

Quando em 1905, um jovem funcionário da Repartição de Patentes de Berna, na Suíça, publicou cinco artigos na prestigiada revista científica "Annalen der Physik", as suas ideias alteraram profundamente a Física. O primeiro trabalho foi, precisamente, sobre o *quantum* de luz.

EDUARDO LAGE

Departamento de Física da Faculdade de Ciências  
da Universidade do Porto

Rua do Campo Alegre, 687

4169-007 Porto

eslage@fc.up.pt

# O CENTENÁRIO DO QUANTUM DE LUZ

Em 1905, um jovem técnico, funcionário de segunda classe da Repartição de Patentes de Berna (Suíça), publicou cinco artigos na prestigiada revista "Annalen der Physik". Não eram os primeiros artigos escritos por Albert Einstein, nascido a 14 de Março de 1879, mas as ideias expostas nas publicações de 1905 iriam alterar profundamente a Física. Por ordem cronológica de recepção na revista, os trabalhos versam os seguintes temas:

17 de Março - O *quantum* de luz.

11 de Maio - Movimento browniano.

30 de Junho - Relatividade restrita.

27 de Novembro - Segundo artigo sobre relatividade restrita (dedução da famosa equação  $E=mc^2$ ).

19 de Dezembro - Segundo artigo sobre movimento browniano.

Se se acrescentar que, em 30 de Abril desse mesmo ano, Albert Einstein ainda submeteu a sua tese de doutoramento sobre viscosidade de uma solução diluída de micropartículas e sua relação com o coeficiente de difusão<sup>1</sup>, temos de aceitar como inteiramente adequada a designação de *annus mirabilis* dada a 1905. O centenário celebra-se agora em todo o mundo, justificando a declaração, pela UNESCO e pela ONU, de 2005 como Ano Internacional/Mundial da Física.

Irei, aqui, considerar com algum pormenor o primeiro dos artigos citados - não por ser o primeiro, nem tão pouco por ele ter servido para justificar o Prémio Nobel de 1921, mas porque revela claramente o génio do seu autor. Perceber-se-á por que razão Albert Einstein considerou esse o único trabalho verdadeiramente revolucionário que fez em toda a sua vida.



Einstein em 1905

O artigo [1], com o título "Sobre um ponto de vista heurístico relativo à geração e conversão da luz", tem apenas 17 páginas, das quais 9 tratam de questões de termodinâmica e mecânica estatística e menos de 3 do efeito fotoelétrico (estas são talvez hoje a sua parte mais conhecida). Não irei tratar o artigo [2] em pormenor, antes me concentrarei nos seus aspectos mais relevantes, usando notações matemáticas actualizadas.

## PRELIMINARES

Em Outubro de 1900, Max Planck propôs uma expressão matemática que se ajustava bem aos resultados experimentais obtidos para a radiação do corpo negro[3]. O problema, formulado por Kirchoff em 1859, consiste em caracterizar a radiação electromagnética em equilíbrio térmico (a uma certa temperatura absoluta) com matéria que a absorve completamente e, por isso, também a emite completamente. Designando por  $u_\nu d\nu$  a energia, por unidade de volume, contida nas ondas electromagnéticas com frequências no intervalo  $(\nu, \nu+d\nu)$ , a fórmula proposta por Planck é:

$$u_\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\beta h\nu} - 1}, \quad (1)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo,  $\beta = 1/kT$ , com  $k$  a constante de Boltzmann,  $T$  a temperatura absoluta e  $h$  uma constante ajustável, que passou a ser conhecida por constante de Planck. Esta fórmula reproduzia exactamente o limite de Wien ( $\beta h\nu \gg 1$ ):

$$u_\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \nu^3 e^{-\beta h\nu} \quad (2)$$

e também parecia ajustar-se correctamente aos desvios a este limite observados experimentalmente para mais baixas frequências.

Em Dezembro de 1900, Planck apresentou uma dedução da sua expressão. Para isso, admitiu que a radiação é absorvida e emitida por osciladores harmónicos unidimensionais (de frequência natural  $\nu$  e fraco amortecimento), obtendo, a partir das equações básicas da mecânica e do electromagnetismo, uma relação entre a densidade de energia electromagnética e a energia média ( $E_\nu$ ) do oscilador:

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} E_\nu \quad (3)$$

Usando a Eq. (1), Planck deduziu:

$$E_\nu = \frac{h\nu}{e^{\beta h\nu} - 1} \quad (4)$$

e, por simples recurso ao formalismo da termodinâmica

$$\frac{ds_\nu}{dE_\nu} = \frac{1}{T},$$

obteve a entropia por oscilador:

$$s_\nu = k \left[ \left( 1 + \frac{E_\nu}{h\nu} \right) \log \left( 1 + \frac{E_\nu}{h\nu} \right) - \frac{E_\nu}{h\nu} \log \frac{E_\nu}{h\nu} \right]. \quad (5)$$

A justificação encontrada por Planck para esta fórmula assenta em duas hipóteses, totalmente alheias à física clássica:

1ª - Se se considerarem  $N$  osciladores iguais, a energia total  $NE_\nu$  distribui-se pelos osciladores em "elementos" (*quanta*), como lhes chamou Planck, de grandeza  $h\nu$ .

2ª - Os  $Q_\nu = \frac{NE_\nu}{h\nu}$  "elementos" de energia não são, apenas, iguais como indistinguíveis, o que determina que o número de maneiras de os distribuir pelos  $N$  osciladores é:

$$W_N = \frac{(N-1+Q_\nu)!}{(N-1)!Q_\nu!} \quad (6)$$

conhecida hoje por distribuição de Planck.

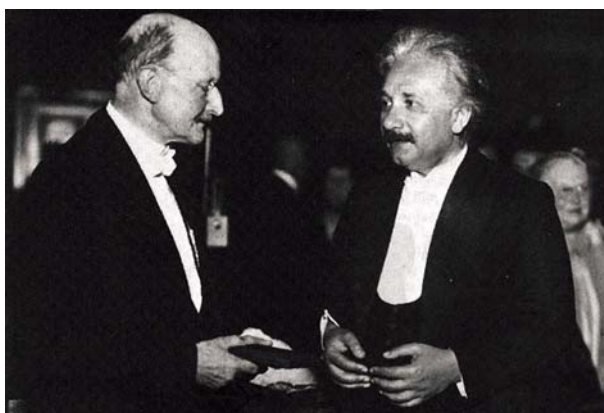
Usando a conhecida expressão de Boltzmann para a entropia:

$$Ns_\nu = k \log W_N \quad (7)$$

e admitindo  $N \gg 1$ ,  $Q_\nu \gg 1$  (o que permite utilizar a fórmula de Stirling), facilmente se reproduz a Eq. (5).

A explicação de Planck foi encarada, na época, como uma curiosidade, uma forma hábil de resolver o problema da radiação do corpo negro, mas que não deveria ser levada muito a sério. A comunidade dos físicos de então considerava que as hipóteses de Planck escondiam a complexidade da interacção radiação - matéria e que uma teoria mais bem fundamentada não só justificaria (ou, mesmo, eliminaria) aquelas hipóteses como permitiria deduzir o valor da constante  $h$ . Só o jovem Einstein considerou seriamente a proposta de Planck.

### O QUANTUM DE LUZ



Max Planck e Albert Einstein

No seu artigo de Março de 1905, Albert Einstein começa por notar que a mecânica estatística clássica dá uma resposta bem definida para a energia média de um oscilador ( $E_v = kT$ ) pelo que a previsão clássica para a Eq. (3) seria:

$$u_v = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT. \quad (8)$$

Aparentemente, Einstein desconhecia que este resultado havia sido obtido (sem o factor 8) por Rayleigh, em 1900. A correcção do factor 8 foi feita por James Jeans, em Junho de 1905, isto é, após o trabalho de Einstein, sendo um pouco irónico que a Eq. (8) tivesse passado a designar-se por limite de Rayleigh-Jeans.

Esta previsão está, contudo, em desacordo com a experiência e esse desacordo é tanto mais pronunciado quanto maior for a frequência ou menor for a temperatura, isto é, quanto mais próximo estivermos do limite de Wien. Haveria, pois, que entender-se este limite. Para isso, Einstein vai considerá-lo um dado experimental da radiação térmica e procura caracterizar o campo de radiação sem qualquer recurso a osciladores materiais. Repete, em parte, o raciocínio de Planck - usa a Eq. (3) e deduz a entropia ( $S_v$ ), para radiações de frequência no intervalo  $(\nu, \nu + d\nu)$  encerradas num volume  $V$ :

$$S_v = k \frac{U_v}{h\nu} \left[ 1 + \log \left( \frac{8\pi h\nu^3 V d\nu}{U_v} \right) \right], \quad (9)$$

onde  $U_v = \int V u_\nu d\nu$  é a energia electromagnética contida no volume  $V$ .

Suponhamos agora - propõe-nos Einstein - que este volume está isolado e dividido em dois sub-volumes  $V_1$  e  $V_2$ , separados por uma janela apenas transparente para radiações de frequência em  $(\nu, \nu + d\nu)$ . Então, radiação e, portanto, energia, com esta frequência está continuamente a ser trocada entre os dois sub-volumes; isto é, há flutuações de energia em cada sub-volume. Qual é a probabilidade  $P(U_v^{(1)})$  de se observar a energia  $U_v^{(1)}$  no sub-volume  $V_1$ ? Segundo a mecânica estatística, essa probabilidade é dada por:

$$P(U_v^{(1)}) \propto e^{(S_v^{(1)}(U_v^{(1)}) + S_v^{(2)}(U_v^{(2)})) / k}$$

onde os índices se referem a cada um dos sub-volumes. Usando, a Eq. (9) e lembrando que  $U_v^{(1)} + U_v^{(2)}$  é constante, uma vez que o volume total  $V_1 + V_2$  está isolado, obtém-se:

$$P(U_v^{(1)}) \propto \left( \frac{V_1}{U_v^{(1)}} \right)^{\frac{U_v^{(1)}}{h\nu}} \left( \frac{V_2}{U_v^{(2)}} \right)^{\frac{U_v^{(2)}}{h\nu}} \quad (10)$$

É aqui que surge o génio de Einstein - ele faz uma pergunta simples: onde já se viu uma expressão semelhante? A resposta é surpreendente: compare-se a Eq. (10) com a probabilidade de encontrar  $N_1$  partículas, no volume  $V_1$ , de um gás perfeito (com  $N = N_1 + N_2$  partículas), encerrado no mesmo volume  $V$ :

$$P(N_1) = \binom{N}{N_1} \left( \frac{V_1}{V} \right)^{N_1} \left( \frac{V_2}{V} \right)^{N_2} \propto \binom{N}{N_1} \left( \frac{V_1}{N_1} \right)^{N_1} \left( \frac{V_2}{N_2} \right)^{N_2} \quad (11)$$

onde a última expressão é obtida com a fórmula de Stirling.

Einstein é, assim, conduzido à hipótese do *quantum* de luz: "a radiação monocromática, no limite de Wien, comporta-se, no equilíbrio termodinâmico, como se fosse constituída por quanta de energia, mutuamente independentes, de valor  $h\nu$ ". Estava encontrada uma explicação para a primeira hipótese de Planck.

À luz dos desenvolvimentos posteriores, a hipótese de Einstein é de uma audácia extraordinária - hoje, sabemos que os *quanta* de luz são bósons e, por isso, não podem ser considerados "mutuamente independentes"; não se conservam (ao contrário das partículas de um gás perfeito); e são indistinguíveis (ao contrário do que exprime a Eq. (11)).

Contudo, no limite de Wien, o gás de *quanta* é tão rarefeito que a correcta estatística dos *quanta* degenera na estatística clássica (veja-se que a Eq. (6), no limite  $Q_v \ll N$  dá a distribuição binomial), podendo os *quanta* ser considerados distinguíveis, e a sua não conservação é irrelevante para processos de equilíbrio.

Mas Einstein não fica por aqui e avança com um projecto extraordinário, que designou por princípio heurístico: "*Se radiação monocromática, de fraca densidade, se comporta, no que respeita à dependência da entropia no volume, como um meio discreto consistindo de quanta de energia  $h\nu$ , então tal sugere que se investigue se as leis de geração e conservação da luz são, também, definidas como se a luz consistisse de quanta de energia deste tipo*". Quer dizer, a hipótese dos *quanta* de luz que, como se viu, foi sugerida pelo comportamento da radiação electromagnética livre, é estendida, deste modo, à interacção luz-matéria!

## O EFEITO FOTOELÉCTRICO

O efeito fotoeléctrico consiste na emissão de electrões por metais expostos a radiação electromagnética. A primeira observação do fenómeno parece ser devida a Heinrich Hertz (1887), o que não é surpreendente dado o seu interesse na detecção de ondas electromagnéticas geradas por descargas eléctricas; W. Hallwachs (1883) mostrou que metais irradiados por luz ultravioleta adquirem carga eléctrica positiva; J. J. Thomson (1899) reconheceu que o efeito consiste na emissão de electrões; P. Lennard (1902) efectuou a descoberta fundamental - a energia do electrão não depende da intensidade da luz e aumenta com a frequência da radiação.

No seu artigo de Março de 1905, Einstein, usando o princípio heurístico, propõe uma explicação simples para o efeito fotoeléctrico: "*um quantum de luz dá toda a sua energia a um único electrão, sendo a energia transferida totalmente independente da presença de outros quanta*", o que justifica ser o efeito independente da intensidade da luz, tal como é observado. Faz também notar que um electrão, ejectado do interior do metal, sofrerá, em geral, uma perda de energia antes de atingir a superfície.

Designando por  $W$  essa energia mínima necessária para arrancar um electrão do metal ( $W$  é conhecida por função trabalho), Einstein propôs que a máxima energia do electrão ejectado seria:

$$E_{\max} = h\nu - W \quad (12)$$

Embora esta equação seja muito simples, as suas previsões são muito fortes:

1ª -  $E_{\max}$  deve variar linearmente com a frequência da radiação.

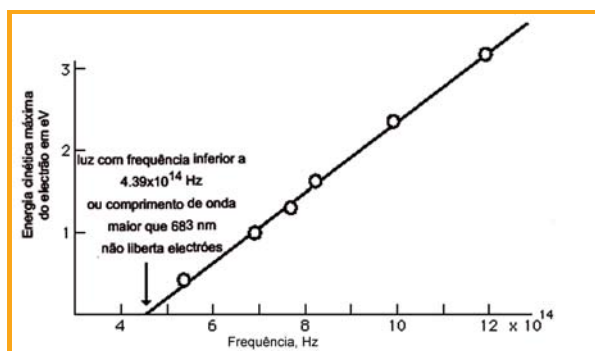
2ª - O declive da recta ( $E_{\max}, \nu$ ) é uma constante universal, independente da natureza do metal.

3ª - O valor desse declive é a constante de Planck.

Em 1912, A. L. Hughes verificou a relação linear, mas o declive parecia depender do metal usado. Contudo, em 1916, A. Millikan, após vários anos de trabalho sobre este problema, concluiu que a Eq. (12) é muito bem satisfeita, obtendo a constante de Planck com um erro de 0,5%.

No artigo de 1905, Einstein apresenta outras aplicações do princípio heurístico:

- a frequência da luz na fotoluminescência não pode exceder a frequência da luz incidente (conhecida experimentalmente por regra de Stark);
- na fotoionização, a energia do electrão emitido não pode exceder  $h\nu$ , onde  $\nu$  é a frequência da luz incidente.



Dados de Millikan, 1916: a independência da curva, da intensidade da luz incidente, implicava que a interacção ocorria como se uma partícula desse toda a sua energia ao electrão, e o ejectasse com aquela energia menos a energia necessária para escapar da superfície.

Em 1906, Einstein discutiu o efeito fotoeléctrico inverso (efeito Volta) - electrões acelerados por uma diferença de potencial  $V$  chocam com um metal, originando emissão de radiação. O princípio heurístico prevê que a máxima frequência da radiação é dada por  $h\nu = eV$  previsão confirmada por W. Duane e F. Hunt (1915), que obtiveram um valor de  $h$  em excelente acordo com a constante de Planck.

Neste mesmo artigo [4], Einstein aplicou o princípio numa outra direcção, apresentando uma dedução alternativa da fórmula de Planck: "*Devemos considerar o seguinte teorema como a base da teoria da radiação de Planck: a energia de um oscilador (unidimensional) só pode tomar valores que são múltiplos inteiros de  $h\nu$ ; na emissão e absorção, a energia de um oscilador salta por múltiplos de  $h\nu$* ". É uma extraordinária antecipação do modelo atómico de Bohr (1913), e conduz, realmente, à fórmula de Planck: se um oscilador só pode ter energia  $n h\nu$  (com  $n=0,1,2,\dots$ ), então a sua energia média, em equilíbrio térmico, é:

$$E_v = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-\beta nh\nu}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta nh\nu}} = \frac{h\nu}{e^{\beta h\nu} - 1}$$

reproduzindo-se correctamente a Eq. (4).

## REACÇÕES DA COMUNIDADE CIENTÍFICA

Poder-se-ia julgar que a hipótese do *quantum* de luz, pela sua simplicidade e pela verificação cada vez mais precisa e abrangente das suas consequências experimentais, ganharia fácil aceitação entre os físicos da época. A reacção foi, porém, muito diferente, como os comentários seguintes bem demonstram [5].

Laue (1906) - "*Para mim, pelo menos, qualquer artigo em que considerações probabilísticas são aplicadas ao vazio, parece-me muito duvidoso.*"

Planck, Nernst, Rubens e Wangel (1913), ao proporem Einstein para a Academia Prussiana, concluem na sua recomendação - "*Em suma, pode dizer-se que dificilmente se encontrará um, entre os grandes problemas em que a física moderna é tão rica, para o qual Einstein não tenha apresentado uma contribuição notável. Que ele, por vezes, possa ter errado o alvo, nas suas especulações, como, por exemplo, na sua hipótese dos quanta de luz, não pode ser erguido como um obstáculo à sua candidatura, porque não é possível apresentar ideias realmente novas, mesmo nas ciências mais exactas, sem, por vezes, se correr um risco.*"



Einstein com Nernst, Planck, Millikan e Laue em 1929

O próprio Einstein poderá ter contribuído, involuntariamente, para criar a ideia de que se trataria de uma hipótese provisória, sublinhando, mesmo, que "*não parece ser conciliável com as consequências experimentalmente verificadas da teoria ondulatória do campo electromagnético*" (Congresso Solvay, 1911). Mas o que para

Einstein era uma exigência de compreensão total, exprimindo cautelas nos seus escritos sobre a emergente teoria quântica, para outros parecia até um repúdio da ideia original. Assim se compreendem as seguintes afirmações:

Laue (1907), em carta a Einstein - "*Gostaria de lhe dizer como muito me agrada que tenha desistido da sua teoria dos quanta de luz.*"

Sommerfeld (1912) - "*Einstein extraiu as consequências mais extraordinárias da descoberta de Planck (do quantum da acção) e transferiu as propriedades quânticas dos fenómenos de absorção e emissão para a estrutura da energia da luz no espaço sem, julgo, manter hoje o seu ponto de vista original em toda a sua audacidade.*"

Millikan (1913) - "*Einstein desistiu, julgo, dos quanta de luz há cerca de dois anos*"; e, mais tarde (1916) - "*Apesar do sucesso aparentemente completo da equação de Einstein para o efeito fotoeléctrico, a teoria física que a originou é de tal modo intolerável que até o próprio Einstein, julgo, não mais a aceita.*"

Porquê tanta resistência ao *quantum* de luz? A razão parece ser simples: a teoria de Einstein aplica-se à radiação electromagnética no vazio. Ora o campo electromagnético é bem descrito pelas equações de Maxwell (1864) e a natureza ondulatória da radiação tinha sido há muito verificada. Naquelas equações, não há lugar para os *quanta* de energia; nos fenómenos de interferência da luz, não há lugar para os *quanta* pontuais! A hipótese de Einstein violava dogmas sagrados dos físicos clássicos.

Para bem se compreender o carácter revolucionário da hipótese é suficientemente esclarecedor o seguinte comentário de Millikan[6], escrito para as comemorações dos 70 anos de Einstein: "*Passei 10 anos da minha vida a testar aquela equação de Einstein [Eq. 12] e, ao contrário de todas as minhas expectativas, fui obrigado, em 1915, a afirmar a sua verificação sem ambiguidades, apesar da sua falta de razoabilidade, pois parecia violar tudo o que sabíamos sobre a interferência da luz.*"

## O FOTÃO

Como se processou, então, a aceitação do *quantum* de luz?

Por um lado, a crescente verificação experimental de que a Eq. (12) descrevia correctamente o efeito fotoeléctrico fez perceber que a hipótese de Einstein tinha de ter alguma veracidade.

Por outro lado, o próprio Einstein, ao contrário do que pensavam os seus contemporâneos, continuou as suas investigações sobre o *quantum* de luz, tendo concluído que

se tratava de uma nova partícula, dotada não só de energia  $h\nu$ , como também de momento linear (ou quantidade de movimento)  $h\nu/c$ . Este último resultado decorre imediatamente da Teoria da Relatividade Restrita: uma partícula movendo-se à velocidade da luz tem, necessariamente, massa nula e o seu momento linear é dado pela energia dividida pela velocidade da luz no vácuo. Mas é típico de Einstein que, apesar de ter sido o criador da Teoria da Relatividade, não fazer uso dela para deduzir o que seria um resultado simples. É, mais uma vez, o estudo das flutuações estatísticas do campo de radiação que o conduz à conclusão, apresentada em 1909 [7].

Para isso imagina, de novo, radiação em equilíbrio térmico, encerrada num volume  $V$ , dividido em dois sub-volumes separados, agora, por um espelho totalmente reflector para radiações de frequência  $\nu$  (e transparente para as outras). Sobre este espelho actuam forças electromagnéticas que as equações de Maxwell permitem calcular sem grande esforço (para a unidade de área, essas forças são conhecidas por pressão de radiação). Elas são proporcionais à intensidade da radiação (e, portanto, à densidade de energia  $u_\nu$ ). As forças que actuam de cada um dos lados de um espelho imóvel só em média são iguais. Se o espelho se mover, é maior, em média, a pressão sobre a face que avança contra a radiação incidente do que a pressão na outra face - isto é, o espelho é actuado, em média, por uma força de resistência proporcional à velocidade. Mas este é um resultado médio - as forças instantâneas flutuam continuamente já que as flutuações da energia electromagnética são contínuas. Quer dizer, o espelho tem um movimento browniano unidimensional e apresentará, portanto, flutuações do seu momento que, obviamente, se relacionam com flutuações das forças electromagnéticas.

Evitarei um cálculo longo e indicarei imediatamente o resultado: a variância das flutuações do momento linear comunicado ao espelho pelas forças electromagnéticas é praticamente idêntica à variância das flutuações da energia electromagnética (facilmente obtida a partir da fórmula de Planck) e, realmente, a ela se reduz se admitirmos que cada *quantum* de radiação transporta momento  $h\nu/c$ .

Ainda em 1909, J. Stark usou esta conclusão para, pela primeira vez, incluir o momento do *quantum* de luz na lei de conservação total do momento na colisão de dois electrões (*bremsstrahlung*). Contudo foi apenas em 1917 que A. H. Compton e P. Debye, de forma independente, deduziram as conhecidas expressões da cinemática relativista para a deflexão de um *quantum* de luz por um electrão inicialmente em repouso. Compton obteve não só a consequente variação  $\Delta\lambda$  no comprimento de onda da radiação difundida de um ângulo  $\theta$ :

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta),$$

como verificou que esta expressão é inteiramente satisfeita pelos resultados experimentais, concluindo: "*O apoio experimental à teoria indica, de forma convincente, que um quantum de radiação transporta momento dirigido, assim como energia*".

Os resultados de Compton fizeram aceitar, definitivamente, a ideia de que o quantum de luz é uma partícula - esta seria baptizada de fotão, em 1926, pelo químico G. Lewis. Não é por isso de estranhar o prémio Nobel de Einstein em 1921 (mas só atribuído em 1922) "*pela explicação do efeito fotoeléctrico*".

Poder-se-ia julgar que as ideias de Einstein ficaram completamente confirmadas, mas seria o próprio Einstein a comentar, em 1951, já perto da sua morte em Março de 1955: "*Estes 50 anos de reflexão não me fizeram ficar mais perto da resposta à questão: o que são os quanta de luz?*".

#### REFERÊNCIAS:

- [1] Einstein, A., *Annalen der Physik* 17, 1905, 132.
- [2] O artigo está incluído nas obras completas de Albert Einstein.
- [3] Para uma breve descrição histórica da descoberta de Planck, ver Lage, E., *Gazeta de Física*, 24, Fasc. 4, 2001.
- [4] Einstein, A., *Annalen der Physik* 20, 1906, 199.
- [5] Ver A., Pais, *Subtle is the Lord*, Oxford University Press, 1982. Esta excelente biografia contém muita outra informação sobre a história do quantum de luz.
- [6] Millikan, R., *Review of Modern Physics* 21, 1949, 343.
- [7] Einstein, A., *Physik Zeitschrift* 10, 1909, 185 e 10, 1909, 817.

#### NOTAS:

<sup>1</sup> Este é um dos trabalhos mais citados em Física e o mais citado de A. Einstein.

<sup>2</sup> Heurística é a arte de inventar e aqui tem o significado de ajudar na procura da solução de um problema, valendo como uma hipótese sem justificação.