

Este texto pretende ilustrar a forma como a física do som condiciona as escalas musicais, que constituem a base do discurso musical. Assim como a anatomia do aparelho fonador condiciona a linguística, impondo características comuns a todas as línguas humanas, também as leis da acústica física estabelecem padrões que de alguma forma determinam a construção das escalas.

A FÍSICA DAS ES

Sendo a música a arte dos sons, é intuitivo associar-lhe a importância dos fenómenos físicos presentes na produção, transmissão e recepção daqueles. Tal é explicitamente reconhecido nos *curricula*, mesmo elementares, de qualquer formação musical básica, onde invariavelmente é incluída a disciplina de Acústica Musical, versando desde a simples mecânica das vibrações e ondas até alguns temas mais avançados de ciência física, como a electrónica ou a ciência dos materiais¹. À investigação científica sobre os fenómenos acústicos continua a ser dada bastante atenção, traduzida numa multiplicidade de aspectos².



Padrões de Chladni numa tampa de violino, ilustrando um modo de vibração

RUI CÉSAR VILÃO
Departamento de Física, Universidade de Coimbra
3004-516 Coimbra

ruivilao@ci.uc.pt

ESCALAS MUSICAIS

Se a presença e a importância dos fenómenos físicos é imediatamente reconhecida no que diz respeito à física do som propriamente dito, já o tema que ocupa este artigo pode ser fonte de perplexidade para muitos. De facto, as escalas musicais constituem a base do discurso musical: são a linguagem que os músicos utilizam para se exprimirem. São pois, como qualquer linguagem, necessariamente um produto cultural. Faz sentido então falar da física das escalas musicais?

O nosso objectivo é tentar mostrar que efectivamente a própria física do som condiciona aspectos essenciais do discurso musical. Tal como a anatomia do aparelho fonador condiciona a linguística, impondo características comuns a todas as línguas humanas (*e.g.*, a qualidade e quantidade de vogais e consoantes que podem ser emitidas), também as leis da acústica física estabelecem padrões que de alguma forma determinam a construção das escalas.

FÍSICA DOS FENÓMENOS ACÚSTICOS E A CONSTRUÇÃO DAS ESCALAS

Refira-se, de modo breve, dois conceitos que se revelam fulcrais para a compreensão da conformação física do discurso musical: os batimentos e a série dos harmónicos.

O fenómeno dos batimentos é bem conhecido da física das ondas. Recordemos que a onda resultante da sobreposição de duas ondas sinusoidais com frequências próximas, f_a e f_b , pode ser basicamente descrita como uma onda com a frequência média $(f_a + f_b)/2$, cuja amplitude varia sinusoidalmente com a frequência $(f_b - f_a)/2$. Este conceito encontra-se ilustrado na Fig. 1. No caso de batimentos de ondas sonoras detectados pelo tímpano, a

variação de amplitude efectivamente percebida apresenta uma frequência $f_b - f_a$. Esta é designada pelos músicos por frequência de batimentos, sendo este fenómeno usado para estabelecer o conceito musical de afinação. Dois sons dizem-se afinados se não produzirem batimentos. A série dos harmónicos resulta também quase imediatamente de uma análise elementar da vibração de uma corda elástica ou do ar no interior de um tubo, podendo realizar-se a extensão a sistemas mais complexos³.

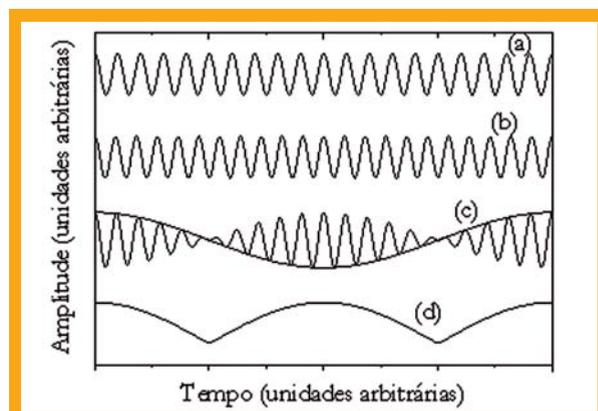


Fig. 1: Representação, num dado ponto do espaço, da vibração associada

- (a) a uma onda sinusoidal de frequência f_a ;
- (b) a uma onda com a mesma amplitude, mas frequência ligeiramente superior f_b ;
- (c) à sobreposição das ondas (a) e (b), com uma frequência média $(f_a + f_b)/2$, e cuja amplitude varia com a frequência $(f_b - f_a)/2$; representa-se também a envolvente associada a esta variação de amplitude;
- (d) à variação de amplitude efectivamente detectada, no caso de batimentos captados pelo tímpano, correspondendo a uma frequência de batimentos $f_b - f_a$.

Tomemos como exemplo a corda vibrante de extremidades fixas (no que seguimos a tradição histórica, quer no campo da acústica, que atribui descobertas significativas a Pitágoras, usando o monocórdio, quer no campo da mecânica aplicada, em que o estudo da corda vibrante por Taylor constituiu o primeiro exemplo de aplicação da mecânica newtoniana a sistemas contínuos). Qualquer solução da equação de onda obedecendo a condições de fronteira particulares pode ser expressa como uma combinação linear dos modos de vibração, esquematizados na Fig. 2 e a que chamaremos modos normais (ou estacionários). O comprimento de onda de cada um destes modos, como se depreende da Fig. 2, é $\lambda_n = 2L/n$, onde L é o comprimento da corda e n o número de ventres (máximos de amplitude de vibração). Atendendo a que a velocidade v de propagação do som numa corda de densidade linear μ , sujeita à tensão T , é $v = \sqrt{T/\mu}$, concluímos que a frequência de vibração de cada um destes modos é

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = n f_1.$$

Os modos normais de vibração têm frequências de vibração que são múltiplos inteiros da frequência do primeiro modo normal, também chamado modo fundamental. O conjunto de frequências dos modos normais de vibração recebe o nome de série dos harmônicos. Por conveniência de notação, o modo fundamental costuma ser designado de primeiro harmônico pelos físicos. Contudo, os músicos numeram os harmônicos de modo diferente: chamam fundamental ao que os físicos chamam primeiro harmônico e chamam primeiro harmônico ao que os físicos chamam segundo harmônico. Esta distinção prende-se com o facto de o som emitido por um instrumento ser um som complexo, isto é, em que diversos modos de vibração (harmônicos) estão presentes, geralmente com diferentes pesos⁴. A percepção auditiva desse som efectua-se basicamente como um som de frequência f_1 , ornado por um timbre caracterizado pelo peso relativo dos harmônicos⁵. Assim, por exemplo, uma nota com certa frequência fundamental, emitida por uma flauta transversal, distingue-se claramente da mesma nota, emitida com a mesma intensidade, por uma flauta de bisel. Isto mesmo se encontra ilustrado na Fig. 3. No que se segue adoptaremos a designação dos físicos para os harmônicos, fazendo corresponder ao n -ésimo harmônico a frequência nf_1 .

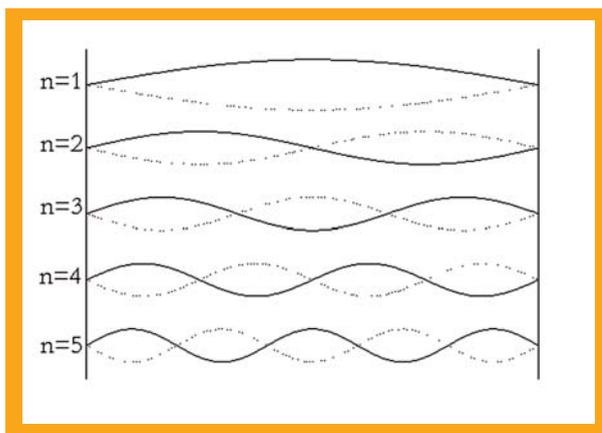


Fig. 2: Representação da configuração dos primeiros cinco harmônicos de uma corda vibrante de extremidades fixas.

A partir do que acabámos de expôr, reconhece-se que se tomarmos dois sons complexos em que a frequência fundamental f de um deles (som mais agudo) seja um múltiplo inteiro da frequência fundamental f' do outro (som mais grave), $f = m f'$, a frequência fundamental do som agudo não só estará afinada com o m -ésimo harmônico do grave, como todos os seus harmônicos também estarão. De facto, os harmônicos do som mais agudo têm frequências dadas por $n f = n (m f') = (nm) f' = m' f'$, constituindo basicamente um subconjunto dos harmônicos do som mais grave. Não ocorrerão pois batimentos de nenhuma ordem. Em termos coloquiais, os harmônicos não desafinam⁶.

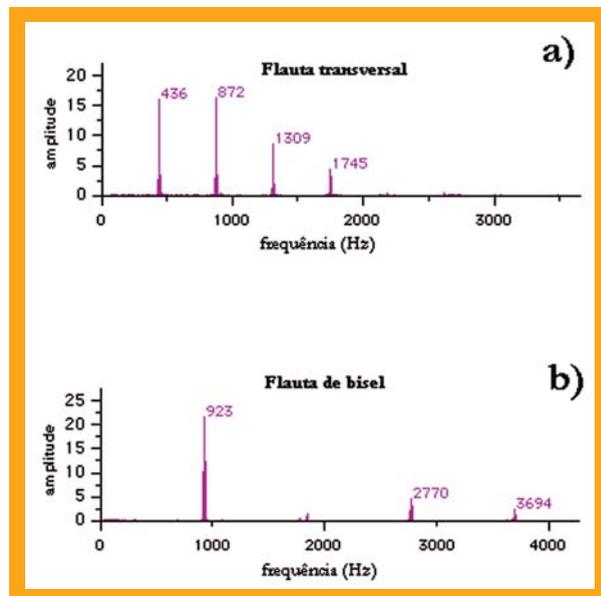


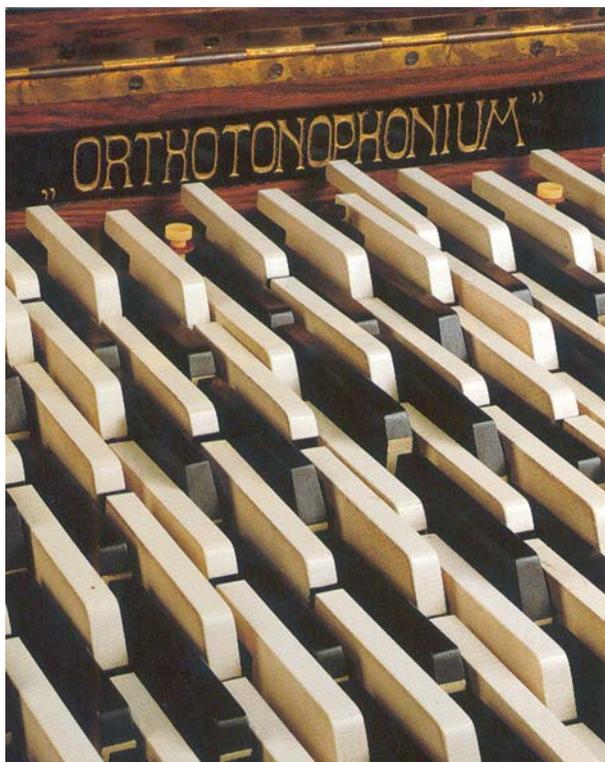
Fig. 3a): Análise espectral do som emitido por uma flauta transversal, com uma frequência fundamental de 436 Hz (um pouco abaixo do Lá a 440 Hz usado modernamente); note-se a presença bem notória do segundo harmônico, com um peso praticamente idêntico ao do primeiro harmônico;

Fig. 3b): Análise espectral do som emitido por uma flauta de bisel, com uma frequência fundamental de 923 Hz (um pouco abaixo do Dó sustenido actual); o segundo harmônico, a 1846 Hz, é praticamente inexistente. (Cf. Glenn Elert, <http://hypertextbook.com/physics/waves/music/>)

ELEMENTOS DA TEORIA DOS INTERVALOS MUSICAIS

A série dos harmônicos permite desenvolver uma teoria dos intervalos musicais. Um intervalo musical é uma dada relação entre frequências fundamentais. Neste ponto, convidamos o leitor a fazer uma pequena experiência: peça a um amigo e a uma amiga, já adultos, para cantarem em conjunto uma mesma melodia que ambos conheçam e ouça-os atentamente. Eles cantam as mesmas notas, mas as fundamentais dos sons que emitem não são as mesmas, sendo as notas cantadas pela sua amiga mais agudas (de frequência fundamental mais elevada) que as cantadas pelo seu amigo. E a relação entre estas fundamentais, isto é, o intervalo musical que executam, não é aleatória. Há dois pontos importantes a este respeito: o primeiro é que, enquanto cantam a mesma melodia, mantém-se constante a razão entre as frequências fundamentais das notas (e não a diferença); o segundo ponto é que esta razão constante de frequências é igual a 2, coincidindo com a razão entre as frequências do primeiro e do segundo harmônico (*à la* físico). Este intervalo musical recebe, na teoria musical ocidental, o nome de oitava perfeita. Dois sons cujas fundamentais definam um intervalo de uma ou várias oitavas perfeitas (isto é, definindo

as respectivas frequências uma razão de 2, ou 4, ou 8, ou 16, etc.) são identificados como sendo a mesma nota musical. Assim, as escalas são definidas dentro do intervalo de oitava perfeita: uma vez estabelecidos os sons da escala dentro deste intervalo, basta ir multiplicando ou dividindo as respectivas frequências por 2 para estender a escala tanto quanto se deseje e seja possível.



Detalhe do teclado do Orthotonophonium, um dos instrumentos propostos para resolver os problemas da afinação natural.

Do mesmo modo, a razão de frequências entre os harmônicos consecutivos de ordem mais reduzida definem intervalos relevantes em teoria musical. Assim, a razão entre a frequência do terceiro e do segundo harmônico, $f_3/f_2 = 3/2$, define um intervalo particularmente importante, que recebe no Ocidente o nome de quinta perfeita (corresponde, na conhecida melodia do “Parabéns a Você”, ao intervalo entre as notas cantadas sobre as sílabas, adiante sublinhadas, do texto *da-ta que-ri-da*); a razão entre o quarto e o terceiro harmônico, $f_4/f_3 = 4/3$, define a 4ª perfeita (*Parabéns a você, idem*); entre o quinto e o quarto harmônico, $f_5/f_4 = 5/4$, ocorre

um intervalo designado de terceiro maior (muitas *fe-li-ci-dades, idem*). Note-se que a afinidade entre as duas notas do intervalo, medida pelo número de harmônicos afins, vai diminuindo; ou seja, a nota mais aguda de um intervalo de quinta partilha metade dos harmônicos com a nota mais grave, reduzindo-se este número para um terço no caso do intervalo de quarta e para um quarto no caso do intervalo de terceira.

Os três intervalos que acabámos de referir desempenham um papel particularmente importante na polifonia, ou seja, na música em que intervém mais do que uma melodia simultaneamente. Entre os exemplos mais primitivos de polifonia, para além do já referido canto à oitava praticado espontaneamente por homens e mulheres, conta-se o canto da mesma melodia a intervalos de quinta (*organum* de quintas), de quarta (*organum* de quartas), ou a intervalos de terceira (o *gymel*, este ainda hoje praticado entre nós, por exemplo no canto alentejano)⁷.

UM EXEMPLO SIGNIFICATIVO: A ESCALA DIATÓNICA MAIOR NATURAL

Estamos agora em condições de apresentar a construção, baseada nos princípios que acabámos de expor, da escala diatónica maior. Esta escala (o bem conhecido Dó-Ré-Mi-Fá-Sol-Lá-Si-Dó) é apenas uma de muitas possibilidades de organizar o material sonoro; trata-se, não obstante, de uma possibilidade que teve particular sucesso no Ocidente, resultado ela própria de uma evolução histórica longa e fascinante, que não é possível desenvolver no âmbito deste trabalho. Assim, os intervalos escolhidos para a escala, sendo um resultado cultural, não deixam de traduzir, conforme reclamámos no início, a orientação conferida pela física subjacente à série dos harmônicos.

Nota	Construção	Intervalo com a nota base	Intervalo com a nota anterior	Frequência/Hz
Dó	Nota base f	(unísono)	-	264
Ré	5ª de Sol, descida de uma oitava $3/2 \times 3/2 \times f \times 1/2$	9/8 (tom natural ou 2ª Maior natural)	9/8	297
Mi	3ª de Dó $5/4 \times f$	5/4 (3ª Maior natural)	10/9	330
Fá	4ª de Dó $4/3 \times f$	4/3 (4ª perfeita)	16/15	352
Sol	5ª de Dó $3/2 \times f$	3/2 (5ª perfeita)	9/8	396
Lá	3ª de Fá $5/4 \times 4/3 \times f$	5/3 (6ª Maior natural)	10/9	440
Si	3ª de Sol $5/4 \times 3/2 \times f$	15/8 (7ª Maior natural)	9/8	495
Dó	8ª de Dó $2 \times f$	2 (8ª perfeita)	16/15	528

Tabela 1: A escala diatónica maior natural.

Daí designar-se a afinação da escala assim construída por afinação natural. A escala encontra-se esquematizada na Tabela 1, tendo nós adoptado para frequência base aquela que modernamente se usa para o chamado Dó central (264 Hz). Um resultado interessante da construção apresentada na Tabela 1 é a existência de três intervalos distintos entre notas consecutivas: um tom maior (intervalo de 9/8), um tom menor (intervalo de 10/9) e um meio-tom (intervalo de 16/15).

PROBLEMAS, PROBLEMAS, PROBLEMAS: DA ESCALA NATURAL AO TEMPERAMENTO IGUAL

A afinação natural representa uma solução extremamente satisfatória, dada a pureza dos intervalos musicais assim conseguidos. No entanto, o desenvolvimento da música acabou por levantar problemas de resolução difícil, particularmente no que diz respeito a instrumentos de afinação fixa, como é o caso dos instrumentos de tecla. Uma das questões levantadas prende-se com a modulação. Esta técnica consiste em alterar o centro tonal no decurso do discurso musical e implica que se possa construir a escala começando em qualquer uma das notas existentes. Apenas como exemplo dos problemas associados à afinação natural, consideremos os intervalos entre as notas Mi e Si, por um lado, e Ré e Lá, por outro. Se o primeiro destes intervalos corresponde a uma quinta perfeita ($15/8 : 5/4 = 3/2$), já o segundo apresenta uma relação ligeiramente inferior ($5/3 : 9/8 = 40/27 \approx 1,48$), ocorrendo um batimento de 5,5 Hz entre o Lá e o segundo harmónico de Ré.

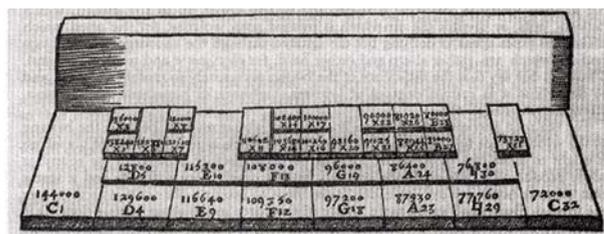


Fig. 4: Proposta de teclado com 27 teclas por oitava, apresentada por Mersenne no seu tratado *Harmonie Universelle* (apud S. Isakoff, op. cit.).

Ao longo dos séculos, persistiu a procura de um sistema de afinação que permitisse a coexistência de modulação com os intervalos naturais. Aos poucos, os músicos foram experimentando soluções de compromisso, alterando deliberadamente a afinação natural de alguns intervalos, num procedimento designado por temperamento da escala. Na procura do temperamento ideal envolveram-se, entre outros, e começando na veneranda figura de Pitágoras, eminentes cientistas e filósofos como Boécio, Newton, Descartes, Huyghens, Mersenne, Galileu, d'Alembert e Kepler. Uma das soluções mais antigas, remontando à escola pitagórica, consiste na observação de que doze quintas correspondem aproximadamente, por excesso, a

sete oitavas [$(3/2)^{12} = 129,7 \approx 2^7 = 128$]. Um temperamento possível consiste pois em afinar 11 dessas quintas como quintas perfeitas, sendo a 12ª quinta encurtada de forma a manter a 8ª perfeita. Esta última quinta resulta de tal forma desafinada que lembrava a quem a ouvia os uivos dos lobos - daí a designação *quinta do lobo*. Este temperamento, dito pitagórico, legou-nos a nossa actual configuração de 12 notas por oitava, que podemos ver em qualquer teclado moderno. Muitos outros temperamentos viriam a ser propostos ao longo dos séculos, à medida que o debate ia evoluindo⁸. Muitas propostas passavam pelo abandono do modelo de 12 teclas por oitava, conforme se ilustra nas figuras 4 e 5. A solução que viria finalmente a ser adoptada foi a do temperamento igual⁹, dividindo a oitava em 12 meios-tons iguais, correspondendo assim cada meio-tom ao intervalo $\sqrt[12]{2} \approx 1,059$ (recorde-se que o meio-tom natural corresponde à razão $16/15 \approx 1,067$). Neste sistema, nenhum intervalo, à excepção da oitava, corresponde à afinação natural, mas todos os intervalos resultam suficientemente afinados para poderem ser tolerados pelo ouvido.¹⁰

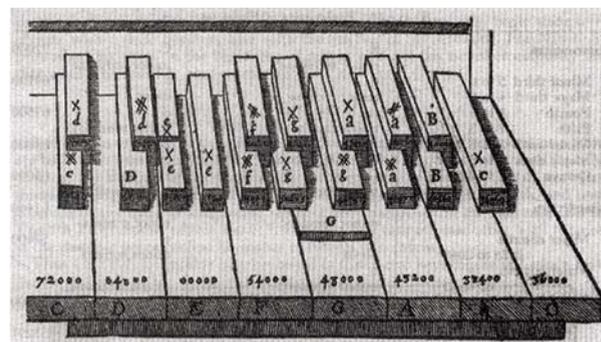
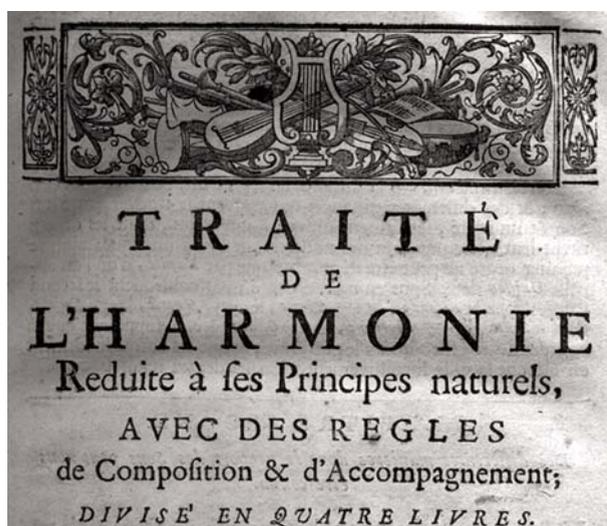


Fig. 5: Proposta de teclado com 32 teclas por oitava, apresentada por Mersenne no seu tratado *Harmonie Universelle* (apud S. Isakoff, op. cit.).

OBSERVAÇÕES FINAIS

As questões relacionadas com os fundamentos físicos das escalas e da afinação musical permitem-nos entender alguns aspectos da própria fruição estética do discurso musical. Tal conhecimento contribui não só para uma melhor apreciação das obras musicais, do ponto de vista do ouvinte, e para um melhor entendimento destas, por parte do intérprete e criador musical. Assim, o tema que brevemente tratámos permite compreender, por exemplo, factos como: a existência de enarmonia, isto é, de notas diferentes que correspondem, no temperamento igual (e apenas neste) ao mesmo som, e.g. Fá sustenido e Sol bemo; o relativo insucesso associado à interpretação em instrumentos com temperamento igual de obras concebidas para outros temperamentos, levando os intérpretes de música antiga a procurar afinações históricas; as queixas constantes de violinistas e cantores, bem como de outros músicos ligados a instrumentos de afinação não fixa, relativamente à afinação do piano.

No início do Ano Internacional da Física, celebrando o centenário do *annus mirabilis* da produção científica de Einstein (ele próprio, como é sabido, um violinista amador), esperamos que estas páginas possam de alguma forma contribuir para mostrar a proximidade entre a física e a música, não apenas através da acústica, mas também através de uma atitude comum em que o rigor dos modelos é devidamente temperado pela experiência.



Frontispício do *Traité de l'Harmonie*, de Jean-Phillippe Rameau

NOTAS

¹ A este respeito, veja-se, por exemplo, a excelente monografia *Acústica Musical*, de Luís Henrique, publicada em 2002 pela Gulbenkian e que foi já objecto de recensão em *Gazeta de Física* 26 (4), 2003.

² Refira-se, por exemplo, que o índice PACS (*Physics and Astronomy Catalogation Scheme*), utilizado para a catalogação de artigos de especialidade nas diversas áreas da Física e Astronomia, e que por isso reflecte os rumos contemporâneos da investigação física, contém tópicos que vão desde a acústica estrutural à acústica quântica, passando pela modelação da produção e percepção da fala. O tópico 43.75.+a deste catálogo é especificamente dedicado à música e aos instrumentos musicais. Cf. também Neville H. Fletcher e Thomas D. Rossing, *The Physics of Musical Instruments*, 2nd edition, Springer, New York (2000) e a abundante citação de artigos especializados aí contida.

³ Um tratamento bastante completo é oferecido por Neville H. Fletcher e Thomas D. Rossing, *op. cit.*

⁴ A definição de som complexo faz-se por oposição a som puro; nos sons puros apenas está presente um modo de vibração, regra geral o modo de vibração fundamental.

⁵ O reconhecimento da altura de um som pelo ouvido humano é um fenómeno bastante complexo e que excede a simples identificação da fundamental. Há até ocasiões em que pode ser reconhecida uma frequência fundamental que não está presente. Também a percepção do timbre é assunto de vivo debate e investigação actualmente. Para mais desenvolvimentos, cf. Luís Henrique, *op. cit.*, p. 862.

⁶ Este facto é particularmente evidente na construção dos órgãos de tubos, onde é possível reforçar o registo principal com um ou vários dos respectivos harmónicos, emitidos por tubos independentes de comprimento adequado. Para mencionar apenas um exemplo, refira-se que o órgão da Capela de S. Miguel da Universidade de Coimbra, verdadeiro tesouro da organaria portuguesa, dispõe de registos como Oitava Real (reforça o 2º harmónico), 8ª e 12ª (reforça o 2º e o 3º harmónicos), 12ª e 15ª (reforça o 3º e 4º harmónicos).

⁷ Cf. Donald J. Grout e Claude V. Palisca, *História da Música Ocidental*, Gradiva, 1994.

⁸ Cf. Stuart Isacoff, Alfred A. Knopf, *Temperament: the idea that solved music's greatest riddle*, New York, 2001.

⁹ Costuma tomar-se como referência a publicação em 1722 de duas obras fundamentais para o estabelecimento do temperamento igual: o *Traité de l'Harmonie*, de Jean-Phillippe Rameau, e o primeiro caderno de *Das wohltemperierte Klavier (O teclado bem temperado)*, de Johann Sebastian Bach. Este último, verdadeiro monumento da música ocidental, é um conjunto pedagógico de peças para teclado em todas as 24 tonalidades (12 maiores e 12 menores), demonstrando a sua exequibilidade num teclado devidamente temperado.

¹⁰ Consulte-se, a este respeito, a monografia *Musical Temperaments*, de Erich Neuwirth, Springer, Wien (1997), onde se comparam as afinações natural, pitagórica, mesotónica (esta particularmente importante nos inícios do século XVIII) e de temperamento igual; a comparação é estabelecida também do ponto de vista sonoro, no CD que integra a obra.