vem:

$$V_f = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2E}{m}} \quad ou \quad V_f = \sqrt{\frac{h/2\pi}{m}} \cdot \sqrt{\omega}$$

B) $$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\, h/2\pi}{p} = \frac{2\pi\, h/2\pi}{\sqrt{2mE}};$$

ora, no sistema de Giorgi:

$$\begin{aligned} h/2\pi &= 1{,}04 \times 10^{-34} \ \text{joule} \times \text{seg} \\ E &= 1 \ \text{eV} = 1{,}6 \times 10^{-19} \ \text{joule} \\ m &= 9{,}01 \times 10^{-31} \ kg; \end{aligned}$$

e daí resulta:

$$\lambda = \frac{2 \times 3{,}14 \times 1{,}04 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9{,}0 \times 10^{-31} \times 1{,}6 \times 10^{-19}}} \text{m} = 1{,}2 \times 10^{-11} \ \text{m}$$

$$\text{ou} \quad \lambda = 12 \ \text{Å}$$

RESOLUÇÃO DO 3.º PROBLEMA (n.º 415)

Supondo tratar-se de uma onda monocromática (frequência angular ω*) e sendo* $\vec{K}$ *o versor das direcções* AB*, o campo pode representar-se, num mesmo instante* t*:*

a) *num ponto* V*, do plano* P_1*, entre as linhas* A_1B_1 *e* A_2B_2*, à distância* y *de* A_1B_1*, por:*

$$\vec{E}_V = 20 \, \text{sen} \frac{\pi y}{a} e^{i\omega t} \vec{K} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

b*) num ponto* T*, do plano* P_1*, entre as linhas* A_2B_2 *e* A_3B_3*, à distância* y' *de* A_2B_2*, por:*

$$\begin{aligned} \vec{E}_T &= 20 \, \text{sen} \frac{\pi y'}{a} e^{i(\omega t - \pi)} \vec{K} = \\ &= -20 \, \text{sen} \frac{\pi y'}{a} e^{i\omega t} \vec{K}. \end{aligned}$$

Ora, sendo y a *distância do ponto* T a A_1B_1*, tem-se* y' = y − a *e com isso*

$$\vec{E}_T = 20 \, \text{sen} \frac{\pi y'}{a} e^{i\omega t} \cdot \vec{K};$$

reconhece-se que o mesmo se dá em todas as outras regiões entre as linhas A B *e conclue-se que a expressão* (1) *é válida para o campo em cada ponto do plano* P_1*, desde que* y *represente a distância do ponto a* A_1B_1*.*

Para um ponto U *do plano* Q*, cuja projecção sobre* P_1 *dista* y *de* A_1B_1*, a expressão do campo é, no mesmo instante* t*:*

$$\vec{E}_U = 20 \, \text{sen} \frac{\pi y}{a} e^{i\left(\omega t - 2\pi \frac{x}{b}\right)} \vec{K} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

traduzindo haver entre Q e P_1 *apenas uma diferenca de fase* $2\pi \frac{x}{b}$*; e esta mesma expressão é válida para todo, o ponto do espaço, escolhido um conveniente terno de referência* O x y z*: origem* O *em qualquer ponto de* A_1B_1*, eixo* Oz *coincidente com* A_1B_1*, eixo* Oy*, no plano* P_1*, perpendicular a* A_1B_1*; eixo* Ox *perpendicular ao plano* P_1*.*

Tal expressão representa uma onda que se propaga na direcção do eixo Ox*, no sentido positivo, com amplitude modulada na direcção do eixo* Oy*; ora esta onda pode interpretar-se como* a *sobreposição de duas ondas livres, de iguais amplitudes e frequências propagando-se segundo direcções do plano* xy*, cujos versores* $\vec{s_1}$ *e* $\vec{s_2}$ *fazem ângulos iguais com o eixo* Oy *e têm sentidos tais que o vector resultante* $\vec{s_1} + \vec{s_2}$ *é dirigido no sentido positivo do eixo* Ox*.*

Se for A*, o valor comum das amplitudes,* ω *o das' frequências,* V *a velocidade de propagação,* α *o ângulo que fazem* $\vec{s_1}$ *e* $\vec{s_2}$ *com o eixo* Ox*, a expressão do campo vem:*

$$\vec{E} = 2A \cos\left(\frac{\omega}{V} y \ \text{sen} \ \alpha\right) e^{i\left(\omega t - \frac{\omega}{V} x \cos \alpha\right)} \vec{K} \qquad (3)$$

como resultante da sobreposição das duas ondas

$$\vec{E_1} = A e^{i\left(\omega t - \frac{\omega}{V} \vec{r} \vec{s_1}\right)} \vec{K}$$

e

$$\vec{E_2} = A e^{i\left(\omega t - \frac{\omega}{V} \vec{r} \vec{s_2}\right)} \vec{K}.$$

Para a identificação de (3) *com* (2) *é cómodo mudar, prèviamente, a origem de* O x y z *em* (2)*: se* y *passa a ser no plano* P_1 *a distância de qualquer ponto à recta intermédia de* A_1B_1 *e* A_2B_2*, resulta:*

$$\vec{E}_U = 20 \cos \frac{\pi y}{a} e^{i\left(\omega t - 2\pi \frac{x}{b}\right)} \vec{K} \ \ldots\ldots\ldots\ldots (2')$$

Teremos então:

$$\left\{ \begin{aligned} 2A &= 20 \, \text{volt/m} \\ \frac{\pi}{a} &= \frac{\omega}{V} \text{sen} \, \alpha \\ \frac{2\pi}{b} &= \frac{\omega}{V} \cos \alpha \end{aligned} \right. \qquad \begin{pmatrix} a = 1 \ \text{cm} \\ b = 2 \ \text{cm} \end{pmatrix}$$

donde se tira:

$$\begin{aligned} A &= 10 \ \text{volt/m} \\ \alpha &= 45° \\ \lambda &= 2\pi \frac{V}{\omega} = 1{,}41 \ \text{cm} \end{aligned}$$

Resoluções de Noémio Marques

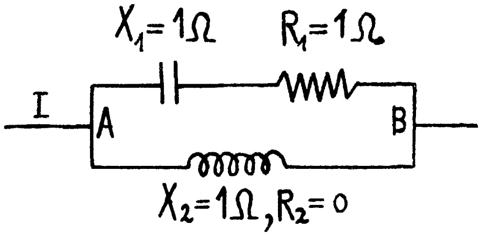
F. C. L. — Curso Geral de Física. Exame final — Ponto n.º 4 — 14 de Julho de 1956.

416 — *a*) Lei de Ampère.
b) Medição de resistência eléctrica, pelo processo da perda de carga.
c) Bobina de reacção e bobina de choque.

417 — *a*) Lei de Joule, da corrente alternada.
b) Efeito piezo-eléctrico.
c) Efeito de Tyndall.

418 — *a*) Actividade óptica.
b) Acção do campo eléctrico sobre uma carga pontual móvel.
c) Microscópio electrónico.

419 — Calcule a corrente *I* na linha, sabendo que tensão entre *A* e *B* é *14,2 V eficaz.*



R: *O problema, sobre uma rede de condutores percorridos por corrente alternada, pode ser resolvido pelo* método dos imaginários. *Associam-se, como se fossem duas resistências em paralelo, as impedâncias imaginárias dos lados da malha figurada* (Z'_1, Z'_2); *e calcula-se a impedância imaginária equivalente do circuito* (Z'). *O módulo desta grandeza é a impedância equivalente do circuito* (Z), *que intervem na aplicação da lei de* Ohm *ao circuito entre* A *e* B.
Tem-se:

$$1/Z' = 1/Z'_1 + 1/Z'_2 = 1/(R_1 - jX_1) + 1/(R_2 + jX_2),$$

$$Z' = 1 + j$$

$$|Z'| = Z = 1{,}42\ \Omega$$

$$I = V/Z = 10{,}0\ \text{A eficaz}$$

Resolução de A Silvério

F. C. L. — Curso Geral de Física. Exame final — Ponto n.º 5 — 19 de Julho de 1956.

420 — *a*) Efeito de Oersted.
b) Acções electromagnéticas.
c) Lei de Ohm, da corrente alternada.

421 — *a*) Campo magnético girante.
b) Efeito termiónico.
c) Actividade óptica.

422 — *a*) Rede de difracção.
b) Efeito de Raman.
c) Equação de Bragg.

423 — Calcula-se, por via clássica, a velocidade de uma partícula com carga eléctrica, submetida a partir do repouso a uma dada tensão, obtendo-se o valor *1,41.c,* com *e* velocidade de propagação da luz no vácuo. Determine a verdadeira velocidade da partícula.

Se a partícula fosse um electrão ($m_0 = 9{,}1 \times 10^{-28}$ *g*; $e = 4{,}80 \times 10^{-10}$ *U. Es.*), qual seria a tensão aplicada?

R: *O valor da velocidade da partícula, que se apresenta,* v = 1,41.c *(superior ao valor da velocidade* c *de propagação da luz no vácuo), é evidentemente estranho ao problema relativista proposto. Porém, o conhecimento da via (clássica) por que foi obtido permite avaliar o grau de dependência, de* m_0, *do primeiro membro da expressão*

$$eV = mc^2 - m_0 \cdot c^2, \tag{1}$$

que vale em teoria da relatividade: tem-se

$$eV = m_0 \cdot v^2/2. \tag{2}$$

As anteriores expressões da energia cinética da partícula de carga eléctrica e, *submetida a partir do repouso à tensão* V, *conduzem à relação*

$$m = m_0\,(1 + v^2/2c^2),$$

entre as massas m_0 *e* m *da partícula, em repouso e em movimento com a velocidade (relativista)* v_r, *respectivamente. Por comparação à equação de transformação da massa,*

$$m = m_0/R_v, \tag{3}$$

vem então

$$R_v \equiv \sqrt{1 - v_r^2/c^2} = 1/2{,}00,$$

logo

$$v_r = 0{,}87.c.$$

No caso de a partícula ser um electrão, calcula-se a tensão aplicada introduzindo em (2), *ou em* (1–3), *os dados fornecidos e o valor determinado do factor de* Lorentz R_v. *Resulta*

$$V = 1{,}00 \times m_0 \cdot c^2/e = 17{,}1 \times 10^2\ \text{U. Es.}.$$

Resolução de A. Silvério