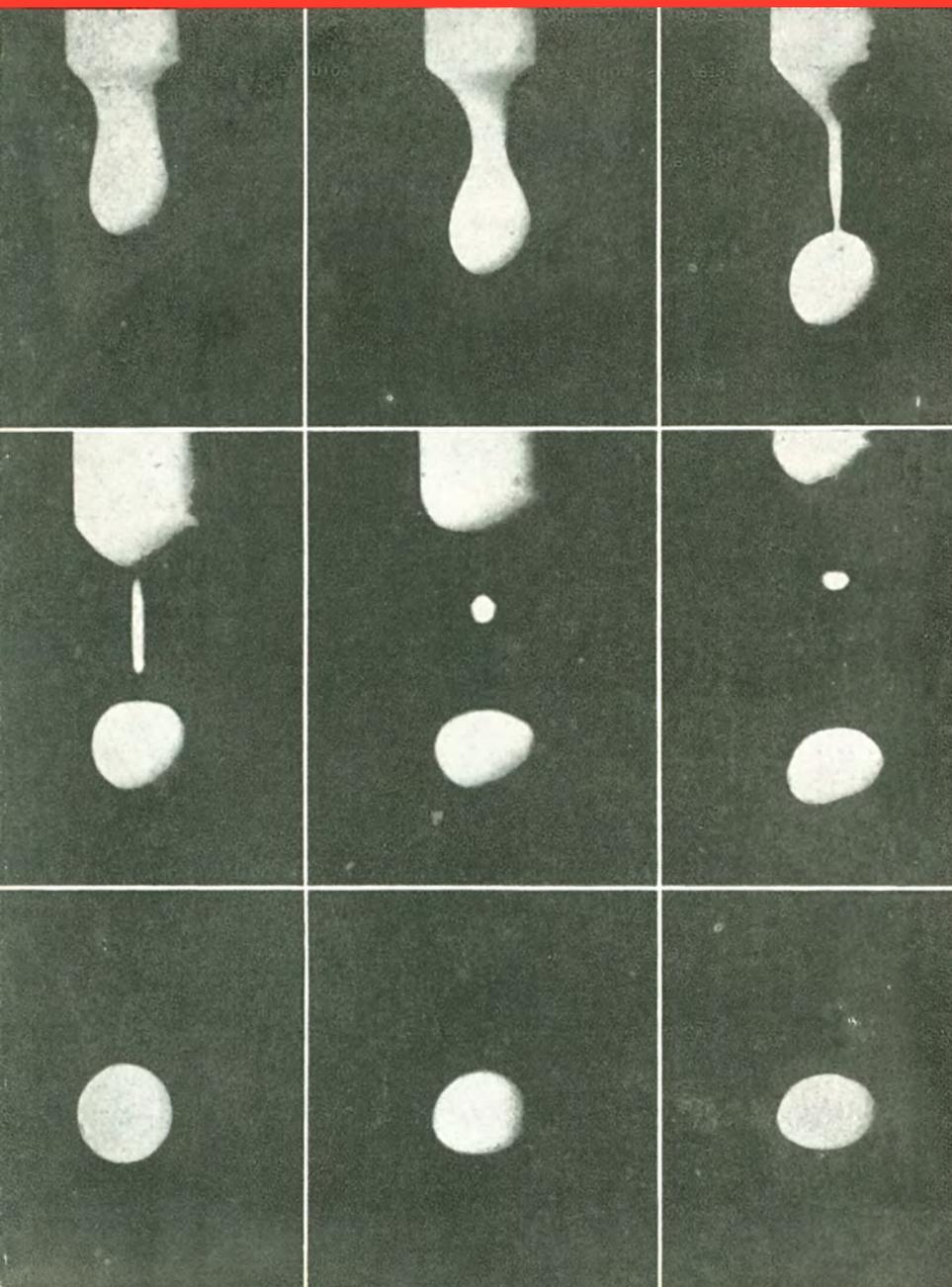


GAZETA DE FISICA

REVISTA DOS ESTUDANTES DE FÍSICA
E DOS FÍSICOS E TÉCNICO-FÍSICOS PORTUGUESES

VOL. III, FASC. 5
JUNHO, 1957



Diferentes fases da queda de uma
gota para estudos de tensão su-
perficial

VOL. III

GAZETA DE FÍSICA

FASC. 5

PUBLICAÇÃO DESTINADA AOS ESTUDANTES DE FÍSICA
E AOS FÍSICOS E TÉCNICO-FÍSICOS POR-
TUGUESES • VOLUMES PUBLICADOS:
VOL. I — 1946 a 1948 — IX FASCÍCULOS — 288 PÁGINAS
VOL. II — 1948 a 1953 — X FASCÍCULOS — 280 PÁGINAS

JUNHO — 1957

S U M Á R I O

Irene Curie (1897-1956)	121
Sobre as possibilidades de utilização de uma central de energia a carvão	123
Experiências escolares sobre tensão superficial dos líquidos e sobre lâminas de soluções de sabão, por <i>Rómulo de Carvalho</i>	126
PONTOS DE EXAME: Exames Universitários (Física)	145
Noticiário	150

A matéria de cada artigo é tratada sob a inteira responsabilidade do autor

COMISSÃO DE REDACÇÃO: J. Xavier de Brito — Rómulo de Carvalho — Armando Gibert — Lídia Salgueiro — Maria Augusta P. Fernández — José V. Gomes Ferreira — Ramiro Líbano Monteiro — Maria Helena Sampaio Carepa

★

PROPRIEDADE E EDIÇÃO: GAZETA DE MATEMÁTICA, L.^{DA} * CORRESPONDÊNCIA: GAZETA DE FÍSICA — LABORATÓRIO DE FÍSICA DA FACULDADE DE CIÊNCIAS DE LISBOA — RUA DA ESCOLA POLITÉCNICA — LISBOA * NÚMERO AVULSO: ESC. 12\$50 * ASSINATURA: 4 NÚMEROS ESC. 40\$00 * DEPOSITÁRIO: LIVRARIA ESCOLAR EDITORA — RUA DA ESCOLA POLITÉCNICA, 68 a 72 — TELEFONE 64040 — LISBOA

TIPOGRAFIA DA ATLÂNTIDA — RUA FERNANDES TOMÁS, 46 — COIMBRA

Irene Curie

(1897-1956)

Embora tardiamente não quer deixar a Gazeta de Física de arquivar nas suas páginas, em lugar de relevo, a notícia da morte de Irene Curie, cujo nome, junto aos de seus pais e de seu marido, é um dos mais gloriosos que a história do nosso tempo regista. Irene Curie, cuja morte se deu em 17 de Março do ano findo, deixa uma obra saudosa e imorredoura nos anais da Física Nuclear. Em sua homenagem transcrevemos algumas das palavras proferidas por Louis de Broglie por ocasião das comemorações do XX aniversário da descoberta da radioactividade artificial, em Outubro de 1954.

Pareceu, durante muito tempo, que uma das características essenciais das transmutações radioactivas que permitem passar de um elemento para outro, era a de se furta-rem, completamente, a todos os nossos meios de actuação, de tal modo que qualquer de nós, em presença desses fenómenos, estaria condenado a figurar como simples espectador, sem possibilidade de influir na evolução do fenómeno. Nenhum dos meios a que poderíamos recorrer, elevações de temperatura ou aumentos de pressão, criação de campos eléctricos ou magnéticos, mostrava exercer influência no decorrer do processo da radioactividade natural. Com muito mais forte razão parecia inconcebível que se pudesse chegar a provocar a ruptura de um núcleo à semelhança do que sucede, espontâneamente, nos elementos radioactivos pesados. É por isto que se considera como um dos mais altos momentos da História da Ciência aquele, em

1910, em que Lord Rutherford conseguiu provocar a transformação de um núcleo atómico realizando assim, pela primeira vez, o sonho dos alquimistas medievais. Ao emitir, numa atmosfera de azoto, raios alfa provenientes de um corpo radioactivo natural, o polónio, Rutherford verificou que, em virtude dos choques sofridos, os núcleos de azoto absorviam o raio incidente deixando escapar um núcleo de hidrogénio, um protão, ao mesmo tempo que se libertava grande quantidade de energia cinética.

Foi esta experiência capital, logo confirmada e ampliada por outras investigações, que abriu caminho inteiramente novo à Física nuclear. Ficou-se assim sabendo que era possível provocar a transformação do núcleo de um átomo e obter um outro núcleo de um átomo de outro tipo por meio de bombardeamentos corpusculares apropriados, até mesmo para o caso de elementos leves, dos que figuram nos primeiros

lugares da classificação de Mendeleieff. Foi por esta mesma época, graças aos trabalhos de J. J. Thomson e de Aston, que os físicos adquiriram a noção de elementos isótopos. Reconheceu-se que, embora todos os átomos do mesmo elemento químico tenham núcleos com a mesma carga eléctrica, e portanto, com o mesmo número atómico, podem existir, nesse mesmo elemento, vários tipos diferentes de núcleos, os quais, apesar da igualdade das suas cargas eléctricas, se distinguem pelos diferentes valores das suas massas. Estes vários núcleos correspondentes a um mesmo elemento químico, isto é, à mesma casa na classificação de Mendeleieff, chamam-se núcleos isótopos. As transmutações artificiais do tipo da de Rutherford fazem aparecer, muitas vezes, núcleos isótopos que são raros na Natureza. O processo de transmutação por bombardeamento corpuscular surgiu, assim, logo de início, como susceptível de alargar consideravelmente os horizontes da Física Nuclear.

Foi necessário, entretanto, que decorressem muitos anos até se conseguir obter, por este processo, tudo quanto, de princípio, nos prometia, pois foi só a partir de 1930 que os seus êxitos começaram a tomar vulto. Em primeiro lugar foi necessário aperfeiçoar aquilo que se chama, por imagem, a artilharia atómica, isto é, inventar dispositivos engenhosos que permitissem comunicar velocidades elevadíssimas às partículas utilizadas nos bombardeamentos dos núcleos e empregar, como projecteis, toda a espécie de partículas já anteriormente conhecidas, como o protão, ou posteriormente descobertas, como o deutão. Entre os novos projecteis que os progressos da Física Nuclear puseram ao nosso alcance devemos citar o neutrão. A sua descoberta, à qual Joliot e sua mulher deram uma contribuição decisiva, data de 1932. Esta partícula, por ser electricamente neutra, pode facilmente penetrar nos núcleos, cujo campo electrostático não os protege contra a sua penetração, e provocar facilmente transmutações.

Auxiliados por todos estes meios de que agora dispunham, efectuaram os físicos, entre 1930 e 1934, um número considerável de novas transmutações, dando origem a diferentes tipos de núcleos com emissão de partículas e de radiações. Todas as transmutações conseguidas puderam ser classificadas em diferentes categorias, e a aplicação do princípio da inércia da energia, consequência preciosa da teoria da Relatividade, permitiu estabelecer os cálculos da energia correspondente a cada transmutação. Assim ficou constituída uma verdadeira Química Nuclear com as suas fórmulas de reacção e a sua Termoquímica.

Entre os núcleos «fabricados» deste modo só se obtiveram, de princípio, núcleos estáveis semelhantes aos dos átomos radioactivos. Era possível, e fácil, entretanto, a previsão de que as transmutações por bombardeamentos pudessem fornecer núcleos radioactivos. De facto, a desorganização violenta provocada pelo bombardeamento corpuscular na estrutura do núcleo bombardeado, poderá terminar, muitas vezes, por deixar o novo núcleo, resultante do desconjuntamento do núcleo inicial, num estado precário e instável dando lugar ao fenómeno da Radioactividade espontânea. Parece ter escapado aos físicos esta maneira de encarar a questão pois o mundo científico ficou assombrado quando teve conhecimento, em Janeiro de 1934, que Joliot e sua mulher acabavam de obter núcleos radioactivos por meio de transmutações, descoberta memorável que fez merecer, aos seus autores, pouco tempo depois, a atribuição do Prémio Nobel.

Foi nesta mesma ocasião que os físicos descobriram, nos raios cósmicos, a presença de uma nova partícula, aliás instável, e que não existe normalmente na natureza: o electrão positivo, ou positão, que é, electricamente, o antípoda do vulgar electrão negativo. Nunca se tinha observado a emissão de electrões positivos em qualquer dos fenómenos de radioactividade natural conhecidos desde há muito e que provocam frequente-

mente a emissão de electrões negativos dos núcleos em desintegração. O estudo das transmutações artificiais por meio de bombardeamentos veio entretanto mostrar que, em alguma delas, se observava a emissão de electrões positivos, então considerados como simples «positões de transmutação», o que realmente, muitas vezes, sucede. Foi no decorrer de certas experiências destinadas a calcular o valor da energia mínima dos raios susceptíveis de provocarem a transmutação do alumínio com aparecimento de positões, que Joliot e sua mulher verificaram que a emissão dos positões não é instantânea, mas que se inicia após um certo período de irradiação e que subsiste ainda durante algum tempo depois de terminada essa mesma irradiação. Foi isso que levou Joliot e sua mulher a concluir que o bombardeamento dos núcleos de alumínio por núcleos de hélio (raios alfa) dá origem a um núcleo de fósforo, instável e radioactivo, que se destrói de metade em 2 minutos e 15 segundos com emissão de positões.

Estas experiências magníficas, efectuadas com notável habilidade, permitiram a Joliot e a sua mulher anunciar em 15 de Janeiro de 1934, numa nota dirigida aos *Comptes rendus* da Academia das Ciências, que «pela primeira vez fora possível crear radioactividade em núcleos atómicos».

Estes novos núcleos radioactivos, que se representam, na nomenclatura nuclear, afectando de um asterisco o símbolo do elemento (P* no caso do fósforo radioactivo), designam-se muitas vezes, e por esse motivo, como núcleos ou elementos «marcados». Em pouco tempo, e por meio de transmutações apropriadas, se conseguiram obter muitos outros destes núcleos. Conhecem-se actualmente mais de 300 tipos diferentes que correspondem a durações de vida e a emissões radioactivas muito variadas. Já se obtiveram, para cada elemento da classificação de Mendeleieff, muitos núcleos isótopos radioactivos, o que, só por si, é suficiente para avaliar o enorme alcance da descoberta de Joliot e de Irene Curie.

Sobre as possibilidades de utilização de uma central de energia a carvão

O ilustre Professor O. R. Frisch, bem conhecido de todos os físicos, dá-nos no trabalho de que publicamos a seguir uma tradução livre, uma expressão levemente irónica, de uma crítica profunda e bem justificada, dirigida contra o carácter exagerado e especialmente discricionário de que se reveste a propaganda contra os riscos das actividades nucleónicas e contra a popularização de máquinas atómicas.

Na verdade, outras actividades humanas envolvem grandes riscos nos quais não se fala ou que não se admite possam limitar aquelas actividades.

O Prof. Frisch mostra-nos, com um humorismo delicioso, o que poderia suceder se o complexo «atómico» do medo e da dificuldade existisse em grau semelhante para um produto considerado geralmente tão inofensivo e acessível como o carvão, imaginando o que se passaria num «mundo atómico», desconhecendo o carvão, quando este fosse descoberto.

A recente descoberta de carvão (resíduos negros de uma planta fossilizada) em certo número de locais oferece uma alternativa interessante à produção de energia a partir da cisão. Alguns dos locais onde se encontrou carvão mostram de facto sinais

de uma antiga exploração por homens pré-históricos, que provavelmente o utilizaram para jóias, e para enegrecer a cara em certos rituais de tribus.

O seu potencial energético depende do facto que o carvão pode ser facilmente oxi-

dado, dando lugar à produção de uma alta temperatura e libertando uma energia de cerca de 0,0000001 megawatts-dia por grama. Evidentemente que isto é muito pouco, mas parece que existem grandes quantidades de carvão (talvez milhões de toneladas).

A principal vantagem reside em que o ponto crítico é muito mais baixo para o carvão do que para qualquer material cinzível. As instalações de cisão, como é bem sabido, tornam-se anti-económicas abaixo de 50 megawatts, e uma central a carvão pode produzir energia a preços da concorrência para comunidades isoladas com pequenas necessidades, ou talvez para unidades móveis.

Construção de um reactor a carvão

O principal problema está em conseguir acesso livre, ainda que controlável, do oxigénio aos elementos combustíveis. A cinética da reacção carvão oxigénio é muito mais complicada do que a cinética da cisão e ainda não foi completamente compreendida. A equação diferencial que aproxima o comportamento da reacção já foi estabelecida, mas a sua resolução só é possível nos casos mais simples.

Propomos por conseguinte a construção do vaso de reacção com uma forma cilíndrica, com paredes perfuradas para que os gases da combustão possam escapar-se. Um cilindro interior concêntrico, também perfurado, serve para introduzir o oxigénio, enquanto que os elementos combustíveis são colocados entre os dois cilindros. A indispensável presença de placas terminais põe um problema matemático difícil, mas não insolúvel.

Elementos combustíveis

Julgamos que estes sejam de mais fácil fabrico do que no caso dos reactores de cisão. A sua colocação dentro de envólucros é desnecessária, e mesmo indesejável, pois tornaria impossível o acesso do oxigé-

nio ao combustível. Calculámos diversas estruturas, e parece que a mais simples de todas — um aglomerado de esferas iguais — deve ser satisfatória. Estamos elaborando cálculos para determinar o tamanho óptimo das esferas e as necessárias tolerâncias. O carvão é macio e fácil de trabalhar; assim o fabrico das esferas não deve apresentar nenhum grande problema.

Oxidante

O oxigénio puro é, evidentemente, ideal mas o seu custo torna-se elevado; propôs-se assim a utilização, em primeiro lugar, de ar. No entanto, devemos recordar que o ar contém 78 % de azoto. Se uma fracção, ainda que mínima, de azoto se combinasse com o carbono do carvão formando o gás cianídrico, altamente tóxico, isto constituiria um grave perigo para a saúde.

Para dar início à reacção é necessário uma temperatura relativamente alta de 988° F; isto consegue-se bastante bem fazendo passar uma corrente eléctrica entre os cilindros interior e exterior (desde que as placas terminais sejam fabricadas em cerâmica isoladora). Necessita-se de uma corrente de vários milhares de amperes, a cerca de 30 V, e a indispensável bateria, de grande capacidade, vai aumentar substancialmente o custo da instalação.

Há a possibilidade de dar início à reacção por meio de qualquer reacção catalítica, como por exemplo a da fosfina com peróxido de hidrogénio. Este ponto está a ser investigado.

Logo que se dá início à reacção; a sua velocidade pode ser controlada desde que se ajuste a velocidade à qual é admitido o oxigénio; isto é quase tão simples como o uso de barras de controle num reactor convencional de cisão.

Corrosão

As paredes do reactor devem suportar uma temperatura de bem mais de 1.000° F, na presença de oxigénio, azoto, monóxido

e dióxido de carbono, assim como pequenas quantidades de anidrido sulfuroso e outras impurezas, algumas ainda desconhecidas. Poucos metais ou produtos cerâmicos podem resistir a tão duras condições. O nióbio, com um revestimento pouco espesso de níquel pode ser uma possibilidade interessante, mas provavelmente ter-se-á de utilizar unicamente níquel. Quanto aos produtos cerâmicos, pensamos que a tória fundida parece ser o mais apropriado.

Unidades móveis

Uma vantagem importante consiste na ausência de radiações penetrantes; em consequência a blindagem biológica pode ser muito pouco espessa, pois quase só tem que absorver infra-vermelhos. Nem tão pouco parece que o fluido de permuta de calor se deva tornar radioactivo. De facto, pode-se dispensá-lo completamente e colocar o reactor em justaposição directa com o produtor de vapor; isto é, debaixo dele. Desta forma todo o equipamento se torna tão leve, que se pode admitir a possibilidade de construir pequenas unidades móveis. O bem conhecido inventor, Trebor Nosnevets, chegou mesmo a sugerir a utilização da energia produzida por meio de carvão para fazer funcionar um novo sistema de transporte, que segundo ele pensa poderia resolver a actual congestão de helicópteros nas pequenas cidades de menos de 50 000.000 de habitantes. Ele propõe longas cadeias de fuselagens sem asas, assentes em rodas (que correm sobre carris de aço para diminuir a fricção e o ruído) e rebocadas por um único tractor accionado pela energia do carvão. Tènicamente o projecto parece viável mas subsistem dúvidas sob o ponto de vista económico. Ter-se-ia de abrir faixas com uma largura de cerca de 90 metros, livres de quaisquer construções, ladeadas de ambos os lados por paredes, que fariam a protecção no

caso de uma reacção explosiva durante o trajecto.

Os carris de aço teriam de ser assentes com tolerâncias muito pequenas, e mesmo assim dever-se-ão dar vibrações que tornarão as viagens por aquele sistema pouco populares. Por outro lado, a grande publicidade indispensável para persuadir as pessoas a experimentar este meio de transporte daria lugar a uma grande procura do nosso reduzido número de artistas publicitários e de psicologistas sociais.

Perigos para a saúde

O principal perigo para a saúde relaciona-se com os produtos gasosos libertos. Estes não só contêm o monóxido de carbono e anidrido sulfuroso (ambos altamente tóxicos) mas também um certo número de compostos carcinogénicos, tais como fenantreno e outros. É impossível descarregar aqueles produtos na atmosfera, pois assim o nível de tolerância seria excedido numa área de algumas milhas à volta do reactor.

É pois necessário reunir os resíduos gasosos em recipientes apropriados, enquanto aguardam a desintoxicação química. Em alternativa, o resíduo tóxico pode ser misturado com hidrogénio, enchendo-se grandes balões, que seriam em seguida largados.

Os resíduos sólidos teriam de ser removidos frequentemente (talvez mesmo diariamente). Os perigos para a saúde resultantes desta operação podem ser facilmente diminuídos usando-se equipamento convencional de comando a distância. O resíduo poderia então ser afundado no mar.

Existe a possibilidade — ainda que pareça remota — de que se perca o controle do fornecimento de oxigénio; isto poderá dar lugar à fusão de todo o reactor e à libertação de grandes quantidades de gases tóxicos. Este é um grave argumento con-

tra a utilização do carvão e a favor dos reactores de cisão, que têm demonstrado a sua completa segurança durante um período de muitos milhares de anos. Talvez se passem décadas antes que um sistema de controle de suficiente eficiência possa ser

desenvolvido de forma a acalmar os receios daqueles que têm a seu cargo a segurança do nosso povo.

(Traduzido da revista «Nuclear Engineering», pág. 368, Dez., 1956).

Experiências escolares sobre tensão superficial dos líquidos sobre lâminas de soluções de sabão

A) — Sobre tensão superficial dos líquidos

1. É costume comparar a superfície livre de um líquido a uma membrana elástica sujeita a uma tensão uniforme em todos os seus pontos. De facto, torna-se possível demonstrar, por experiências directas, que há uma estreita analogia entre o comportamento físico das membranas elásticas sujeitas a tensões que as mantenham uniformemente esticadas em todos os sentidos e o comportamento físico das superfícies livres dos líquidos. Esta analogia foi apresentada, pela primeira vez, por Segner (1704-1777) ⁽¹⁾ nos meados do século XVIII (1752) mas somente cerca de cinquenta anos mais tarde é que a respectiva teoria foi desenvolvida pelo físico inglês Young (1773-1829), em 1805 ⁽²⁾.

Vejamus em que consiste essa analogia.

2. Suponhamos uma membrana elástica (de cauchu, por exemplo), tensa uniformemente, e imaginemos que lhe davamos um golpe que a rasgava numa certa exten-

são. Procedendo assim veríamos os lábios do golpe afastarem-se um do outro em virtude da tensão elástica da membrana, deixando ficar, entre eles, um espaço vazio de forma biconvexa limitado por duas curvas, *a* e *b*. Se quiséssemos forçar os lábios do golpe a juntarem-se de novo teríamos de aplicar em todos os pontos dos segmentos *a* e *b* forças normais a esses mesmos segmentos, situadas em planos tangentes à membrana em cada um dos pontos considerados. Estas forças, capazes de recompor a membrana na região onde imaginamos que se lhe dera o golpe, deveriam ter exactamente o mesmo valor do que as forças que mantinham a membrana esticada antes de se golpear.

É claro que tudo se passaria análogamente qualquer que fosse a região da superfície da membrana que tivéssemos golpeado, e qualquer que fosse a direcção do golpe. Se imaginarmos, portanto, um segmento qualquer traçado sobre a superfície de uma membrana elástica, sujeita a uma tensão uniforme em todos os seus pontos, admitiremos que a membrana, nos pontos desse segmento, está sujeita a tensões que se igualam, de um e do outro lado do segmento, contidas em planos tangentes à superfície da membrana em cada

⁽¹⁾ Segner — *Commentationes Soc. sc. Goettingensis*. (Citação de Chwolson, em *Traité de Physique*, Tomo I, Fasc. 3.º, 1907).

⁽²⁾ Young — *Philosophical Transactions* — 1, pág. 65 — 1805 e *Lectures on natural philosophy* — II, pág. 649.

um dos seus pontos. O valor da tensão exercida, quer de um lado quer do outro desse segmento, pode avaliar-se fazendo desaparecer a união definida por esse próprio segmento, isto é, rasgando a membrana segundo ele e medindo as forças necessárias para a recompôr conforme estava.

3. Transfiramos o raciocínio anterior para o caso da superfície livre de um líquido. Imaginemos um segmento s traçado nessa superfície. Embora não possamos rasgar o líquido (como supusemos com a membrana) ao longo de s , poderemos supor que, de qualquer modo, conseguíamos desfazer o contacto de s com a parte do líquido situada num dos lados de s , à sua esquerda ou à sua direita. Se isso fosse possível veríamos a parte do líquido situada do lado contrário puxar para si o segmento s , exactamente como no caso da membrana de cauchu.

A previsão teórica deste acontecimento resulta do conhecimento da existência das forças de coesão molecular. De facto, se imaginarmos a superfície livre do líquido constituída por moléculas iguais entre si, e uniformemente distribuídas, deverão manifestar-se nelas forças mútuas de coesão que as mantêm equilibradas. Se nos fosse possível retirar uma parte da superfície do líquido limitada por um segmento s , a restante superfície situada do outro lado de s , recuará solicitada pelas forças de coesão, assim desequilibradas, ao longo desse segmento.

4. Chamam-se forças de *tensão superficial* a estas forças de coesão que existem à superfície dos líquidos, orientadas segundo todos os sentidos e situadas em planos tangentes à referida superfície em qualquer região que se considere.

Suponhamos o segmento elementar dl situado na superfície líquida sobre o qual se exerce, quer à sua esquerda, quer à sua direita, a força de coesão dF . A grandeza

designada por tensão superficial, representada por T , avalia-se pela expressão

$$T = \frac{dF}{dl} \quad (1)$$

e os seus valores numéricos indicam-se, no sistema C. G. S., em dinaes por centímetro.

Quando o valor da tensão for o mesmo em todos os pontos de uma dada região da superfície livre do líquido, poderemos avaliá-la dividindo a intensidade total das forças de coesão existentes ao longo de um segmento de recta traçado na superfície dessa região pelo comprimento desse segmento, o que vem a corresponder à intensidade total das forças de coesão exercidas por unidade de comprimento do segmento.

5. Multiplicando ambos os termos da fracção (1) por dl , podemos dar outro significado à tensão superficial. Virá:

$$T = \frac{dF \times dl}{dl \times dl}$$

O produto $dF \times dl$ tem as dimensões de um trabalho (dW) e o denominador da fracção as dimensões de uma superfície (ds). Tere-mos assim:

$$T = \frac{dW}{ds}$$

Esta nova relação ajusta-se bem ao que dissemos anteriormente. Imaginemos o elemento dl traçado na superfície livre do líquido e sujeito, de um lado e do outro, tangencialmente à superfície, às forças dF . Se imaginarmos retirado o líquido de um dos lados de dl , o elemento ficará sujeito às forças dF que actuarão do lado oposto, fazendo-o deslocar-se e, portanto, efectuar um trabalho. A tensão superficial pode assim avaliar-se pelo trabalho dW efectuado pelo elemento dl quando as forças de coesão dF o obrigam a deslocar-se varrendo uma superfície elementar ds . Nestas con-

lições, a tensão superficial avalia-se, no sistema C. G. S., em ergs por centímetro quadrado.

6. Uma consequência da existência destas forças de tensão é a de conferir à superfície do líquido uma determinada resistência que lhe permite suportar o peso de certos corpos. Quando apoiamos um corpo sobre uma membrana elástica tensa, como o caucho, verificamos, à simples vista, que a membrana se deforma na região premida pelo corpo. O mesmo sucede com a superfície livre de um líquido.

1.^a Experiência — *Material:* uma lâmina de barbear e um recipiente largo, com água (copo, tina, etc.), de preferência de vidro.

Coloquemos a lâmina de barbear sobre a superfície da água contida no recipiente. Devemos ter o cuidado de pegar na lâmina de modo tal que, ao largá-la, caia de face na água. Convém largá-la de muito perto da superfície do líquido mas sem tocar com os dedos nele. A lâmina ficará assente sobre o líquido. Se, por qualquer imprevidência, caísse para o fundo, deveríamos secá-la antes de repetir a experiência.

Observe-se a situação em que a lâmina se encontra (para o que é necessário que o recipiente que contém o líquido seja de vidro). Repare-se em que *está assente sobre a água*, que não tem nenhuma parte imersa e que o líquido se deforma para receber a lâmina. Repare-se também na curvatura (convexidade) que o líquido apresenta em todo o contorno da lâmina.

2.^a Experiência — *Material:* uma rolha de cortiça e um recipiente de vidro. (Mantenha-se o material anterior).

Coloque-se a rolha sobre a água do recipiente e observe-se que parte dela fica mergulhada no líquido. Compare-se a situação da rolha com a da lâmina de barbear da experiência anterior. A rolha flutua;

está sujeita a uma impulsão da parte do líquido a qual equilibra o próprio peso da rolha. A lâmina, essa, não flutua. Não está sujeita à impulsão do líquido mas apenas assente na superfície deste, mantida pelas forças de coesão (tensão superficial).

Carregue-se com um dedo sobre a rolha forçando-a a mergulhar completamente e em seguida abandone-se. A rolha volta a flutuar. Carregue-se análogamente na lâmina forçando-a a mergulhar. A lâmina já não volta à superfície; cai para o fundo do vaso.

Confirma-se deste modo que o equilíbrio da lâmina sobre o líquido não era devido a qualquer efeito de impulsão. Faça-se notar que a lâmina é de aço cuja densidade (cerca de 8) é muito superior à da água e que, portanto, o seu peso é muito maior do que a impulsão que sofre quando está mergulhada nesse líquido. Por essa razão cai para o fundo. A cortiça, muito menos densa (0,24), flutua.

3.^a Experiência — *Material:* uma dezena de lâminas de barbear; recipiente com água.

Coloque-se novamente uma lâmina sobre a água com os cuidados referidos na 1.^a experiência. Sobre ela coloque-se uma segunda lâmina, depois terceira e quarta, e outras seguidamente. Convém coloca las, umas sobre as outras, em posições cruzadas, formando estrela. Conseguem-se sobrepôr assim oito lâminas sem se afundarem.

A experiência mostra a grande resistência que a membrana superficial da água apresenta à ruptura ⁽³⁾.

⁽³⁾ É tradição efectuar experiências deste tipo, demonstrativas da existência da tensão superficial, procurando colocar uma agulha de coser, em equilíbrio, sobre a água. Assim foi imaginada, há mais de meio século, por Arthur Good, perspicaz divulgador das ciências aplicadas, autor de *La Science Amusante*, obra que publicou em 1890 com o pseudónimo de Tom Tit. Aí declara (vol. I, pág. 95)

4.^a Experiência — *Material:* o objecto representado na fig. 1; grãos de chumbo; um vaso de vidro cilíndrico, que seja alto e largo, onde caiba, à vontade, em altura e em largura, o objecto referido.

Consta este objecto de um tubo de ensaio pequeno (comp. 15 cm) enfiado num batoque de cortiça (6 cm de diâmetro e 3 cm de altura, por exemplo). Instala-se no batoque um anel metálico (fio de cobre de 1 mm), de 12 cm de diâmetro (um tanto inferior ao diâmetro do vaso). Constroi-se bem o anel, conforme indica a fig. 2, com dois pedaços de fio de cobre que se curvam circularmente, na parte média, aproveitando a curvatura dum frasco re-

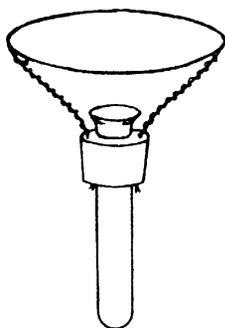


Fig. 1

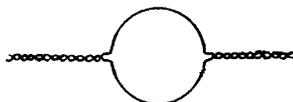


Fig. 2

ter sido ele o inventor dessa experiência, já então, à data, muito repetida, que tornara pública pela primeira vez num jornal intitulado *Le Chercheur*. Esta experiência exige que a agulha esteja previamente engordurada e também obriga a ter cuidados particulares com a sua colocação sobre o líquido: ou assentá-la sobre uma mortalha de cigarro que primeiramente se pôs a flutuar ou pô-la sobre o líquido transportando-a poisada nos dentes de um garfo (como aconselha Good) ou num gancho de arame de feitio apropriado. As experiências efectuadas conforme as imaginámos são de mais seguro resultado.

Além das lâminas de barbear também costumamos usar moedas, certas moedas de alumínio (por exemplo espanholas e francesas) que se podem assentar sem dificuldade na superfície livre do líquido.

Como variante costumamos ainda empregar um fio de alumínio (diâmetro: 0,5 mm; comprimento: 70 cm) a que damos a forma de hélice, com as espiras bem afastadas umas das outras, enrolando-o à volta de um tubo de ensaio largo (diâmetro exterior: 2,5 cm). A hélice mantém-se poisada, no sentido do comprimento, sobre a superfície do líquido. Este, e qualquer outro material empregado para o efeito, deve estar sempre bem seco.

dondo e largo, e torcendo o que restar do fio, de um e do outro lado (12 cm de cada lado, depois de torcido).

Deita-se água no vaso e põe-se o objecto a flutuar, forçando-o a mergulhar um pouco para que o tubo de ensaio se encha de água, a qual fará de lastro. Introduzam-se no tubo de ensaio alguns grãos de chumbo, pouco a pouco, até que o anel fique a cerca de 3 cm acima da superfície livre da água. Então, com os dedos, baixamos o anel até que toque na superfície do líquido e largamo-lo suavemente. É possível (e é o que interessa) que fique preso na água, elevando-se dela um pouco, e, se assim for, teremos provocado um equilíbrio entre as forças de impulsão e as de tensão superficial. Atinge-se sempre este resultado graduando convenientemente o número de grãos de chumbo que se introduzem no tubo.

Observe-se também que, conseguido aquele equilíbrio, se nota uma lâmina de água presa em toda a extensão do anel de metal erguida sobre a superfície do líquido e que chega a atingir 1 cm de largura (4).

5.^a Experiência — *Material:* um copo com água (de preferência cônico e alto); pó de licopódio.

Polvilhe-se, com abundância, a superfície da água do copo, cobrindo-a completamente com pó de licopódio muito fino. Convém polvilhar empregando um pimenteiro de orifícios muito estreitos. Intro-

(4) O objecto utilizado nesta experiência foi imaginado por sugestão de um outro, que nos parece menos adequado, construído pelo fisico belga Van der Mensbrugge e exposto na Conferência que então proferiu na *Société belge de Microscopie*. A Conferência vem resumida em *La Nature*, Julho de 1888, págs. 135 a 139. O fenómeno observado nesta experiência é o mesmo que se verifica quando se colocam determinadas massas no prato superior de um areómetro do tipo do de Nicholson, em flutuação. Consegue-se assim também o equilíbrio entre as forças de impulsão e as de tensão superficial.

duza-se um dedo (o indicador), devagar, no líquido, normalmente à superfície livre. Ver-se-á o lycopódio acompanhar o movimento do dedo ao entrar na água, rodeando-o como se o líquido fosse um flexível dedo de luva. Retire-se o indicador e observe-se que vem seco. Vem apenas coberto de pó.

A experiência sugere que a suposta membrana superficial da água sofre uma extensão forçada pela penetração do dedo, como se fosse elástica ⁽⁵⁾.

6.ª Experiência — *Material:* uma tina com água, das que se usam nos laboratórios de Química (diâmetro 23 cm; altura 8 cm); 4 marcas de jogo, redondas (diâmetro 3 cm) ou botões grandes de casaco, ou discos de madeira; pincel de aguarelar; pedaço de sabão qualquer.

A tensão superficial não tem o mesmo valor para todos os líquidos nem para as diferentes soluções no mesmo dissolvente. Exceptuando o mercúrio, cuja tensão superficial é excepcionalmente elevada, avulta a da água em comparação com a dos outros líquidos.

Suponhamos que se deixa cair uma gota de um líquido (éter, por exemplo) menos denso do que a água, sobre a superfície livre desta. A gota, ao cair, dispõe-se formando um círculo (fig 3). Na fronteira deste círculo encontram-se, em presença, moléculas de água e moléculas de éter. As forças que se manifestam nessa fronteira são: a) a tensão superficial exercida entre as moléculas da água, a qual tensão tende a fazê-las recuar e, portanto, a alar-

gar o círculo ocupado pelo outro líquido; b) a tensão superficial, muito menor do que a anterior, exercida entre as moléculas desse outro líquido (éter) e que tende a diminuir a superfície circular que ocupa; c) e as forças de acção mútua entre as moléculas dos dois líquidos em presença na fronteira onde se encontram. O conjunto destas forças não está em equilíbrio. A elevada ten-

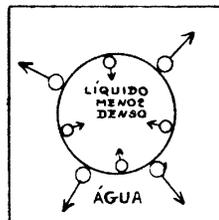


Fig. 3

são superficial da água provoca um retraimento rápido da sua camada superficial assim que nela se deita a gota do outro líquido. Este, em consequência disso, espalha-se imediatamente pela superfície, originando assim um movimento tangencial que se pode pôr em evidência experimentalmente.

Servimo-nos, para o efeito, de marcas de jogo que são leves por serem de plástico e coloridas o que torna a experiência mais vistosa. É claro que também podem servir, por exemplo, botões redondos e grandes, de materiais leves, ou simples discos de madeira.

Deita-se água na tina e espera-se que sossegue completamente. Colocam-se quatro dos objectos indicados sobre a água e ajustam-se de modo a encostarem-se mutuamente na região central da superfície do líquido (fig 4). Molha-se, à parte, um pincel de aguarela em água, levemente, e esfregam-se os seus pelos sobre um pouco de sabão. Toca-se com as pontas dos pelos do pincel, assim cobertos de sabão, na superfície serena da água da tina,

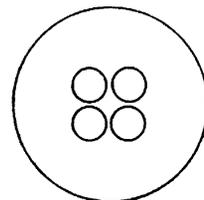


Fig. 4

no pequeno intervalo do líquido situado entre os quatro discos. Imediatamente, com rapidez inesperada, vemos os discos serem disparados em linhas rectas, ao longo

⁽⁵⁾ É corrente efectuar esta experiência usando mercúrio, em vez de água, sobre o qual se lança o pó fino, e introduzindo nele uma vareta de vidro, de preferência engordurada. Turpain (*Leçons élémentaires de Physique*, vol. I, pág. 161) chama-lhe «experiência de Pasteur». A opacidade do mercúrio torna preferível, didacticamente, o emprego da água. O dedo, em vez da vareta, dá resultado mais seguro.

da superfície da água, até encontrarem as paredes da tina.

O sabão, ao dissolver-se, formou uma solução de tensão superficial muito inferior à da água, o que deu origem à rápida propagação de uma onda circular da solução obtida, do centro da tina para a periferia (6).

7.^a Experiência — *Material*: tina com água, como a anterior; espiral de fio de alumínio; pincel de aguarelar; pedaço de sabão.

Dobra-se, à mão, um fio de alumínio (comprimento 50 cm; diâmetro 1 mm) dando-lhe a forma de uma espiral plana com o número de voltas representado na fig. 5, de modo que as voltas distem entre si uns 2 cm. Coloca-se a espiral, cuidadosamente, sobre a água serena da tina. Cobre-se bem o pincel de sabão e toca-se com os seus pelos na superfície da água na região interior da primeira curva da espiral e mantém-se o pincel em contacto com o líquido sem se afastar do lugar em que se tocou. No mesmo instante vemos a espiral iniciar um movimento de rotação, em sentido contrário ao da sua curvatura, de tal modo que o pincel, mantido sempre fixo, percorre todo o interior da espiral até sair dela.

Esta experiência, que é muito interessante de ver, tem a mesma explicação da anterior (7).

8.^a Experiência — *Material*: um pequeno vaso de vidro (um copo de preci-

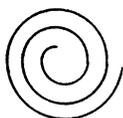


Fig. 5

pituação, por exemplo); éter; pó de licopódio; tina com água.

Deitam-se algumas gotas de éter no vaso de vidro e move-se este de modo que o fundo e as paredes interiores fiquem bem humedecidas. Escorre-se o éter que porventura tenha sobejado e tapa-se o vaso o qual ficará assim cheio dos vapores invisíveis daquele líquido.

Deita-se água na tina e, depois de serenada, polvilha-se bem a sua superfície, por meio de um pimenteiro, com pó de licopódio. Pega-se no vaso anterior, destapa-se, e inclina-se sobre a região central da água da tina, perto dela, como se estivessemos a despejar um líquido, o que fará descer sobre a água os vapores do éter. Imediatamente, e com grande violência, todo o pó foge para a periferia da tina, em virtude da rápida diminuição do valor da tensão superficial do líquido na região onde os vapores do éter se condensaram.

A experiência é extremamente sugestiva e elucidativa e torna-se chocante para os observadores se tivermos preparado, previamente, o vaso com os vapores de éter fora da vista dos assistentes, dando assim a impressão de que estava vazio (8).

9.^a Experiência — *Material*: uma proveta exsicadora de gases à qual se adapta um tubo de vidro dobrado conforme indica a fig. 6; um pequeno vaso de vidro como o da experiência anterior; éter.

Deita-se água na proveta até a encher, tendo o cuidado de colocar a extremidade *a* do tubo lateral sobre uma tina ou bacia que receba a água que for em excesso. À medida que o líquido se

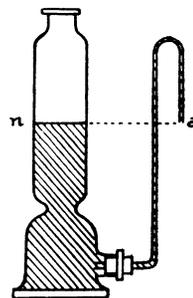


Fig. 6

(6) Variante que imaginámos, mais sugestiva, de uma experiência descrita por Arthur Good, com o título de *Les allumettes gourmandes*, na obra citada, vol. II, pág 77.

(7) Experiência apresentada por Arthur Good na obra citada (Vol. III, pág. 35) e que intitulada *La spirale tournante*. A que apresentamos só varia em pequenos pormenores.

(8) Experiência indicada por Chwolson, em *Traité de Physique* — Tomo I, Fasc. III, pág. 597.

escôa por a o seu nível desce na proveta até parar em n , ao nível de a . Convém então já não mexer na proveta para não perturbar o equilíbrio do líquido.

Deite-se um pouco de éter no pequeno vaso de vidro e aproxime-se bem a superfície deste líquido da extremidade a . Passados instantes ver-se-á a água começar a

escoar-se outra vez do tubo de vidro até atingir nova situação de equilíbrio.

O fenómeno é devido à dissolução dos vapores do éter na última gota de água que ficara suspensa em a . A dissolução provocou uma notável diminuição no valor da tensão superficial, tornando-a insuficiente para suportar o peso da gota ⁽⁹⁾.

B) — Sobre lâminas de soluções de sabão

7. Quando se dissolve sabão em água a solução obtida apresenta uma tensão superficial de valor muito inferior à do líquido puro. Contudo, uma solução desta natureza presta-se à execução de interessantíssimas experiências, nas quais, além da tensão superficial, influem, e preponderam, outros factores cujo estudo tem atraído as atenções dos físicos. As bolas de sabão que as crianças fazem colhendo uma pequena película de água de sabão na extremidade de um tubo aberto e soprando pela outra, são consequência das propriedades particulares que a água adquire quando nela se dissolve o sabão. É frequente também, quando lavamos e ensaboamos as mãos, vermos formar-se uma lâmina de água de sabão entre o indicador e o polegar quando unimos as extremidades destes dois dedos e os arqueamos em anel. Soprando essas lâminas forçamo-las a curvarem-se, o que mostra bem a sua elasticidade.

8. As lâminas e as bolas de sabão têm sido motivo de pacientes estudos desde há um século para cá. Encontra-se, nos livros de Física e nas «memórias» científicas, grande número de receitas para obtenção de soluções capazes de fornecerem lâminas e bolas de grande resistência e duração. Os resultados obtidos têm ultrapassado tudo quanto se poderia imaginar, a ponto de quase não ser exagero afirmar-se a possibilidade de se obterem lâminas e bolas de sabão que se conservem eternamente.

As soluções empregadas nos mais antigos estudos sobre este assunto eram ou de água e sabão ou de água, sabão e glicerina.

O sabão mais indicado para este efeito é o de azeite, mas de azeite da melhor qualidade. Há anos atrás era fácil encontrar-se no mercado um sabão, que parece ter caído em desuso, chamado *sabão de Marselha* ou *sabão de Castela* conforme a sua proveniência, obtido a partir de azeite e o melhor para estas soluções. Há, porém, muitas receitas para o mesmo fim em que se utiliza um sabão qualquer, ou em solução simples ou adicionando-lhe glicerina que aumenta a viscosidade do líquido e retarda muito a sua evaporação, como convém, ou adicionando-lhe açúcar e tanino ⁽¹⁰⁾.

Indicaremos algumas receitas para correspondermos às diferentes possibilidades

⁽⁹⁾ Experiência indicada por Turpain na obra citada (Vol I, pág 162). Turpain apresenta um vaso de feição particular, de aquisição pouco fácil. Imaginamos a sua substituição por uma proveta exsiccadora e tubo dobrado, como a fig. 6 indica, o que em qualquer laboratório se improvisa.

⁽¹⁰⁾ As primeiras experiências relativas a lâminas de soluções de sabão devem-se ao físico belga Plateau (1801-1883) cujas «memórias» foram publicadas em *Memoires de l'Académie de Belgique*, de 1843 a 1863. Plateau serviu-se de soluções aquosas de sabão e glicerina que ficaram conhecidas por «líquido glicérico de Plateau», e que outros, posteriormente, melhoraram.

de quem se utilizar destes apontamentos, de entre aquelas que experimentámos.

Uma receita simples em que se emprega um sabão qualquer é a seguinte ⁽¹¹⁾:

água	1000 g
sabão	100 g
açúcar branco	400 g
umas gotas de formol	

Outra receita, muito melhor que a anterior, em que se utiliza o sabão de Marselha, de azeite, é a seguinte ⁽¹²⁾:

Deitam-se 30g de sabão de Marselha num frasco de litro que se enche, em seguida, de água destilada. Agita-se de vez em quando até que todo o sabão se tenha dissolvido e deixa-se repousar a solução durante 24 horas pelo menos. Retira-se com um sifão a parte límpida do líquido e e juntam-se-lhe $\frac{3}{10}$ do seu volume de glicerina. Mistura-se bem e deixa-se descansar durante 24 horas antes de se utilizar. A solução deve ficar guardada ao abrigo da luz e bem rolhada ⁽¹³⁾.

Outro líquido que também dá resultados satisfatórios é o chamado *líquido glicérico de Terquem* ⁽¹⁴⁾. Consta de duas soluções. A primeira obtem-se dissolvendo 74,2 g de sabão (qualquer) em 1 litro de álcool a 80° (d = 0,865); a segunda, misturando água e glicerina em volumes iguais. Juntam-se as duas soluções na proporção de 25 cm³ da primeira para 100 cm³ da segunda. Aquece-se até ferver, prolongando a ebulição para que todo o álcool seja expulso. Deixa-se resfriar e perfaz-se o volume inicial por

adição de água. Filtra-se através de algodão e juntam-se algumas gotas de formol.

9. As indústrias químicas modernas fabricam substâncias que se prestam à preparação de soluções (excelentes, segundo parece) para obtenção de lâminas e de bolas. Não nos servimos de nenhuma delas por não termos adquirido essas substâncias mas indicamo-las porque pode ser útil a outros conhece-las.

James Dewar (1842-1923), o notável físico inglês conhecido pelos seus trabalhos sobre liquefacção dos gases, também se dedicou, demoradamente, ao estudo das lâminas e bolas líquidas, considerando como melhor uma solução, a 5%, de oleato de trietilmetilamina ⁽¹⁵⁾. Mais recentemente a *American Cyanamid Chemical Corporation*, de Stamford, Connecticut, lançou no mercado um produto com a designação de *Aerosol O. T.*, que tem sido experimentado com grande êxito para o fim de que tratamos ⁽¹⁶⁾. Dissolve-se o Aerosol, sólido, na proporção de 2 g para 98 g de água destilada, num frasco. Agita-se de vez em quando durante 24 horas. A solução fica sobressaturada, com o excesso do sólido em suspensão, o qual se dissolve quando se lhe junta açúcar ou glicerina, ou ambas estas substâncias. Adicionando 11,5 g de glicerina a 25 cm³ da solução anterior de Aerosol (a 2%), obtem-se uma solução que permite fazer lâminas resistentes que duram cerca de 4 minutos. Adicionando açúcar, em vez de glicerina, em porções crescentes até ao limite de 10 g por 25 cm³ de Aerosol (a 2%), obtêm-se lâminas sucessivamente mais resistentes até que, para esse limite de 10 g, ou para quantidades supe-

⁽¹¹⁾ Henri Abraham — *Recueil d'expériences élémentaires de Physique* — Paris, 1904, 1.º vol., pág. 166.

⁽¹²⁾ Extraída do artigo *Tough Soap Films and Bubbles*, publicado no *Journal of Chemical Education*, em Abril de 1938, por G. A. Cook.

⁽¹³⁾ O autor desta solução (nota anterior) aconselha que se lhe junte um pouco de tanino na razão de 50 mg por cada 25 cm³. Ao utilizá-la deve-se retirar do frasco apenas o volume da solução que for preciso e a este juntar o tanino.

⁽¹⁴⁾ Henri Abraham — obra e pág. citadas.

⁽¹⁵⁾ James Dewar — *J. Franklin Inst.*, Vol. 188, 1919; *Proceedings of Royal Institution*, Vol. 24, 1925; e *Reports on talks by J. Dewar*, por Anon, em *Engineering*, Vol. 101, 1916 e Vol. 105, 1918.

⁽¹⁶⁾ A. L. Kuehner — *New tough films and bubbles*, em *Journal of Chemical Education*, Abril de 1948, págs. 211-212.

riores, a película solidifica. Tratando-se de bolas sopradas podem-se fazer rolar pelo chão sem se quebrarem. Juntando simultaneamente açúcar (20 g) e glicerina (13,5 cm³) a 25 cm³ de Aerosol a 2%, obtêm-se lâminas que duram cerca de 2 horas e meia e bolas que duram 20 minutos, segundo as informações do autor que citámos (na nota anterior).

10. Dewar, e o seu assistente Lawrence, procuraram estudar as causas que se opõem a uma longa vida das películas de sabão e concluíram que isso se devia principalmente à presença do anidrido carbónico na atmosfera, aos estearatos e palmitatos que figuram na composição dos sabões e que formam resíduos sólidos à superfície das lâminas, e ainda às poeiras do ar. Dewar e Lawrence, trabalhando em condições excepcionalíssimas, usando soluções de oleato de sódio rigorosamente purificado e empregando um «ar» obtido pela evaporação de ar líquido, isento de poeiras e de anidrido carbónico, mantiveram, em vasos fechados, bolas de 40 cm de diâmetro que duraram 100 dias e lâminas de 19 cm que duraram 3 anos ⁽¹⁷⁾. A vida média das lâminas é sempre muito superior à das bolas.

11. De todas as soluções que experimentámos a que nos deu melhores resultados foi a de oleato de sódio e é essa que aconselhamos para as experiências escolares. O oleato de sódio puro adquire-se nos estabelecimentos da especialidade em embalagens de 100 g ou de 500 g, à razão de 154\$00 o quilograma (preço actual), de fabrico alemão (*Riedel-de Haën A. — G., Seelze b. Hannover*). Apresenta-se em pó, levemente amarelo.

Há várias receitas para fazer a solução do oleato mas, a que nos pareceu melhor, é a indicada por C. V. Boys, em *Soap bubbles*,

their colors and the forces which mold them — New York City — 1924. É a seguinte. Dissolvem-se 25 g de oleato de sódio puro em 750 cm³ de água destilada, agita-se e deixa-se ficar a dissolver bem durante um dia. Ao fim desse tempo juntam-se 250 g de glicerina e agita-se fortemente. Deixa-se repousar durante 8 dias num sítio fresco e escuro. Então, se tiver espuma, retira-se a parte líquida com um sifão e juntam-se-lhe 3 a 4 gotas de amónia concentrada. Deve-se conservar sempre ao abrigo da luz e não se agitar quando for servir.

Convém, para as experiências que indicamos, preparar 2 litros da solução, isto é, duplicar os valores da receita.

O líquido obtido é amarelo e faz uma espuma muito transparente e colorida. Com esta solução fizemos bolas de 30 cm de diâmetro soprando o líquido por um pequeno funil de vidro muito bem lavado, e molhado previamente nos bordos com a própria solução. Estendendo, sobre uma mesa, um pedaço de flanela bem seca, pode-se libertar a bola dirigindo-a para o pano onde ficará em equilíbrio, sem rebentar, durante algum tempo. Para este último efeito não convém soprar por um funil nem fazer bolas excessivamente grandes. Deve-se empregar um tubo (de vidro, por exemplo) donde a bola se desprenda facilmente com um gesto sacudido da mão.

12. Como já fizemos notar, a existência da tensão superficial das soluções que fornecem lâminas ou bolas duradouras não é suficiente para explicar essa possibilidade. As experiências efectuadas têm demonstrado que as boas soluções, para esse efeito, devem possuir uma tensão superficial de cerca de $\frac{1}{3}$ da tensão da água o que denota bem que há outros factores que influenciam, de maneira decisiva, aqueles fenómenos. É hábito, porém, no ensino elementar, fazer referência às lâminas e às bolas de sabão na altura em que se estuda a tensão superficial como se esta fosse o factor de maior importância. Convirá não deixar ficar, nos

⁽¹⁷⁾ A. S. C. Lawrence — *Soap films*, Londres, 1929.

alunos, a impressão de que tais fenómenos, que se observam tão bem com as soluções de sabão e não com outros líquidos, sejam devidos a uma elevada tensão superficial dessas soluções. Pelo contrário, é necessário que a sua tensão seja baixa, inferior até à de alguns líquidos bastante voláteis como o benzeno, a essência de terebintina ou o sulfureto de carbono.

A razão de ser do comportamento destas soluções de sabão não é suficientemente conhecida. A camada superficial da solução não só manifesta propriedades físicas particulares como também propriedades químicas diferentes das camadas interiores. É sabido, por exemplo, que as soluções aquosas de sabão apresentam acentuado carácter alcalino. Contudo, a camada superficial dessas mesmas soluções manifesta reacção ácida ⁽¹⁸⁾.

A composição de uma solução de sabão é extremamente complexa. A substância encontra-se em parte dispersa molecularmente e em parte coloidalmente, com ambas as partes em equilíbrio hidrolítico. Na camada superficial parece que se dispõe uma zona monomolecular com todas as suas moléculas orientadas de certa maneira. A experiência, favorável a esta hipótese, mostrou ser possível obter lâminas líquidas usando apenas água que previamente se cobriu de finíssima camada monomolecular de ácido oleico.

Interessa pois acentuar, repetimos, em virtude de todas estas particularidades, a conveniência de informar os alunos de que a formação das lâminas e das bolas de sabão pouco deve à tensão superficial das soluções empregadas. Lawrence afirma mesmo que nada lhe deve: *soap films do not exist as a result of surface tension, but in spite of it.*

10.^a Experiência — *Material:* solução aquosa de oleato de sódio e glicerina (segundo a receita que apontamos como nos parecendo a melhor) contida num vaso cilíndrico, de vidro, alto e largo (por exemplo 25 cm de altura e 15 cm de diâmetro); armação de arame, de forma rectangular (10 × 13 cm), munida de haste (fig. 7).

Empregámos nesta armação, e em todas as seguintes, arame de zinco de 2 milímetros de diâmetro, que se dobra facilmente com um alicate. As duas partes do arame que saem do rectângulo devem ser soldadas ou bem atadas com voltas sucessivas de linha grossa de coser, numa extensão de 2 ou 3 cm.

Esfrega-se o rectângulo com as pontas dos dedos molhadas na solução de sabão e introduz-se assim, verticalmente, no líquido de modo que fique todo mergulhado. Introduce-se devagar e retira-se devagar. Ao retirá-lo vê-se que o rectângulo traz presa aos seus lados uma bela lâmina da solução facilmente visível pelas tonalidades coradas que adquire.

As lâminas assim obtidas são formadas por duas superfícies tensas, uma em cada face da armação de metal, separadas por uma pequena espessura de líquido. Esta hipótese, que continua a ser aceita, foi apresentada em 1890 por Rayleigh ⁽¹⁹⁾.

O físico que ideou estas armações de metal para o estudo das propriedades das soluções de sabão foi o belga Van der Mensbrugghe (1835 ?) a quem se devem algumas curiosas experiências que se tornaram clássicas no ensino ⁽²⁰⁾.

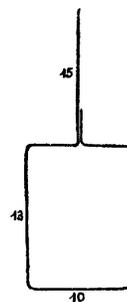


Fig. 7

⁽¹⁸⁾ A. S. C. Lawrence — *Soap films and colloidal behaviour*, em *The Journal of Physical Chemistry*, Vol. XXXIV, 1930, págs. 263-272.

⁽¹⁹⁾ Lord Rayleigh — *Proceedings of Royal Society*, Vol. 47, pág. 281, 1890.

⁽²⁰⁾ As experiências de Van der Mensbrugghe vêm publicadas no *Bulletin de l'Académie de Belgique*, anos 1866, 1875, 1886, 1889, 1891, 1892, 1893 e 1899,

11.^a Experiência — *Material*: a solução de oleato; rectângulo de arame igual ao da experiência anterior com uma linha de coser (preta, para ser mais visível) presa a meio dos lados maiores do rectângulo (fig. 8) e com as medidas indicadas.

Introduz-se a armação verticalmente no líquido (prèviamente humedecida com o mesmo) e retira-se, devagar. O rectângulo traz consigo a lâmina líquida e a linha assente nela. Pega-se na armação com a mão esquerda e na ponta solta da linha com a mão direita. Estica-se a linha e, mantendo-a esticada, afastamo-la da superfície do rectângulo, o que fará romper as duas regiões *a, a* (fig 9). A película de sabão ficará limitada pelos três lados do meio rectângulo superior e pelas duas porções de linha concorrentes. Aliviando então a força com que seguramos na linha solta, veremos o conjunto subir ao longo do rectângulo (fig. 10) levado pelas forças da tensão superficial que tendem a reduzir ao mínimo a superfície da lâmina. Pode-se largar a linha e depois puxá-la de novo regressando à forma primitiva ⁽²¹⁾.

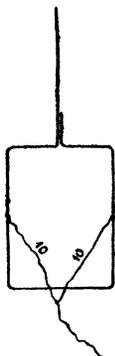


Fig. 8

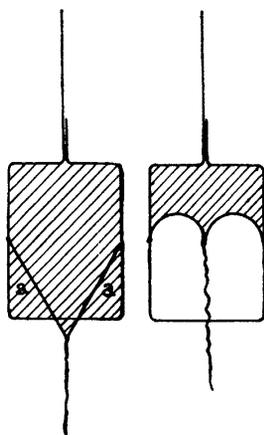


Fig. 9

Fig. 10

12.^a Experiência — *Material*: a solução de oleato; duas peças de arame, iguais

e nas *Mémoires couronnés de l'Académie de Belgique*, Vol. 34, 1869. A leitura desta última é particularmente instructiva por apresentar a história minuciosa do estudo dos fenómenos de tensão superficial até à data da sua publicação.

⁽²¹⁾ Experiência indicada por Arthur Good em *La Science Amusante*, Vol. III, pág. 125.

(A e B), com o feitiço indicado na fig. 11; dois pedacos de linha de coser (de 60 cm cada um); dois pesos quaisquer p_1 e p_2 (por exemplo, massas de 20 g da caixa de massas de uma balança) (fig. 12).

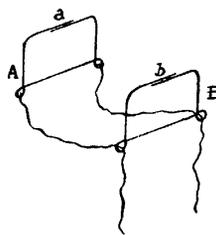


Fig. 11

As peças A e B são de forma rectangular (9 × 6 cm) soldadas (ou atadas) nas extremidades livres. As linhas prendem-se nos anéis de A (fig. 11), passam livremente pelos de B e terminam presas aos pesos p_1 e p_2 .

Humedecem-se as linhas a todo o comprimento com a própria solução, pega-se em A e em B (com uma peça em cada uma das mãos) pelos lados superiores *a* e *b*, e introduz-se no líquido uma porção apenas dessas linhas exactamente como indica a fig. 12. Retirando as peças do líquido, o conjunto traz consigo uma lâmina de sabão contida na região 1, 2, 3, 4. Elevamos agora as mãos de modo a retirar os pesos p_1 e p_2 do seu apoio sobre a mesa, o que obrigará as linhas a ficarem esticadas verticalmente. Então, mantendo parada a peça A faz-se deslizar a peça B lentamente, ao longo das linhas, de maneira a aumentar a superfície da lâmina líquida contida entre 1, 2, 3, 4. Consegue-se aumentá-la até trazer B próximo dos pesos p_1 e p_2

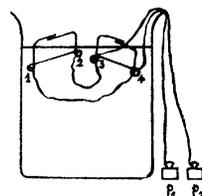


Fig. 12

Imaginámos esta experiência para mostrar a grande elasticidade da lâmina líquida.

13.^a Experiência — *Material*: a solução de oleato; rectângulo de arame com um anel de linha suspenso (fig. 13).

Esta interessantíssima experiência, devida a Van der Mensbrugge ⁽²²⁾, é já clássica.

⁽²²⁾ *Sur les tensions des lames liquides*, em *Bulletin de l'Académie de Belgique*, 2^{ème} série, Vol. 22, págs. 308-328, 1866.

sica. A linha suspensa pode ter, por exemplo, 3 cm desde a suspensão até ao anel, e 14 cm para perímetro deste ou seja 7 cm de comprimento quando estiver esticado. Introduce-se o conjunto, verticalmente, na solução e depois de previamente humedecido com a mesma. Retira-se e verifica-se que a linha vem colada à lâmina líquida e disposta sobre ela de qualquer forma irregular ⁽²³⁾. Fere-se então a região do líquido situada no interior do anel de modo a romper essa porção da película, o que se consegue tocando-lhe com a ponta de uma soveia, ou de um lápis, ou de uma torcida de papel ou de mataborrão, ou com um dedo, com a condição, seja o que for, de estar seco. Imediatamente, assim que se rompe a região interior do líquido vemos anel de linha tomar a forma rigorosamente circular (fig. 14)

o que prova não só que existe uma tensão superficial (da parte da restante lâmina líquida) que se manifesta em todas as direcções (normal à circunferência em cada ponto) como também que essa tensão tem o mesmo valor numérico em todas as direcções (em virtude de a curva ser uma circunferência).

Depois de obtido o anel circular pode-se mover a armação de arame forçando o anel a oscilar e a deslizar ao longo dos lados maiores do rectângulo ⁽²⁴⁾.

14.ª Experiência — *Material*: a solução de oleato; um tronco de cone, de vidro, aberto nas duas extremidades.

⁽²³⁾ Não convém que a linha venha enredada ou torcida mas pouco mais ou menos como indica a fig. 13, o que se consegue abrindo o anel de linha com os dedos antes de o introduzir no líquido.

⁽²⁴⁾ Na experiência original de Mensbrugge o anel de linha não estava suspenso mas solto, o que prejudica muito o êxito da experiência. Os livros mais modernos trazem o anel suspenso, como convém.

Convirá para esta experiência utilizar um tubo tronco-cónico de cerca de 25 cm de geratriz cujas bases tenham o diâmetro de cerca de 8 cm e 5 cm. Na falta de um tubo próprio serve um daqueles vasos tronco-cónicos que fazem parte da colecção de vasos dos aparelhos de Masson ou de Haldat usados no estudo da Hidrostática e que é costume existirem em Gabinetes de Física dos estabelecimentos de ensino. Na falta de qualquer destes vasos poder-se-á efectuar a experiência com um funil de vidro.

Em primeiro lugar humedece-se muito bem todo o interior do tubo (ou do funil) com a própria solução do oleato. Toca-se então na superfície livre do líquido com a boca mais larga do tubo e retira-se depois mantendo-o vertical. Ver-se-á então (fig. 15) que a película circular que veio presa na boca do tubo, começa a ascender ao longo dele até atingir a outra extremidade ⁽²⁵⁾.

A explicação de fenómeno é simples. O vector tensão superficial (T , fig. 16) aplicado em todos os pontos (P , por exemplo) da periferia da lâmina circular, junto da parede interna do tubo e dirigido para o centro dessa lâmina, decompõe-se em dois vectores, F e N , o primeiro na direcção da parede (F) e o segundo normal a ela (N), ambos aplicados em P e ambos situados no plano que contém T e é normal ao plano da lâmina. O vector F , orientado para o lado da base menor do tubo, obriga a lâmina de sabão a deslizar ao longo das paredes até atingir essa mesma base (desde que a superfície interior do tubo esteja bem humedecida).

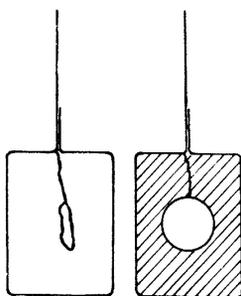


Fig. 13

Fig. 14

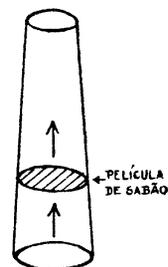


Fig. 15

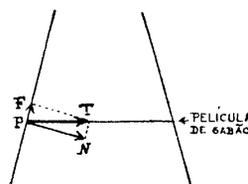


Fig. 16

⁽²⁵⁾ Recolhemos esta experiência na já citada obra de Arthur Good, Vol. III, pág. 129.

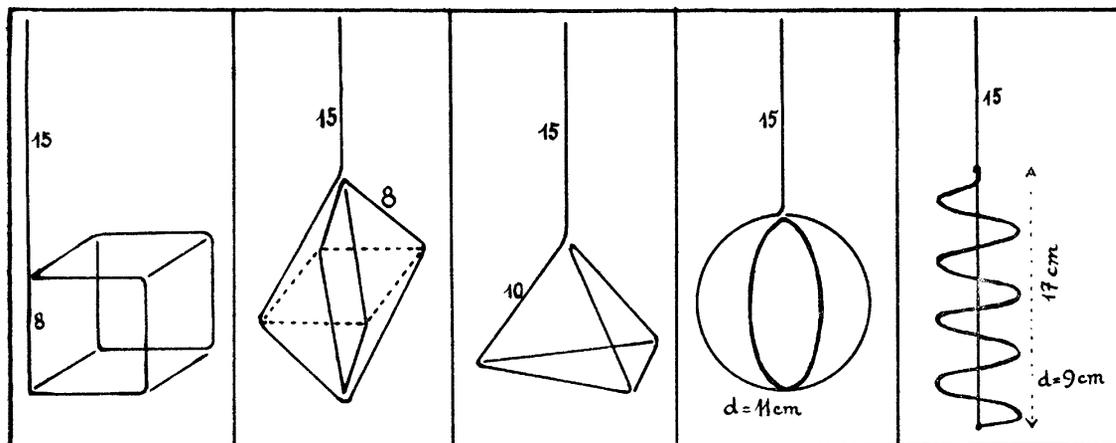


Fig. 17

Fig. 18

Fig. 19

Fig. 20

Fig. 21

15.^a Experiência — *Material*: a solução de oleato; armações de arame de zinco para obtenção de figuras de equilíbrio com lâminas líquidas (figs. 17 a 21).

Estas belas figuras de equilíbrio foram imaginadas e realizadas pelo físico belga Plateau (1801-1883) ⁽²⁶⁾ e encontram-se descritas em qualquer Tratado de Física Geral. As armações necessárias constroem-se sem dificuldade com arame de zinco (de 2 mm), um alicate e solda (ou linha para atar em substituição da solda). As armações mais fáceis de construir e que permitem obter aspectos muito sugestivos são as que se vêm representadas nas figuras 17 a 21, acompanhadas das respectivas medidas. Também se percebe, olhando os desenhos, qual a melhor maneira de construir cada armação.

a) *modelo do cubo* (fig. 17). Começando pela pega de 15 cm dobra-se o arame de modo conveniente obtendo 9 arestas sucessivas do cubo. As restantes 3 arestas serão soldadas (ou atadas) à parte.

b) *modelo do octaedro* (fig. 18). Dobra-se o arame construindo sucessivamente as 8

arestas que a figura mostra desenhadas a cheio. As 4 arestas indicadas a tracejado são dobradas numa só peça e soldadas às anteriores.

c) *modelo do tetraedro* (fig. 19). Dobra-se o arame construindo sucessivamente 5 arestas do tetraedro. A aresta restante é soldada em separado.

d) *modelo das duas circunferências normais entre si* (fig. 20). Dobra-se o arame construindo uma só das circunferências. A outra é feita e soldada à parte.

e) *modelo da hélice* (fig. 21). Dobra-se o arame em hélice enrolando-o, por exemplo, em torno de um frasco cilíndrico, ou de uma garrafa vulgar, e soldam-se as suas extremidades a um arame recto conforme a figura representa.

Para obter as figuras de equilíbrio introduzem-se as armações na solução depois de previamente humedecidas com a mesma. Os movimentos de introdução e retirada dos modelos devem fazer-se sempre devagar. O líquido vai escorrendo lentamente à medida que se retiram as armações fixando-se nelas apenas certas películas que se dispõem de modo a satisfazer determinadas condições de equilíbrio do conjunto conforme foi estudado por Plateau. As figuras 22 a 26

⁽²⁶⁾ As *Memórias* de Plateau encontram-se publicadas nas *Mémoires de l'Académie de Belgique*, nos anos de 1843 a 1863.

mostram o aspecto obtido em cada um dos casos.

A armação do modelo relativo à forma cúbica pode fornecer dois conjuntos de equilíbrio diferentes. São os que se veem nas figuras 22 e 27. Quando se inicia a experiência e se retira a armação (o modelo cúbico) do líquido, obtém-se a disposição da fig. 22. É a partir desta que se forma a da fig. 27. Para isso torna-se a introduzir no líquido a mesma armação, conforme está, com a figura de equilíbrio já obtida (a da fig. 22), mas introduz-se agora apenas até $\frac{1}{4}$ da altura da aresta, lentamente. Procedendo assim fica aprisionada uma pequena porção de ar entre a superfície livre do líquido do vaso e as

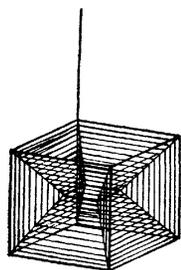


Fig. 22

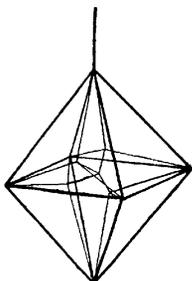


Fig. 23

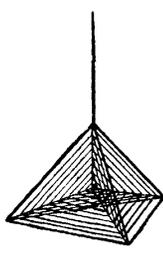


Fig. 24

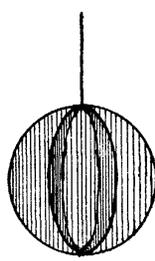


Fig. 25



Fig. 26

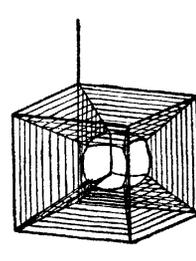


Fig. 27

paredes do tronco de pirâmide inferior constituída pelas películas de sabão que estavam anteriormente em equilíbrio. Retirando então a armação do líquido obtém-se uma nova forma de equilíbrio caracterizada pela presença de um pequeno cubo, no centro da armação, cujo interior é ocupado pela porção de ar que ficou aprisionado (fig. 27).

16.ª Experiência — *Material*: a solução de oleato; armação rectangular de arame (10 × 13 cm) com a peça adicional que a figura 30 representa; haste de madeira com gancho metálico (fig. 32); prato de papel com suspensão de linhas e anilha metálica (fig. 33); caixa de massas de balança de precisão.

Destina-se esta experiência à medida da tensão superficial da solução de oleato.

Quando se efectua, por exemplo, a experiência indicada com o n.º 11 e se alivia a força com que seguramos na linha (fig. 10), reconhece-se imediatamente a possibilidade de determinar o valor dessa força suspendendo na linha massas marcadas cujo peso a equilibre. A medida é bastante delicada mas possível.

A primeira informação relativa a este pormenor encontrámo-la num estudo de Athanase Dupré (1808-1863) sobre a Teoria Mecânica do Calor (27). Ao referir-se ao trabalho executado pelas forças moleculares diz Dupré que é fácil mostrar a existência dessas forças quando se trata de lâminas líquidas. Recorre para isso a duas peças de metal, *a* e *b* (fig. 28), das quais a mais pequena *b*,

pode deslizar sobre a maior. Molha ambas as peças numa solução de sabão, coloca a menor sobre a maior, e faz deslizar aquela sobre esta de modo a formar uma lâmina de líquido no intervalo aberto entre as duas peças conforma a figura mostra. Colocando então as peças verticalmente e puxando a mais pequena para baixo por meio de um fio, a película de sabão é forçada a esten-

(27) *Annales de Chimie et de Physique* — 4^{ème} série, T. VII, 1866, págs. 236 a 238 — *Cinquième mémoire sur la Théorie Mécanique de la Chaleur*, par M. Athanase Dupré (partie expérimentale en commun avec M. Paul Dupré). O físico Dupré é muitas vezes mencionado a propósito de uma experiência conhecida por «experiência de Dupré», também sobre tensão superficial, uma das muitas que se citam nos livros mas cuja realização é de êxito bastante problemático. Essa experiência vem descrita nos mesmos *Annales*, T. IX, 4^{ème} série, 1866, págs. 373-374.

der-se. Largando o fio a lâmina menor sobe repentinamente em virtude da contracção do líquido.

Dupré não se refere a qualquer tentativa experimental da medida do valor da tensão superficial da solução por este processo. Só lhe interessou o aspecto qualitativo do fenómeno.

Pouco tempo depois Van der Mensbrugghe, no trabalho que já citámos, retoma a experiência de Dupré e melhora o material substituindo a peça metálica a (da fig. 28) por um rectângulo de arame conforme ficou conhecido para o futuro. Esquemáticamente o dispositivo imaginado pelo fisico belga tomou o aspecto desenhado na fig. 29, em que h representa uma haste leve, e assim passou a representar-se nos Compêndios de Física. É, entretanto, curioso notar que Van der Mensbrugghe não mediu (que saibamos) a tensão superficial das soluções de sabão por este processo, isto é, procurando avaliar a intensidade da força que seria necessário exercer, de cima para baixo, sobre uma haste h (fig. 29) para equilibrar a força total exercida, em sentido oposto, pela lâmina líquida. É natural que o fisico belga, seguindo o caminho traçado por Dupré, e simplificando o material empregado, tivesse tentado medir a tensão superficial do modo que esquematizámos, e que nisso encontrasse dificuldades que não conseguisse remediar. O que é certo é que Van der Mensbrugghe mediu a tensão das soluções recorrendo a um outro artifício, aliás muito engenhoso, e que, exactamente pelo que tem de engenhoso e de rebuscado, denota que o seu autor se viu obrigado a imaginar um caminho diferente para atingir o fim que desejava. Adiante indicaremos esse processo ⁽²⁸⁾.

⁽²⁸⁾ É claro que, quando dizemos que Van der Mensbrugghe não mediu a tensão superficial pelo processo esquematizado na fig. 29, fazêmo-lo com as necessárias reservas. Lemos os trabalhos do fisico belga e neles não encontrámos nenhuma referência

Na verdade o esquema que vem nos livros como correspondendo a um dispositivo apropriado para a medida da tensão superficial por intermédio de lâminas líquidas, não dá resultado na prática. É um esquema teórico, como aliás muitos outros, de aparência simples mas de realização impossível. Segundo ele, mergulha-se o rectângulo metálico na solução de sabão e retira-se em seguida trazendo presa a lâmina líquida. Coloca-se sobre esta uma haste fina (h , fig. 29), que fica aderente e que divide a lâmina em duas zonas, 1 e 2. Pica-se a lâmina na zona 2, o que a faz romper e desaparecer, ficando (teóricamente) apenas a zona 1, superior. Suspende-se um pequeno prato de papel no meio da haste e sobre ele colocam-se massas marcadas até se equilibrar a força de contracção da lâmina, o que fará conhecer o valor da tensão superficial.

A experiência, tentada nestas condições, não dá resultado porque, quando se pica a zona 2, a rápida contracção da lâmina da zona 1 faz saltar a haste (h) para fora do rectângulo de arame e para longe. É claro que o remédio será impedir que a haste salte retendo-a de qualquer modo, remédio fácil quando se trata de desenhar um esquema ou de fazer uma exposição teórica mas cheio de dificuldades quando se pretende realizar. A excessiva delicadeza das lâminas de sabão é o inimigo permanente do êxito destas experiências.

Por teimosia efectuámos continuadas tentativas durante muitos meses até conseguirmos um dispositivo que tornasse fácil a medida que pretendíamos. A última forma dessas tentativas é a que está representada nas figuras 30 e 31.

Adiciona-se ao rectângulo (de dimensões 10×13 cm) uma peça de arame dobrado com a forma e as medidas que a figura 30

a qualquer medida efectuada desse modo. Pode-nos, porém, ter escapado qualquer «memória» do mesmo autor em que isso, porventura, tivesse sido tratado.

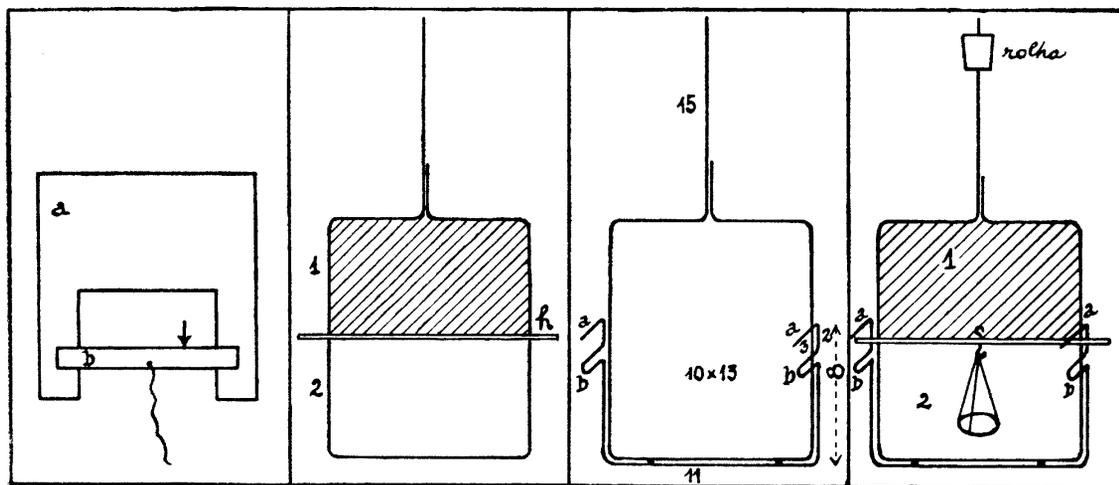


Fig. 28

Fig. 29

Fig. 30

Fig. 31

indica. Esta peça é soldada ao lado inferior do rectângulo.

A haste (fig. 32) é de madeira, muito fina e bem calibrada. Experimentámos vários materiais, sem êxito, e, entre eles, diversas madeiras das quais preferimos o choupo. Sobre uma superfície de choupo muito bem aplainada, cortámos, com auxílio de uma régua e de um canivete bem afiado, uma tira de madeira de forma prismática, de secção quadrada, com cerca de 1 mm de lado e de 16 cm de comprimento⁽²⁹⁾. Com uma agulha de coser, muito fina, atravessamos a haste de madeira no seu centro de gravidade e por aí introduzimos um finíssimo arame cujas extremidades dobrámos em gancho⁽³⁰⁾.

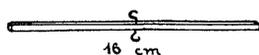


Fig. 32

Por outro lado prepara-se uma rodela de papel (papel almaço, de desenho, por exemplo), de 3 cm de diâmetro (fig. 33) suspensa de três linhas finas (seda de bordar) que a retêm assente em três nós, um em cada linha. Reunem-se os três fios num só nó superior e aí se prende um arame fino que se dobra em anilha de modo a poder suspender-se, sem qualquer embaraço, num dos ganchos da haste de madeira. A altura total do prato suspenso convém ser de 4 cm.

Na pega do rectângulo de arame enfia-se uma rolha, que fique bem justa (fig. 31).

Na execução desta experiência a actuação do experimentador tem de ser rápida, calculando e ensaiando previamente todos os gestos que irá fazer, para que a lâmina de sabão não desapareça no decurso da experiência. Junto do vaso da solução deve-se colocar um suporte de ferro, dos que se usam nos laboratórios de Química, com uma das suas pinças próprias colocadas no alto e já

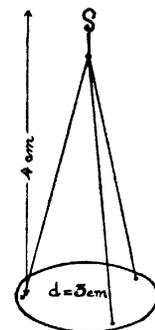


Fig. 33

⁽²⁹⁾ A madeira tem o inconveniente de absorver o líquido. Convém, portanto, determinar a massa da haste só depois de ter sido mergulhada demoradamente na solução e secado exteriormente. Marcel Boll (*La Mécanique du visible et de l'invisible*, pág. 202) aconselha o emprego de um fio de vidro, conselho que talvez se fundamente na consideração de que o vidro não absorve o líquido. Assim é mas o seu emprego não nos deu bom resultado.

⁽³⁰⁾ Estes ganchos destinam-se à suspensão do prato de que falamos a seguir e convém que sejam dois porque, ao colocarmos a haste sobre a lâmina

de sabão, poderia suceder que o gancho, se fosse um só, ficasse acidentalmente voltado para cima.

com as hastes dessa pinça afastadas o suficiente para que nelas enfie, sem demora, quando for preciso, a rolha que se instalou na pega do rectângulo de arame (fig. 31). Não convém apertar a pinça depois de montar o rectângulo pois isso poderia prejudicar-lhe a verticalidade que deve ter. O que é necessário é ensaiar primeiro a colocação da rolha entre as hastes da pinça de modo que o rectângulo fique vertical.

Procede-se então como se segue. Introduce-se a armação (a da fig. 30, previamente humedecida com o próprio líquido) na solução e retira-se lentamente. Pega-se nela com a mão esquerda colocando-a em posição horizontal. Com a mão direita coloca-se a haste de madeira, bem molhada no líquido, sobre a lâmina de sabão, no intervalo a, b (fig. 30). Coloca-se então a armação em posição vertical enfiando a rolha (fig. 31) na pinça do suporte, como já foi dito. A haste de madeira descai e descansa sobre b, b . Rompe-se a lâmina na zona inferior à haste, picando-a. A haste sobe devido à contracção da parte da lâmina que ficou superiormente, e encosta-se aos amparos a, a .

Transporta-se então o prato de papel (pegando na anilha da suspensão com uma pinça da caixa de massas) e pendura-se no gancho da haste de madeira, a qual deverá, mesmo assim, continuar encostada aos amparos a, a por ser muito fraco o peso total da haste e prato. Colocam-se agora, cuidadosamente, massas marcadas no prato de papel (começamos por uma de 100 miligramas, que será a maior) de modo a conseguir que a haste desça e fique em equilíbrio entre os amparos a, a e b, b , sem tocar em qualquer deles e em posição horizontal.

Com todas estas cautelas, com uma boa solução de oleato e operando com rapidez para que a membrana, entretanto, não se rompa, o resultado é excelente. No aspecto didático constitui uma bela lição que os alunos observam com entusiasmo e lhes faz sentir a delicadeza das medidas físicas. O resultado numérico obtido, por se referir

a um valor tão fraco que nele figura o dine como a unidade de força mais conveniente, é uma boa, e talvez única, ocasião para que os alunos tomem conhecimento directo, experimental, com essa unidade.

Os dados numéricos das experiências que efectuámos foram os seguintes:

Peso da haste de madeira e respectivos ganchos (fig. 32)	0,297 g
Peso do prato, fios de suspensão e anilha metálica (fig. 33)	0,067 g
Média dos pesos colocados no prato em várias experiências efectuadas, todos, aliás, muito próximos da média.	0,160 g
Peso total: 0,297 g + 0,067 g + 0,160 g =	0,524 g.

Esta força total, dirigida de cima para baixo, era equilibrada pelas forças de tensão exercidas pelo líquido de baixo para cima, em toda a extensão da haste em contacto com a solução. No caso das nossas experiências esta extensão da haste media 9,60 cm. Como, segundo Rayleigh (Nota 19), a lâmina líquida é formada por duas faces que produzem efeitos independentes, o comprimento total da haste em contacto com a lâmina era de $2 \times 9,60 \text{ cm} = 19,20 \text{ cm}$. A tensão superficial do líquido, que se avalia pela intensidade da força exercida sobre cada unidade de comprimento traçada sobre a superfície do mesmo (§ 4), corresponderá, no presente caso, à força de 0,524 g exercida sobre o comprimento total de 19,20 cm, ou seja:

$$\frac{0,524 \text{ g}}{19,20 \text{ cm}} = 0,0273 \text{ g/cm}$$

que equivale a:

$$0,0273 \times 980 = 26,8 \text{ dines/cm}$$

Este é o valor da tensão superficial da solução de oleato, em contacto com o ar e à temperatura da experiência:

$$T = 26,8 \text{ dines/cm.}$$

13. O processo imaginado por Van der Mensbrugge para a medida da tensão superficial das soluções de sabão não foi o que acabámos de expôr, como já acentuámos, mas o que a seguir indicaremos. É interessante notar que nunca vimos exposto em qualquer compêndio o processo realmente empregado pelo hábil fisico belga que, aliás, é de execução menos fácil e de êxito menos seguro do que o anterior, efectuado conforme imaginámos.

Adaptando esta experiência de Van der Mensbrugge às condições do trabalho anteriormente descrito servimo-nos de um rectângulo de arame (10×13 cm) do qual suspendemos uma linha fina (fig. 34). O ponto de suspensão da linha deve ficar no lado inferior do rectângulo, perto (1 cm, por exemplo) do vértice do lado esquerdo do experimentador.

Van der Mensbrugge suspendeu uma bola de cera no extremo livre do fio (fig. 34). Nós colocámos aí uma anilha para nela suspendermos o prato de papel a que nos referimos (fig. 33).

17.^a Experiência — *Material:* a solução de oleato; armação rectangular de arame (10×13 cm) com uma linha suspensa de cerca de 30 cm de comprimento (fig. 34); gancho de arame fino na extremidade livre da linha (que a figura não representa); prato de papel (fig. 33); caixa de massas de balança de precisão.

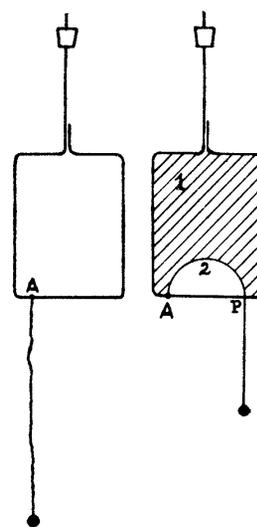
Introduz-se o rectângulo na solução (prêviamente humedecido com a mesma) e, juntamente, como tem de ser, a porção de linha que for indispensável. Retira-se do líquido, segura-se na armação com a mão esquerda colocando o rectângulo horizontalmente, e, segurando na linha que está suspensa; com a mão direita, colocámo-la em arco sobre a lâmina líquida, mais ou menos com a forma com que ficará definitivamente e que a fig. 35 representa. Aperta-se a linha contra o arame, no ponto *P*, entre o polegar e o indicador da mão direita, e

pendura-se a armação pela rolha no suporte de ferro como anteriormente dissemos, de modo que fique vertical. Sem retirar os dedos do ponto *P* rompe-se a região 2 da lâmina líquida. Imediatamente a parte *AP* da linha toma a forma de uma semicircunferência. Alivia-se então um pouco a pressão dos dedos no ponto *P*, o que faz espontaneamente subir ou descer a linha (e, portanto, desviar a posição de *P* para a direita ou para a esquerda) até se estabelecer o equilíbrio entre as forças de tensão do líquido na região 1 e do peso da linha e da bola de cera suspensa. Empregando, como fizemos, o prato de papel, é nesta ocasião, enquanto se alivia a pressão dos dedos em *P*, que se vão colocando as massas marcadas no prato até se conseguir o equilíbrio.

Para calcular o valor da tensão superficial, Van der Mensbrugge esperava que se desse o citado equilíbrio, cortava, com uma tesoura, a parte da linha suspensa, mesmo rente ao ponto *P*, e pesava essa porção de linha com a bola de cera presa a ela. Usando o prato de papel teremos de tomar nota do comprimento da parte da linha suspensa desde *P* (usando uma craveira com as pontas molhadas na solução), no momento do equilíbrio, e tomar nota do comprimento *AP* que é o diâmetro da semicircunferência, no mesmo momento do equilíbrio. Servimo-nos de uma linha da qual já tínhamos determinado o peso por unidade de comprimento.

Obtivemos os seguintes resultados:

Peso da linha empregada por metro de comprimento 0,035 g



Figs. 34 e 35

Comprimento da parte da linha suspensa (dos quais 1 cm utilizado na fixação do gancho metálico) 16 cm

Peso da linha suspensa:

$$\frac{16 \text{ cm} \times 0,035 \text{ g}}{100 \text{ cm}} = 0,0056 \text{ g}$$

Peso do gancho suspenso da linha 0,010 g

Peso do prato, fios de suspensão e anilha metálica. 0,067 g

Média dos pesos colocados no prato em várias experiências efectuadas 0,130 g

Peso total: 0,0056 g + 0,010 g + 0,067 g + 0,130 g = 0,2126 g.

Diâmetro \overline{AB} da semicircunferência formada pela linha (fig. 35) 7,8 cm

O peso total F (fig. 36) exercido à distância $AP = 7,8 \text{ cm}$ do ponto fixo A , foi equilibrado pela força F' da contracção do líquido exercida à distância $AP/2$ do ponto A . A intensidade da força F' é, portanto, igual a $2 \times 0,2126 \text{ g} = 0,4252 \text{ g}$. A tensão superficial do líquido será dada por:

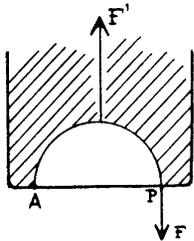


Fig. 36

$$T = \frac{0,4252 \text{ g}}{2 \times 7,8 \text{ cm}} = 0,0273 \text{ g/cm}$$

que equivale a 26,8 dines/cm, valor exactamente igual ao que obtiveramos anteriormente.

*

TABELA dos valores da **Tensão Superficial** de alguns líquidos, expressos em dines/cm (extraídas das *Tables of Physical and Chemical Constants*, by G. W. C. Kaye, tenth edition, 1948)

LÍQUIDO	Temperatura em °C	Substância em contacto com o líquido	Tensão superficial em dines/cm
Água	15	ar	72,8 a 77,6
Água	15	o seu vapor	71,4
Acetona	16,8	o seu vapor	23,3
Ácido acético	20	o seu vapor	23,5
Álcool etílico	20	o seu vapor	22
Azeite	20	ar	32
Benzeno	17,5	ar	29,2
Clorofórmio	15	ar	27,2
Essência de terebintina	15	ar	27,3
Éter	20	o seu vapor	16,5
Mercúrio	20	azoto	465
Sulfureto de carbono	19,4	o seu vapor	33,6

RÓMULO DE CARVALHO

Professor no Liceu D. João III, em Coimbra

A «GAZETA DE FÍSICA» luta pelos interesses dos cientistas portugueses

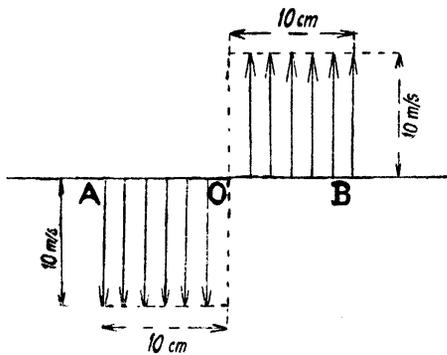
A indústria nacional necessita de físicos e de químicos portugueses

PONTOS DE EXAME

EXAMES UNIVERSITÁRIOS (FÍSICA)

F. C. L. — Óptica — 1.º exame de frequência — 1.ª chamada — 1957

413 — Na ocasião $t = 0$, as posições dos diferentes pontos dum fio elástico não se encontram perturbadas. Nessa mesma ocasião as suas velocidades distribuem-se como se indica na figura



Represente os perfis da onda de deslocamento, nas ocasiões: 0 s; $2,5 \times 10^{-3}$ s; 5×10^{-3} s; $7,5 \times 10^{-3}$ s; e 10^{-2} s. (Velocidade de propagação: 20 m/s.)

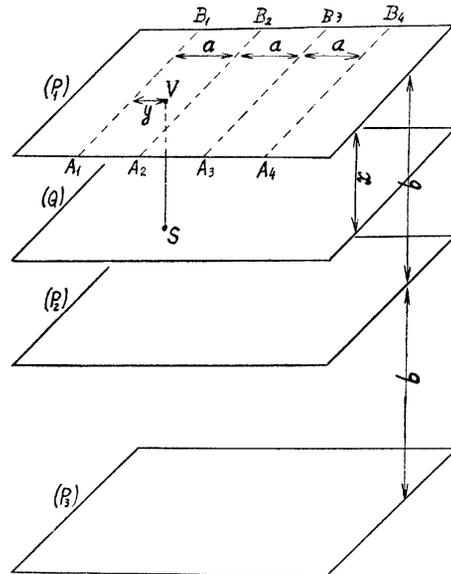
414 — Em certos problemas associa-se, ao movimento duma partícula livre de velocidade \vec{v} , uma onda plana propagando-se na direcção de \vec{v} com as frequências angulares $\omega = \frac{E}{h/2\pi}$ e $K = \frac{p}{h/2\pi}$. E , p e $h/2\pi$ são respectivamente a energia cinética da partícula, a sua quantidade de movimento e a constante de Planck dividida por 2π ($h/2\pi = 1,04 \times 10^{-34}$ joule \times segundo).

- A) Calcule: 1.º) Velocidade de propagação da fase, V_f
- 2.º) Velocidade de propagação do grupo, V_g
- 3.º) Lei da dispersão, $V_f(\omega)$

B) Se a partícula for um electrão e possuir uma energia de 1 e-V, calcule em Angström o comprimento de onda da onda associada.

Dados: $e = 1,6 \times 10^{-19}$ Coulomb
 $m = 9,01 \times 10^{-31}$ kg.

415 — É dada uma onda electromagnética com as seguintes características:



$a = 1$ cm $b = 2$ cm

— sobre o plano P_1 encontram-se linhas A_1B_1 , A_2B_2 ,... sobre as quais \vec{E} é sempre nulo; fora dessas linhas o vector campo está situado sobre o plano e tem a direcção das linhas AB ; a amplitude E_0 num ponto qualquer V tem por expressão

$$E_0 = 20 \operatorname{sen} \frac{\pi y}{a} \text{ (volt/m);}$$

— entre as linhas A_1B_1 e A_2B_2 , a fase é a mesma em todos os pontos, mas difere de 180° da fase dos pontos situados entre A_2B_2 e A_3B_3 , etc.

— sobre os planos P_2 , P_3 , etc., paralelos a P_1 e igualmente distanciados o fenómeno ondulatorio repete-se em todos os seus aspectos; para um plano intermediário Q a única diferença encontra-se na fase: a diferença de fase α entre V e S tem por expressão

$$\alpha = 2\pi \frac{x}{b}$$

Calcule as características das ondas planas livres que permitem interpretar este tipo de onda. Em particular determine a direcção, o sentido, a amplitude e o comprimento de onda.

RESOLUÇÃO DO 1.º PROBLEMA (n.º 413)

O fio elástico é sede de uma perturbação que tem origem no troço AB e se propaga a todos os pontos, provocando deslocamentos transversais variáveis de ponto para ponto e com o tempo, no plano definido pelas direcções das velocidades iniciais entre A e B.

Essa perturbação é, pois, descrita por uma função $y(x,t)$ (x , abcissa de um ponto P, qualquer, do fio, a partir de 0; y , deslocamento do ponto P no instante t , em relação à sua posição inicial) que satisfaz à equação de propagação das ondas, na forma

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (V, \text{ velocidade de propagação})$$

e é por isso uma das soluções contidas em

$$y = f(x - Vt) + g(x + Vt) \dots\dots\dots (1)$$

onde $f(x - Vt)$ e $g(x + Vt)$ representam ondas planas propagando-se na direcção do eixo dos x , no sentido positivo e negativo, respectivamente, com velocidade V . A particularização da expressão geral (1) pelas condições iniciais fornecerá a solução adequada ao problema; previamente, porém, encontremos a expressão da velocidade v de cada ponto P (de direcção perpendicular ao fio), em cada instante t :

$$v(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -Vf'(x - Vt) + Vg'(x + Vt)$$

Nestes termos as condições

$$\begin{cases} y(x,0) = 0 \\ v(x,0) = v_0(x), \end{cases}$$

com

$$v_0(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \text{ fora de } (-10 \text{ cm}, +10 \text{ cm}), \\ 10 \text{ m/s} & \text{para } 0 \leq x \leq 10 \text{ cm} \\ -10 \text{ m/s} & \text{para } -10 \text{ cm} \leq x \leq 0, \end{cases}$$

conduzem a

$$\begin{cases} f(x) + g(x) = 0 \\ -Vf'(x) + Vg'(x) = v_0(x) \end{cases}$$

e portanto a

$$\begin{cases} f(x) = -g(x) \\ g'(x) = \frac{v_0(x)}{2V}; \end{cases}$$

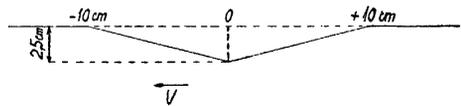
segue-se a integração da 2.ª equação de que resulta:

$$g(x) = \frac{1}{2V} \int_{-\infty}^x v_0(x) dx + C$$

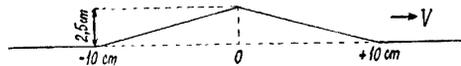
em que C é uma constante que podemos arbitrar nula; e o cálculo numérico dá:

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \leq -10 \text{ cm} \\ -0,25x - 2,5 \text{ (em cm)} & \text{para } -10 \text{ cm} \leq x \leq 0 \\ +0,25x - 2,5 \text{ (em cm)} & \text{para } 0 \leq x \leq 10 \text{ cm} \\ 0 & \text{para } x \geq 10 \text{ cm} \end{cases}$$

O perfil inicial de $g(x + Vt)$ é, portanto, da forma

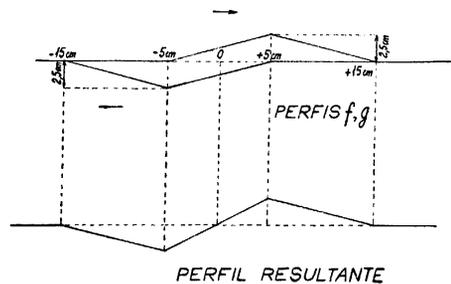


e o perfil inicial de $f(x - Vt)$, da forma



Se supomos não haver dissipação de energia, não ocorre qualquer deformação de cada um destes perfis no decurso do tempo: pode passar-se do perfil inicial para o perfil no instante t por mera translação de $-Vt$ para g , de $+Vt$ para f , de acordo com o significado físico destas funções. Então, para a representação dos perfis, de preferência a trabalhar com a expressão analítica (1), depois das convenientes substituições, lançamos, antes, mão da sobreposição gráfica dos dois perfis transladados de $-Vt$ e $+Vt$, respectivamente, a partir da origem 0.

Exemplificamos para $t = 2,5 \times 10^{-3}$ s.: as translações são, em valor absoluto, de 5 cm.



RESOLUÇÃO DO 2.º PROBLEMA (n.º 414)

A) 1) $V_f = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{mv} = \frac{1}{2}v$

2) $V_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp} = \frac{mvdv}{mdv} = v$

3) De $V_f = \frac{1}{2}v$ e $E = \frac{1}{2}mv^2 (= \frac{1}{2}\pi\omega)$

vem:

$$V_f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2E}{m}} \quad \text{ou} \quad V_f = \sqrt{\frac{h/2\pi}{m}} \cdot \sqrt{\omega}$$

$$B) \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi h/2\pi}{p} = \frac{2\pi h/2\pi}{\sqrt{2mE}};$$

ora, no sistema de Giorgi:

$$\begin{aligned} h/2\pi &= 1,04 \times 10^{-34} \text{ joule} \times \text{seg} \\ E &= 1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ joule} \\ m &= 9,01 \times 10^{-31} \text{ kg}; \end{aligned}$$

e daí resulta:

$$\lambda = \frac{2 \times 3,14 \times 1,04 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9,0 \times 10^{-31} \times 1,6 \times 10^{-19}}} \text{ m} = 1,2 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$\text{ou } \lambda = 12 \text{ \AA}$$

RESOLUÇÃO DO 3.º PROBLEMA (n.º 415)

Supondo tratar-se de uma onda monocromática (frequência angular ω) e sendo \vec{K} o versor das direcções AB, o campo pode representar-se, num mesmo instante t:

a) num ponto V, do plano P₁, entre as linhas A₁B₁ e A₂B₂, à distância y de A₁B₁, por:

$$\vec{E}_v = 20 \text{ sen} \frac{\pi y}{a} e^{i\omega t} \vec{K} \dots\dots\dots (1)$$

b) num ponto T, do plano P₁, entre as linhas A₂B₂ e A₃B₃, à distância y' de A₂B₂, por:

$$\begin{aligned} \vec{E}_T &= 20 \text{ sen} \frac{\pi y'}{a} e^{i(\omega t - \pi)} \vec{K} = \\ &= -20 \text{ sen} \frac{\pi y'}{a} e^{i\omega t} \vec{K}. \end{aligned}$$

Ora, sendo y a distância do ponto T a A₁B₁, tem-se y' = y - a e com isso

$$\vec{E}_T = 20 \text{ sen} \frac{\pi y'}{a} e^{i\omega t} \cdot \vec{K};$$

reconhece-se que o mesmo se dá em todas as outras regiões entre as linhas A B e conclue-se que a expressão (1) é válida para o campo em cada ponto do plano P₁, desde que y represente a distância do ponto a A₁B₁.

Para um ponto U do plano Q, cuja projecção sobre P₁ dista y de A₁B₁, a expressão do campo é, no mesmo instante t:

$$\vec{E}_u = 20 \text{ sen} \frac{\pi y}{a} e^{i(\omega t - 2\pi \frac{x}{b})} \vec{K} \dots\dots\dots (2)$$

traduzindo haver entre Q e P₁ apenas uma diferença de fase $2\pi \frac{x}{b}$; e esta mesma expressão é válida para todo, o ponto do espaço, escolhido um conveniente termo de referência O x y z: origem O em qualquer ponto de A₁B₁, eixo Oz coincidente com A₁B₁, eixo Oy, no plano P₁, perpendicular a A₁B₁; eixo Ox perpendicular ao plano P₁.

Tal expressão representa uma onda que se propaga na direcção do eixo Ox, no sentido positivo, com amplitude modulada na direcção do eixo Oy; ora esta onda pode interpretar-se como a sobreposição de duas ondas livres, de iguais amplitudes e frequências propagando-se segundo direcções do plano xy, cujos versores \vec{s}_1 e \vec{s}_2 fazem ângulos iguais com o eixo Oy e têm sentidos tais que o vector resultante $\vec{s}_1 + \vec{s}_2$ é dirigido no sentido positivo do eixo Ox.

Se for A, o valor comum das amplitudes, ω das frequências, V a velocidade de propagação, α o ângulo que fazem \vec{s}_1 e \vec{s}_2 com o eixo Ox, a expressão do campo vem:

$$\vec{E} = 2A \cos \left(\frac{\omega}{V} y \text{ sen } \alpha \right) e^{i(\omega t - \frac{\omega}{V} x \cos \alpha)} \vec{K} \quad (3)$$

como resultante da sobreposição das duas ondas

$$\vec{E}_1 = Ae^{i(\omega t - \frac{\omega}{V} r \vec{s}_1)} \vec{K}$$

e

$$\vec{E}_2 = Ae^{i(\omega t - \frac{\omega}{V} r \vec{s}_2)} \vec{K}.$$

Para a identificação de (3) com (2) é cómodo mudar, previamente, a origem de O x y z em (2): se y passa a ser no plano P₁ a distância de qualquer ponto à recta intermédia de A₁B₁ e A₂B₂, resulta:

$$\vec{E}_u = 20 \cos \frac{\pi y}{a} e^{i(\omega t - 2\pi \frac{x}{b})} \vec{K} \dots\dots\dots (2')$$

Teremos então:

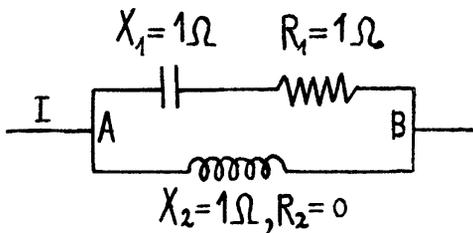
$$\left\{ \begin{aligned} 2A &= 20 \text{ volt} / \text{m} \\ \frac{\pi}{a} &= \frac{\omega}{V} \text{ sen } \alpha \\ \frac{2\pi}{b} &= \frac{\omega}{V} \text{ cos } \alpha \end{aligned} \right. \quad \left(\begin{aligned} a &= 1 \text{ cm} \\ b &= 2 \text{ cm} \end{aligned} \right)$$

donde se tira:

$$\begin{aligned} A &= 10 \text{ volt} / \text{m} \\ \alpha &= 45^\circ \\ \lambda &= 2\pi \frac{V}{\omega} = 1,41 \text{ cm} \end{aligned}$$

F. C. L. — Curso Geral de Física. Exame final — Ponto n.º 4 — 14 de Julho de 1956.

- 416 — a) Lei de AMPÈRE.
b) Medição de resistência eléctrica, pelo processo da perda de carga.
c) Bobina de reacção e bobina de choque.
- 417 — a) Lei de JOULE, da corrente alternada.
b) Efeito piezo-eléctrico.
c) Efeito de TYNDALL.
- 418 — a) Actividade óptica.
b) Acção do campo eléctrico sobre uma carga pontual móvel.
c) Microscópio electrónico.
- 419 — Calcule a corrente I na linha, sabendo que tensão entre A e B é 14,2 V eficaz.



R: O problema, sobre uma rede de condutores percorridos por corrente alternada, pode ser resolvido pelo método dos imaginários. Associam-se, como se fossem duas resistências em paralelo, as impedâncias imaginárias dos lados da malha figurada (Z'_1, Z'_2); e calcula-se a impedância imaginária equivalente do circuito (Z). O módulo desta grandeza é a impedância equivalente do circuito (Z), que intervém na aplicação da lei de OHM ao circuito entre A e B.

Tem-se:

$$1/Z' = 1/Z'_1 + 1/Z'_2 = 1/(R_1 - jX_1) + 1/(R_2 + jX_2),$$

$$Z' = 1 + j$$

$$|Z'| = Z = 1,42 \Omega$$

$$I = V/Z = 10,0 \text{ A eficaz}$$

Resolução de A Silvério

F. C. L. — Curso Geral de Física. Exame final — Ponto n.º 5 — 19 de Julho de 1956.

- 420 — a) Efeito de OERSTED.
b) Acções electromagnéticas.
c) Lei de OHM, da corrente alternada.

- 421 — a) Campo magnético girante.
b) Efeito termiónico.
c) Actividade óptica.

- 422 — a) Rede de difracção.
b) Efeito de RAMAN.
c) Equação de BRAGG.

423 — Calcula-se, por via clássica, a velocidade de uma partícula com carga eléctrica, submetida a partir do repouso a uma dada tensão, obtendo-se o valor $1,41.c$, com e velocidade de propagação da luz no vácuo. Determine a verdadeira velocidade da partícula.

Se a partícula fosse um electrão ($m_0 = 9,1 \times 10^{-28} \text{ g}$; $e = 4,80 \times 10^{-10} \text{ U. Es.}$), qual seria a tensão aplicada?

R: O valor da velocidade da partícula, que se apresenta, $v = 1,41.c$ (superior ao valor da velocidade c de propagação da luz no vácuo), é evidentemente estranho ao problema relativista proposto. Porém, o conhecimento da via (clássica) por que foi obtido permite avaliar o grau de dependência, de m_0 , do primeiro membro da expressão

$$eV = mc^2 - m_0c^2, \tag{1}$$

que vale em teoria da relatividade: tem-se

$$eV = m_0v^2/2. \tag{2}$$

As anteriores expressões da energia cinética da partícula de carga eléctrica e , submetida a partir do repouso à tensão V , conduzem à relação

$$m = m_0 (1 + v^2/2c^2),$$

entre as massas m_0 e m da partícula, em repouso e em movimento com a velocidade (relativista) v_r , respectivamente. Por comparação à equação de transformação da massa,

$$m = m_0/R_v, \tag{3}$$

vem então

$$R_v \equiv \sqrt{1 - v_r^2/c^2} = 1/2,00,$$

logo

$$v_r = 0,87.c.$$

No caso de a partícula ser um electrão, calcula-se a tensão aplicada introduzindo em (2), ou em (1-3), os dados fornecidos e o valor determinado do factor de LORENTZ R_v . Resulta

$$V = 1,00 \times m_0c^2/e = 17,1 \times 10^2 \text{ U. Es.}$$

Resolução de A. Silvério

F. C. L. — Ano lectivo de 1956-57 — Mecânica Física — 1.ª chamada.

424 — Achar o valor de $\text{div}(\vec{a} \times \vec{b})$

425 — Demonstrar, que no caso de um ponto actuado por forças conservativas, a soma das energias potencial e cinética é constante.

426 — Partindo da expressão

$$\vec{f} = \frac{d}{dt}(m \dot{\vec{r}})$$

fornecida pela mecânica relativista, demonstrar que um ponto material actuado por uma força central, descreve uma trajectória plana.

F. C. L. — Ano lectivo de 1956-57 — Termodinâmica — 1.º exame de frequência — 1.ª chamada.

427 — Diga por que razão se torna possível aproveitar os gases na medição de temperaturas e quais as operações que lhe parece deveria realizar se tivesse de medir a temperatura de um corpo com uma porção de um gás que tomasse como substância termométrica.

428 — Considerando um sistema no qual não actuam forças gravíticas, nem quaisquer outras forças de volume, deduza a expressão do trabalho cedido ao meio exterior pelo sistema, quando este sofre uma transformação elementar, que leva a sua superfície exterior para uma posição final infinitamente próxima da inicial.

429 — Diga o que se entende por energia interna e aduza razões justificativas de que esta grandeza só depende do estado do sistema.

F. C. L. — Ano lectivo de 1956-57 — Electricidade — 1.º exame de frequência — 2.ª chamada.

430 — Admitindo que as atracções e repulsões eléctricas são coulombianas, e sabendo que, nesta hipótese, o fluxo do campo \vec{E} , criado por uma carga pontual q , através de um elemento de superfície dS , para o lado da respectiva normal \vec{n} ,

$$d\Phi = \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = E dS \cos(\vec{E}, \vec{n})$$

tem o valor absoluto

$$|d\Phi| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\omega,$$

em que $d\omega$ é o ângulo sólido definido pela carga q e por dS , demonstrar, no caso de q ser uma carga positiva, que o fluxo de \vec{E} que sai de uma superfície qualquer fechada, que envolve q , é dado por

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$R: \Phi = \int_S d\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \int_S E \cos(\vec{E}, \vec{n}) dS$$

como q é positivo, o ângulo de \vec{E} com a normal exterior a S , \vec{n} , é agudo (se a semi-recta $q \rightarrow dS$ só encontrar S num ponto); então,

$$\cos(\vec{E}, \vec{n}) > 0 \text{ e } |d\Phi| = d\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\omega;$$

e vem:

$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\omega = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_S d\omega = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Se a semi-recta $q \rightarrow dS$ encontra S em mais de um ponto, este número de pontos é ímpar; a um dado $d\omega$ corresponde um número ímpar de elemento dS , para os quais é alternadamente, $\cos(\vec{E}, \vec{n})$ positivo e negativo e cujas contribuições, por isso, se reduzem duas a duas, excepto a do dS mais longe de q , que tem de dar contribuição positiva; e ainda vem o mesmo valor para Φ .

431 — Calcule o potencial ϕ de uma esfera de raio a , cheia com uma carga eléctrica homogénea de densidade ρ , num ponto situado no exterior da esfera, aproveitando o facto da solução ser da forma geral,

$$\phi = \frac{a}{r},$$

válida para todos os sistemas de cargas dotados de simetria esférica.

Para obter ϕ basta determinar o valor da constante a .

Para obter a calcula-se o fluxo Φ do campo \vec{E} através duma esfera concêntrica com a das cargas e que passa pelo ponto potenciado P . Este fluxo é igual ao cociente q/ϵ_0 , em que q é a carga total. Vem, pois:

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_{\text{esfera}} \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \int E(r) \cdot r^2 \underbrace{\sin\theta d\theta d\phi}_{d\omega} = \\ &= E(r) \cdot r^2 \cdot 4\pi = 4\pi r^2 E(r) = \frac{q}{\epsilon_0} \end{aligned}$$

Esta expressão obtém-se devido ao facto de E ser radial (paralelo ou antiparalelo a \vec{n}) devido à simetria esférica.

rica; e por essa mesma razão, é função exclusiva de r e também (independente de θ e φ): logo,

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2};$$

Mas, de

$$\varphi = a/r \text{ e de } \vec{E} = -\text{grad } \varphi = -\left(-\frac{q}{r^2} \vec{r}_0\right),$$

resulta

$$E(r) = \frac{a}{r^2};$$

$$a = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}$$

A expressão do potencial é, pois,

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

432 — Calcule a energia W , que é preciso dar a um sistema de três cargas pontuais para as trazer desde o infinito até aos pontos P_1, P_2, P_3 . Dê a expressão obtida uma forma simétrica.

Resoluções de Telles Antunes

Noticiário

Curso de Mecânica Quântica e Física Nuclear

De 8 a 31 do passado mês de Maio, esteve entre nós, a convite do Instituto de Alta Cultura, o Prof. Edmond Bauer, da Faculdade de Ciências de Paris.

Realizou, no Instituto Superior Técnico, nove lições de Introdução à Mecânica Quântica, integradas no Curso de Mecânica Quântica e Física Nuclear que a Comissão de Estudos de Energia Nuclear está levando a efeito, desde Janeiro deste ano.

O Prof. Bauer deslocou-se ainda ao Porto onde proferiu, no dia 29, uma conferência sobre o problema do determinismo em Física Moderna.

Damos a seguir um sumário elucidativo dos assuntos versados naquelas lições:

Introdução histórica; ondas luminosas e fotões. Velha teoria de Bohr; estados estacionários e radiação. Átomo de hidrogénio. Extensão da teoria por Sommerfeld; dificuldades da teoria. Princípio da correspondência. Ideia da mecânica das matrizes de Heisenberg e Born. Mecânica ondulatória de L. de Broglie; função de onda no espaço; ondas planas. Relações de incerteza; localização no espaço das configurações e no espaço dos momentos. Definição geral de um estado e da sua representação; operadores e funções próprias. Postulados da teoria do fotão; dedução por correspon-

dência da equação de Schrödinger; operadores e grandezas físicas. Postulados gerais da Mecânica Quântica. Alguns problemas a uma variável. Átomo de hidrogénio; níveis de energia e funções de onda.

N. M. M.

Programa dos cursos ministrados na Escola de Isótopos, de Harwell

United Kingdom Atomic Energy Authority — Syllabus of Courses Held at The Isotope School, A. E. R. E. Harwell.

The Isotope School which is part of the Isotope Division at the Atomic Energy Research Establishment and situated outside the Security Fence was started in April 1951 with the object of providing a basic course of instruction in the measurement, handling and uses of radioisotopes. By June of 1955 over 400 students had attended the course.

Scope and Aims

The courses, which last four weeks and take place about seven times a year, are intended for students of graduate level in a suitable branch of science who wish to use radioisotopes as a tool for research or technology. Specialised training in particular applications of isotopes is not given. The emphasis is on the practical aspects of

the work and students are encouraged to discuss their proposed applications with the staff, or with specialists from other groups at Harwell. Details of the lectures, films and visits are given at the beginning of each course. The broad outline of the subjects covered in the lectures and practical work is given in the appendix. The school is open between 9.00 a. m. and 5.30 p. m. from Monday to Friday.

Equipment

The school is well equipped with modern electronic and other apparatus and opportunities are given to make use of equipment of many different types. The ordinary materials required by students, such as note books and laboratory coats are supplied by the school.

Fees

The fee for the course is £40 and includes the cost of irradiations and other services provided during the course. It does not include accommodation, daily transport or meals. Bills for course fees will be sent out before the start of a course and remittances should be sent to the Isotope School payable to United Kingdom Atomic Energy Authority, Research Group (A. E. R. E. Harwell).

Application

The official form should be completed and returned to the Isotope School. Applications are submitted to the Management Committee of the Isotope School which decides whether applicants can be accepted. Since the number of students who can be accommodated on a course is limited, there is often a waiting list, and it is advisable to consult the school about vacancies.

Accommodation

Accommodation in the neighbourhood of the Atomic Energy Research Establish-

ment is limited, and where requested to do so the Isotope School will make initial arrangement for living accommodation. Any particular requirements in this respect should be stated when returning the completed application form.

Transport

Students are collected from Didcot Station on the evening before the start of a course. In most cases it is possible to arrange daily transport between the hotels and the school at the normal rates payable by the staff at Harwell.

Reals

Midday meals are available at Harwell.

Other Courses

Enquiries about courses on Reactor Engineering should be addressed to The Reactor School A. E. R. E. From time to time short courses on Electronics are held by the Electronics Division to whom enquiries should be addressed.

APPENDIX I

SYLLABUS OF LECTURES

1. *Nuclear Physics*

Nuclear structure; nuclear reactions; the production of radioisotopes.

2. *Radioactivity*

Radioactive decay. Nature and properties of radiations and their interaction with matter.

3. *Radiochemistry*

Chemical considerations, in particular as applied to tracer techniques. Use of radioisotopes in analysis and research.

4. *Instruments*

Methods of detection and measurement of ionising radiations. The scope and limitation of various methods of measurement.

5. *Health Physics*

Dosimetry, Shielding. Maximum permissible levels. Design of laboratories. Radiation and contamination monitoring.

6. *Miscellaneous*

a) Feasibility of experiments and the preparation of sources.

b) Industrial applications of isotopes.

c) Availability of Isotopes and irradiation facilities.

d) Additional specialised lectures according to demand and available time.

Training, industrial and medical films are used, and, visits are arranged to certain laboratories and installations, in particular to the Radiochemical Centre at Amersham.

4. Gamma ray absorption from a gold 198 source.

Comparison of beta and gamma counting efficiency of a geiger counter.

Use of a Feather analyser to determine beta particle range.

5. Backscattering with beta particle sources using phosphorus 32 and sulphur 35.

6. Self absorption of a beta particle source.

Preparation of calcium 45 sources.

7. Szilard Chalmers reaction on ethyl iodide. The use of liquid counters.

Determination of the half life of iodine 128.

8. The absorption of phosphorus 32 on ferric hydroxide.

9. The secondary activities produced by irradiation of sodium chloride. The radiochemical separation and identification of phosphorus 32, sulphur 35 and chlorine 36 using carriers and hold back carriers.

10. Radioactivation analysis. Estimation of copper in various specimens.

11. Paper chromatography coupled with autoradiography to show the separation of sodium, potassium and bromine. Identification by absorption curves and half lives.

11. Use of a proportional counter to measure carbon 14 and other low energy beta emitters.

13. Use of a scintillation counter to measure gamma emitters.

Students are encouraged to discuss individual problems with the staff, and in the latter part of the course it is sometimes possible for them to do a small amount of preliminary work in connection with their own particular applications of radioisotopes. A number of additional experiments are available, giving practice in other techniques e. g. Autoradiography, Gamma Radiography, Gas counting, Use of liquid scintillators, and Gamma spectrometry.

APPENDIX II

BASIC EXPERIMENTS

Each experiment is preceded by a lecture describing the object of the experiment and the techniques employed.

1. Geiger counters, the plateau. The preparation of uranium reference sources.

2. Geiger counters, statistics.

3. Beta particle absorption curves. The preparation of phosphorous 32 sources, dilutions, pipetting.

The use of monitors to find contamination.

Cleaning of contaminated glass ware. Determination of the range of beta particles. Corrections for paralysis time and background.

Preparation of Feather analyser.

OS MAIORES CÁLCULOS

NA MAIS PEQUENA MÁQUINA



CURTA

* C/ GARANTIA DE FÁBRICA

REPRESENTANTES EXCLUSIVOS

NUCLEON
EQUIPAMENTOS DE PRECISÃO, L.^{DA}

Av. António Aug. Aguiar, 165
Telefs. 730103/6 — LISBOA

MICROSCÓPIOS

WILD
HEERBRUGG

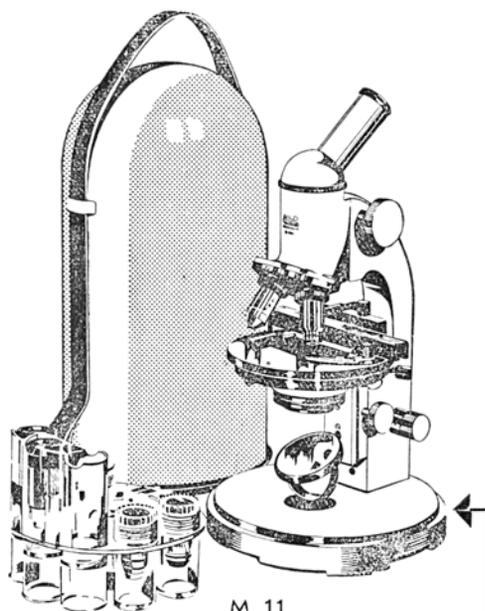
MONO E BINOCULARES

CONTRASTES DE FASE SIMPLES
E VARICOLOR

MICROFOTOGRAFIA

PROJECCÃO

OBSERVAÇÃO COM LUZ DO DIA,
ELÉCTRICA E POLARIZADA



M. 11

PIMENTEL & CASQUILHO, L.^{DA}

RUA DAS PORTAS DE SANTO ANTÃO, 75 — TELEFONE 24314 — LISBOA