LES RESONANCES EN PHYSIQUE DES HAUTES ENERGIES *

par R. NATAF

Institut de Physique Nucléaire — Division de Physique Théorique — B. P. 1 — 91 Orsay

SOMMAIRE — On indique d'abord les diverses définitions possibles de l'objet «résonance», et les critères qui permettent d'en identifier une.

— On rappelle la classification par SU_3 des particules et résonances.

Un prolongement de cette classification est la description à l'aide d'un modèle de «quarks» non Relativiste, qui s'accorde avec SU_6.

Une idée tout à fait différente est celle du «bootstrap» qui s'appuie sur les hypothèses générales de Chew et Mandelstam concernant la matrice S: unitarité; analyticité maximale; croisement.

— On indique aussi l'idée de trajectoires de Regge, et son accord avec le diagramme de Chew et Frautschi.

— Enfin, les résultats précis du modèle des quarks non relativiste sont donnés pour les baryons et les mésons.

ABSTRACT — First are presented the different possible definitions of a resonance, and the criteria used for finding one resonance.

— The SU_3 classification of particles and resonances is reminded.

An extension of this classification is the non Relativistic quark model, which fits SU_6.

A quite different idea is the bootstrap, using the general conjectures of Chew and Mandelstam on S matrix: unitarity, maximal analyticity, and crossing.

— Also is presented the idea of Regge trajectories, and its agreement with the Chew-Fraustschi plot.

— Finally are given the precise results of the non Relativistic quark model for baryons and mesons.

---

* Exposé général fait au «Seminário de Teorias Físicas e Física Nuclear» de Lisbonne (Instituto Superior Técnico), mai 1970.

QU'EST-CE QU'UNE RÉSONANCE?

Il y a actuellement plusieurs centaines de particules et résonances connues (une centaine de multiplets de charge).

Nous parlons ici des particules ayant des interactions fortes ou *hadrons*.

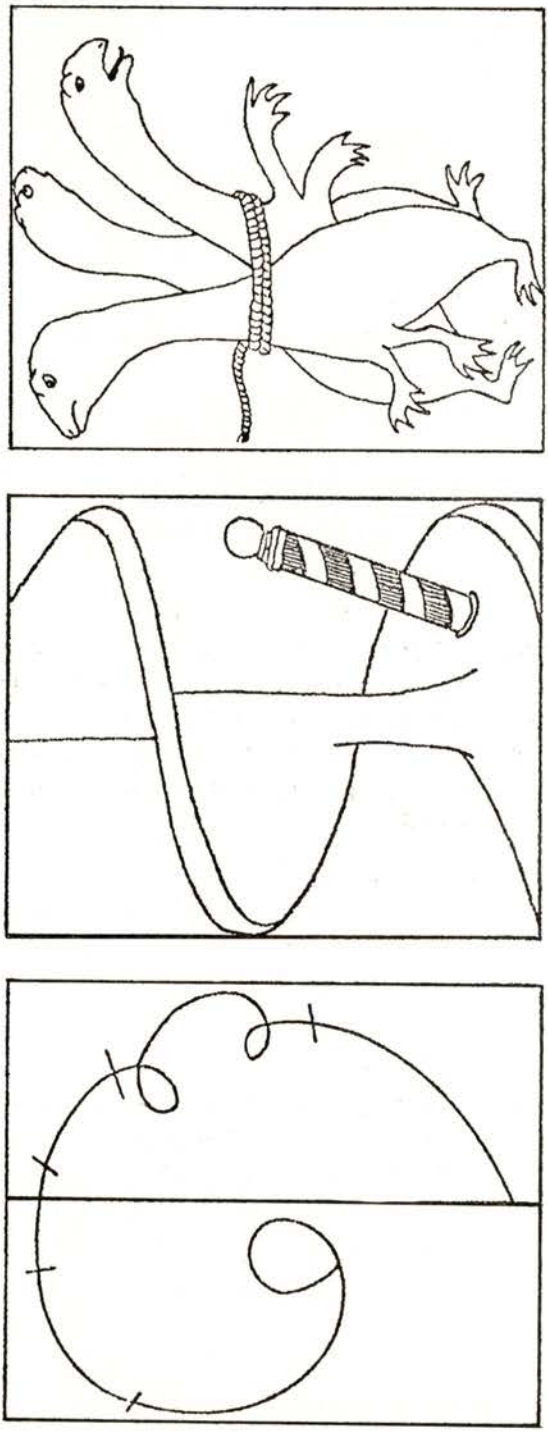
Nous appelons *particules* celles qui sont stables ou se désintègrent par processus faible ($\tau \gtrsim 10^{-8}$ à 10^{-10} s.), ou par processus électromagnétique ($\tau \simeq 10^{-14}$ à 10^{-16} s.), et *résonances* celles qui se désintègrent par voie forte ($\tau \simeq 10^{-21}$ à 10^{-23} s.) et qui ont donc une largeur appréciable ($\Gamma = \hbar / \tau$). Cependant, la classification par SU_3 a obtenu le succès que l'on sait en ne faisant pas de distinction fondamentale entre particules et résonances.

Les figures 1, tirées de l'article de Moravcsik sur la Conférence de Vienne (1968) dans Physics Today, illustrent de manière amusante les différents critères qui ont été adoptés, suivant le temps ou la nature des physiciens, pour caractériser une résonance.

— La première fait allusion au «diagramme d'Argand» où l'on porte pour une onde partielle l, sur le plan complexe de l'amplitude diffusée T_l ($Re\, T_l$ et $Im\, T_l$), les valeurs de T_l pour différentes énergies.

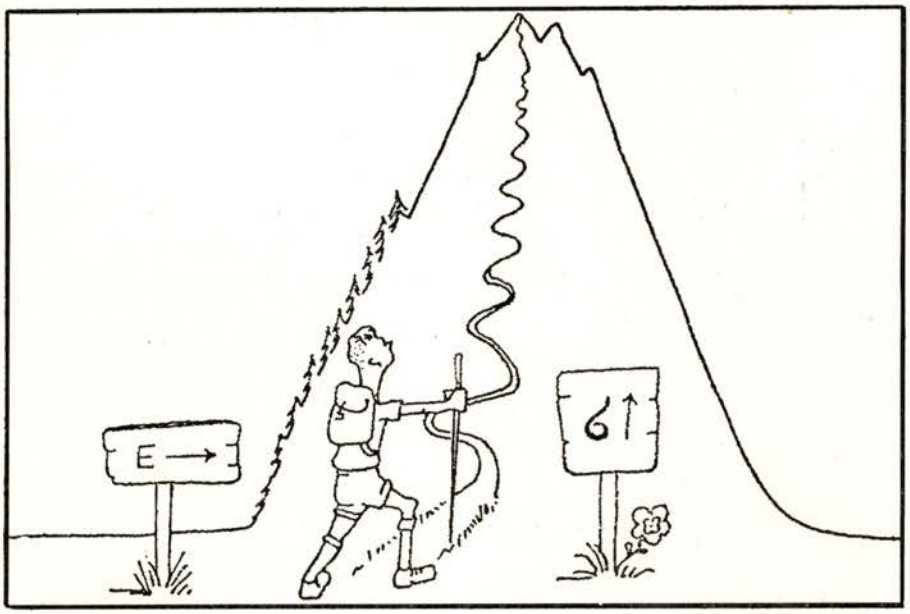
$$T_l = \frac{S_l - 1}{2i}$$

(S_l élément de la matrice de diffusion).



... it is not clear whether what we mean by resonance is a counterclockwise loop in the Argand diagram, a pole on the second Riemann sheet, a bound state of quarks, or...

Figure 1



. . . *an experimental peak*» (*Another concept of resonance*)

Figure 1

Cette méthode a été très utilisée pour identifier les résonances N* dans la diffusion π-N, par Bareyre et al.

Dans le cas où il n'y a que de la diffusion élastique $S_l = e^{2i\delta_l}$, avec δ_l réel.

Le lieu de T_l est le cercle de la figure 2, et quand l'énergie E dans le c. m. varie T_l (E) décrit une partie de ce cercle; il y a résonance

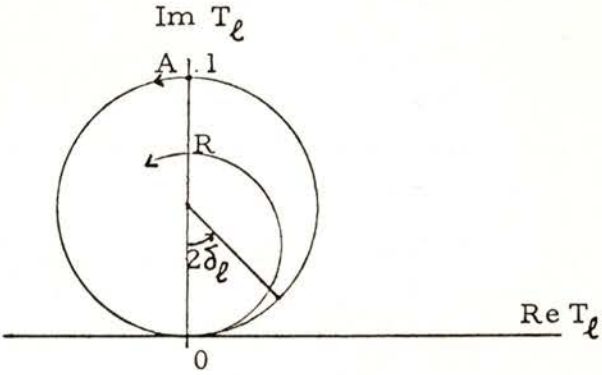


Figure 2

quand δ_l passe par $\frac{\pi}{2}$ en croissant, c'est à dire quand le point figuratif passe par A dans le sens direct.

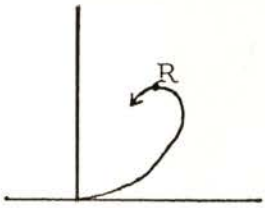


Figure 3

Avec l'inélasticité : $\delta_l \longrightarrow \delta_l + i\varkappa_l$, $\varkappa_l > 0$ et l'on peut avoir un diagramme comme celui de la figure pour le passage à la résonance R. Des décalages sont aussi possibles à cause d'un «fonds continu» (figure 3).

Actuellement, il y a des doutes sérieux sur la non ambigüité de ce critère.

— La seconde fait allusion à la définition théorique la plus simple et la plus claire.

Elle équivaut à :

$$\textit{Résonance} = \textit{amplitude Breit-Wigner} + \textit{fonds} \rightarrow \begin{cases} \textit{pic pour } \sigma_l(E) \\ \textit{pôle dans le } 2^{\text{ème}} \textit{ feuillet } E \end{cases}$$

Le pôle dans le 2ème feuillet de la variable énergie E prolongée dans le domaine complexe, s'obtient déjà quand on étudie la diffusion potentielle N. R.[1] par l'équation de Schrödinger. On trouve alors que $S_l\ (k)$, où k est la quantité de mouvement dans le c. m. $\left(E = \frac{\hbar^2 k^2}{2\, m_{\text{réduite}}}\right)$, peut avoir des pôles qui s'interprètent de la manière indiquée sur la figure 4.

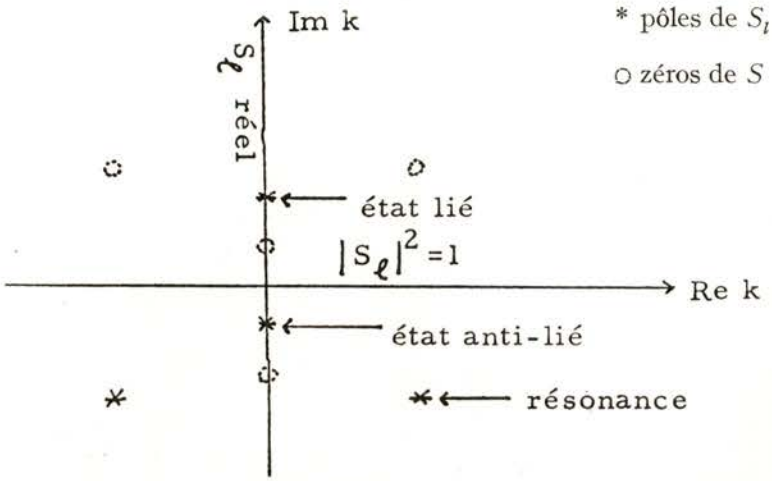


Figure 4

(1) Abréviation pour «non Relativiste».

Un pôle du demi plan inférieur, en $k_o - i\gamma$ $(\gamma > 0)$ donne, quand on l'isole dans $S_l(k)$ et qu'on le combine avec le zéro symétrique

$$T_l = \underbrace{\frac{-\gamma}{k - k_o + i\gamma}}_{\text{amplitude de Breit-Wigner}} + R_l(k)$$

Pour $k_o = 0$, on l'appelle état anti-lié (ex. ^1S_o du deutéron).
Sur le demi-plan supérieur, on n'a que des états liés en $k = i\varkappa$.
En passant à la variable $E \alpha k^2$, on a:

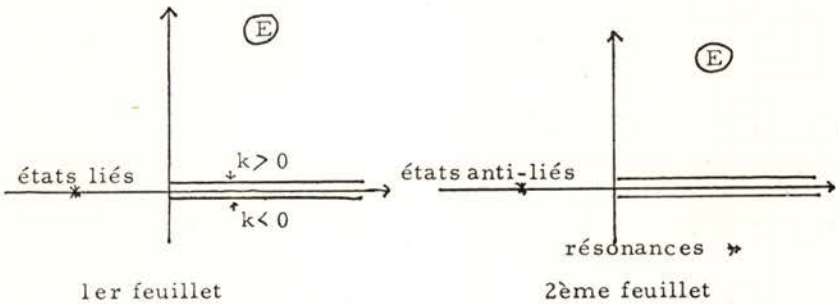


Figure 5

Expérimentalement, on verra surtout un pic (dernière figure).
— Enfin la troisième figure de Moravcsik fait allusion au modèle des quarks dont nous parlerons assez longuement.

Comme n'importe quel pic n'est pas nécessairement une résonance, on prend les critères expérimentaux suivants:

1. Un état résonnant doit avoir, en plus d'une masse et d'une largeur définies, un ensemble bien défini de nombres quantiques.

2. La même résonance avec les mêmes caractéristiques doit apparaître dans tous les canaux qui peuvent être couplés à cet ensemble particulier de nombres quantiques (en particulier indépendamment de l'énergie, si elle est supérieure au «seuil»). En conséquence chaque résonance doit, en principe, être produite dans les expériences de production, où elle doit apparaître dans l'état final.

Maintenant, comment essayer de faire une théorie de toutes ces résonances et particules, de leurs interactions?

On peut dire qu'il y a actuellement deux grands ensembles d'idées.
1º) Un de ces ensembles provient surtout de *Gell-Mann*.

Il a commencé avec la classification des particules et résonances en multiplets de SU_3, qui a eu un grand succès (prédiction du Ω^-). On savait que les interactions fortes conservaient l'isospin, c'est à dire qu'elles étaient invariantes par le groupe de symétrie interne SU_2 équivalent au groupe des rotations dans un espace à 3 dimensions. Ceci se traduit par l'existence de *multiplets d'isospin* comme le doublet $\begin{pmatrix} P \\ N \end{pmatrix}$ où $2I+1=2 \rightarrow I=\frac{1}{2}$, le triplet $\begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix}$ où $2I+1=3 \rightarrow I=1$, chaque membre du multiplet ayant un I_3 différent $(I_3 = -I, -I+1, \ldots, I)$.

S'il n'y avait pas d'interactions électromagnétiques, à côté des interactions fortes, tous les membres d'un multiplet auraient la même masse ; les interactions électromagnétiques qui ne conservent pas I, mais seulement I_3, lèvent cette dégénérescence, comme un champ magnétique $\vec{B}$ lève la dégénérescence sur le nombre quantique magnétique m dans un atome.

Beaucoup de théoriciens avaient déjà supposé une «hiérarchisation» plus grande des interactions avec une interaction *très forte* ayant une symétrie plus étendue que SU_2 et qui donnerait à elle seule une dégénérescence de masses encore plus grande. L'interaction *moyennement forte* lèverait en partie cette dégénérescence donnant les multiplets de SU_2, c'est à dire d'isospin, ci-dessus.

Sakata avait proposé la symétrie U_3 (unitaire à 3 dimensions) avec le triplet fondamental $\left\{ \begin{matrix} P \\ N \\ \Lambda \end{matrix} \right\}$, mais Gell-Mann et Ne'eman ont proposé SU_3 (unitaire unimodulaire) où Nucléon, Λ, Σ, Ξ appartiennent à un même *octet* (8 fold-way).

On représente ces multiplets de SU_3 par des diagrammes à deux dimensions où l'on porte I_3 en abscisse, Y en ordonnée ; Y est *l'hypercharge* figurant dans la formule de Gell-Mann et Nishijima :

$$(1) \qquad Q = I_3 + \frac{1}{2} Y$$

$$Y = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{nombre baryonique}}}{B} \qquad + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{étrangeté}}}{S}$$

$$\begin{cases} B = 1 & \text{pour les baryons}, \quad B = -1 \quad \text{pour les antibaryons} \\ B = 0 & \text{pour les mésons}. \end{cases}$$

Octet des barions $\frac{1}{2}^{+}$ (1) Décuplet des baryons $\frac{3}{2}^{+}$ (1)

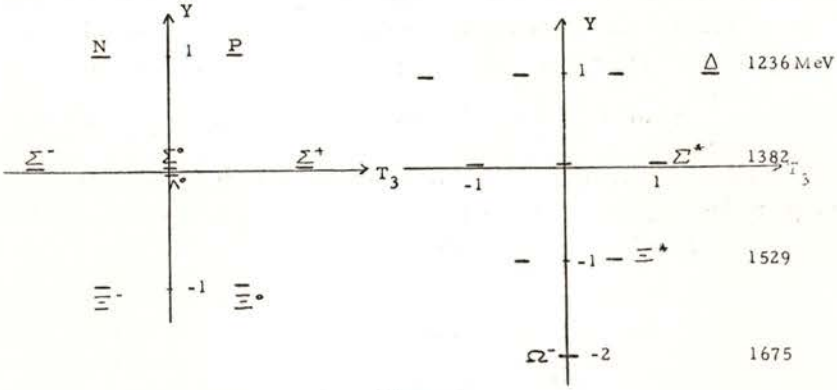


Figure 6

Nous ne parlerons pas ici d'un prolongement de SU_3 prévu par Gell-Mann dans l'«algèbre des courants» appartenant à des multiplets de SU_3, qui a donné certaines relations dynamiques pour les interactions fortes, souvent bien vérifiées expérimentalement.

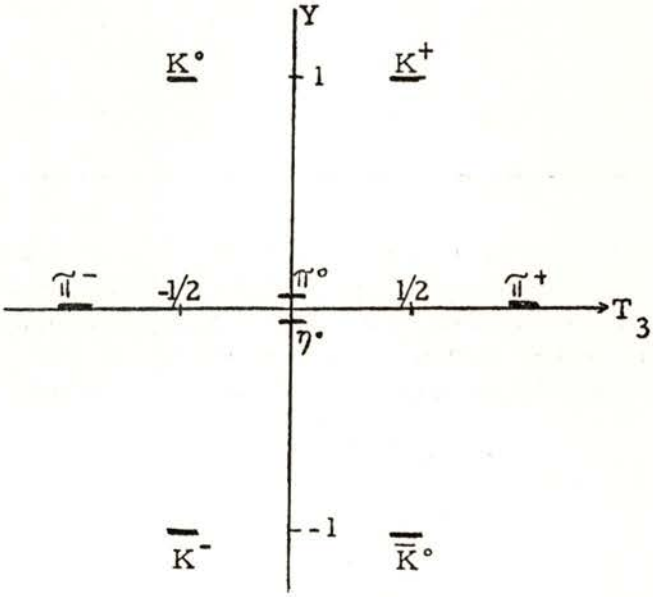


Figure 7. Octet des mésons 0^{-} (1)

(1) Ces nombres et ces signes indiquent le spin et la parité intrinsèque des particules.

Une manière simple de retrouver SU_3 est d'admettre que toutes les particules et résonances sont constituées de trois particules fondamentales, formant le triplet de base de SU_3, et de leurs antiparticules. Pour obtenir l'octet des baryons, il faut alors mettre ensemble 3 de ces particules, et comme $B = 1$ pour les baryons, il faut donc que $B = \frac{1}{3}$ pour chacune. A cause de (1), elles auraient aussi des charges fractionnaires. Gell-Mann les a baptisées «quarks». On peut les appeler p, n, λ qui ont respectivement mêmes nombres quantiques J^P, I et S que P, N, Λ.

TABLEAU I

Nombre quantiques des quarks

	J^P	I	I_3	S	B	Y	Q
p	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
n	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
λ	$\frac{1}{2}^+$	0	0	-1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$

Le modèle des quarks permet même de sauver une symétrie plus étendue qui avait été proposée par certains théoriciens et qui a conduit à quelques prévisions exactes. Ils avaient proposé que les interactions très fortes soient non seulement invariantes par SU_3, mais aussi indépendantes du spin, ce qui permet de considérer le groupe plus étendu

$$SU_6 \supset \underset{\substack{\downarrow \\ \text{symétrie} \\ \text{interne}}}{SU_3} \otimes \underset{\substack{\downarrow \\ \text{spin.}}}{SU_2}$$

Mais dès que les particules sont en mouvement, l'invariance par rapport au spin doit être cassée par les couplages spin-orbite, a fortiori quand les vitesses sont Relativistes. La seule manière de sauver

une certaine invariance par SU_6 semble être de construire un modèle à quarks non Relativistes. On peut imaginer par exemple un puits de potentiel moyen où les 3 quarks constituants seraient placés, assez profond pour que l'énergie de liaison par quark soit grande, et de forme telle que leur énergie cinétique moyenne reste faible (ceci est réalisable avec un puits carré). Les forces spin-orbite et spin-spin étant négligeables, les niveaux d'énergie du système correspondront aux multiplets de SU_6; quand on atteint les niveaux élevés, on peut penser que l'invariance est cassée par les forces spin-orbite, mais elle garde une valeur pour classer les états.

2º) Un autre ensemble d'idées provient surtout de *Chew* et de *Mandelstamm*.

On admet généralement que les quarks, s'ils existent, sont lourds $M \geqslant 3\ Ge\ V$, et même plus $\simeq 10$ à $20\ Ge\ V$, ce qui expliquerait le succès des «formules de masse» dans un multiplet de SU_3, où l'on traite l'interaction moyennement forte comme une perturbabation.

Donc si un méson est formé d'un quark et d'un antiquark, comme $\pi^+ = \bar{n}\, p$, on voit que pour en extraire ces quarks, il faut fournir une énergie incomparablement plus grande ($\gtrsim 6\ Ge\ V$) que la masse du π^+ (139 $Me\ V$), énergie sensiblement égale à la masse des particules «extraites». Ceci n'a plus rien à voir avec la notion usuelle de constituant d'un atome ou d'un noyau que l'on peut extraire avec une énergie qui est quelques % de sa masse (atome: 10 e V à 10 $ke\ V$ devant 500 $ke\ V$; noyau $\simeq 10\ Me\ V$ devant 1 000 $Me\ V$).

Ceci a rendu beaucoup de theoriciens sceptiques sur la valeur d'un modèle à constituants fondamentaux, analogue à ceux de l'atome et du noyau. Leur idée est que, au contraire, dans ce domaine des particules, on ne saurait dire qu'une particule est constituée par d'autres plus fondamentales, mais que l'on peut considérer chacune comme constituée par toutes autres possibles d'après la conservation des nombres quantiques fondamentaux internes (B, I, I_3, Y) ou externes (spin, parité ...). Ainsi on peut considérer un π comme constitué d'un N et d'un $\bar{N}$, d'un N^* et $\bar{N}^*$, d'un Δ et d'un $\bar{\Delta}$, etc.. (Δ est la résonance πN $I = 3/2$, $J = 3/2^+$ de la figure 6 ci-dessus à 1236 $Me\ V$). De même $N^* = \pi N$, etc..

De cette façon aucun des hadrons n'est privilégié, et c'est ce que Chew appelle une «*démocratie des particules*» opposée à l'«*aristocratie*» du modèle des quarks.

On appelle aussi cette idée le «*bootstrap*» d'après une aventure du baron de Münchhausen qui monta jusqu'à la lune en tirant sur ses tirants de botte; car un N^* par exemple peut être formé d'un N et d'un π, ceux-ci sont eux-mêmes liés par l'échange de particules comme 2π par exemple; or π lui-même $= N\overline{N}$, etc..

Chew est même convaincu que la hiérarchie des interactions qui se manifeste dans SU_3 doit provenir elle-même de cette dynamique démocratique, comme le modèle en couches du noyau sort d'un ensemble de nucléons jouant tous le même rôle.

Mais ces idées conduisent à des théories extrêmement compliquées par l'existence même d'un très grand nombre de particules et résonances (des tentatives de bootstrap, pas bien concluantes, ont été faites avec des ensembles restreints).

En pratique, il faut bien prendre certaines résonances connues pour simplifier les choses, par exemples le ρ comme ensemble $\pi\pi$, c'est à dire une démocratie avec des «corps constitués».

Toute démocratie pour être viable exige des «vertus» si l'on en croit Montesquieu, ou disons des principes. A la base des idées de Chew-Mandelstamm se trouvent 3 grands principes:

1 — UNITARITÉ DE LA MATRICE S

Celle-ci est seulement une conséquence des postulats généraux de la Mécanique Quantique: conservation de la probabilité, c'est à dire si $|a> \rightarrow |b>$

$$\sum_b P_{a \rightarrow b} = 1$$

Elle se traduit par:

$$S S^+ = S^+ S = 1$$

2 — ANALYTICITÉ MAXIMALE

3 — CROISEMENT

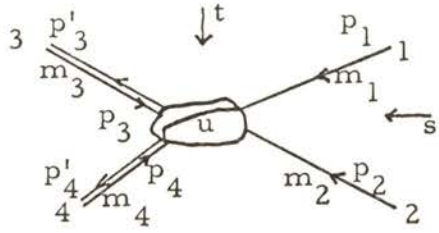


Figure 8

Ces deux dernièrs principes sont assez mêlés. Pour les expliquer prenons un processus

2 particules → 2 particules, soit

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4$$

L'idée du croisement est celle de la comparaison de

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 \tag{1}$$

à :

$$1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4 \quad (\bar{i} \text{ antiparticule de } i) \tag{2}$$

et :

$$1 + \bar{4} \rightarrow 3 + \bar{2} \tag{3}$$

les $\bar{i}$ ayant des 4-quantités de mouvement opposées à celles des i.

Cette comparaison peut sembler illusoire.

En effet, prenons $p_3 = -p_3'$, $p_4 = -p_4'$ de manière que tous les p_i soient entrants (on prendra des p_i' opposés aux p_i pour les particules i effectivement sortantes dans chacun des processus). Les quantités

$$\begin{cases} s = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 = (E_3 + E_4)^2 - (\vec{p}_3 + \vec{p}_4)^2 \\ t = (E_1 + E_3)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_3)^2 = (E_2 + E_4)^2 - (\vec{p}_2 + \vec{p}_4)^2 \\ u = (E_1 + E_4)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_4)^2 = (E_2 + E_3)^2 - (\vec{p}_2 + \vec{p}_3)^2 \end{cases}$$

sont des invariants Relativistes (on a tenu compte pour écrire les secondes égalités de : $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 0$, exprimant la conservation de l'énergie-impulsion).

Leurs domaines de variations sont différents et déconnectés quand on considère les 3 réactions (1—2—3). Pour (1) :

s représente le carré de l'énergie dans le c. m. ($\vec{p}_2 = -\vec{p}_1$)

t le transfert de quantité de mouvement entre 1 et 3

u le transfert de quantité de mouvement entre 1 et 4

(Noter que l'on a toujours en fait : $s + t + u = \sum m_i^2$), de sorte que l'on a :

$$s \geqslant s_o = \text{Max} \begin{cases} (m_1 + m_2)^2 \\ (m_3 + m_4)^2 \end{cases}$$

tandis que $t < 0$, $u < 0$ en général.

Au contraire dans (2),

$$t \geqslant t_o = \text{Max} \begin{cases} (m_1 + m_3)^2 \\ (m_2 + m_4)^2 \end{cases}$$

tandis que $s < 0$, $u < 0$ en général.

La comparaison a un sens si l'on suppose qu'une même amplitude $M(s, t, u)$ prend la valeur voulue pour chaque réaction suivant le domaine de variation correspondant. Ceci n'a de sens qu'en l'absence de singularités formant barriere entre les différents domaines.

L'hypothèse *d'analyticité maximale* dit qu'il n'y en a pas, dans le plan complexe de ces variables et sur le ler feuillet «physique», en dehors de l'axe réel, de sorte que l'on peut passer de l'un à l'autre des domaines en passant dans le plan complexe.

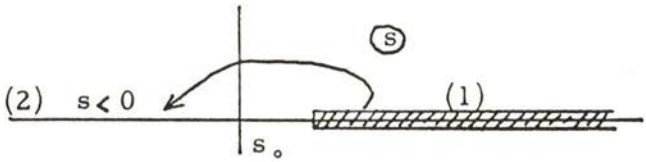


Figure 9

Les réactions (1), (2), (3) sont dites celles des voies physiques s, t et u respectivement.

Sur l'axe réel s, il y nécessairement des singularités pour $s > s_o$ car la relation d'unitarité l'exige.

Ces trois principes ont joué un rôle fondamental dans toutes les études théoriques depuis une quinzaine d'années: relations de dispersion, etc..

Les deux derniers ont d'ailleurs été démontrés dans certains cadres (cf. plus haut diffusion potentielle, théorie des champs en perturbation, etc.).

Enfin, une dernière idée de Chew s'est révélée très féconde bien qu'elle paraisse très curieuse a priori: c'est celle de l'analyticité maximale dans le plan de la variable complexe l, étendant les valeurs possibles du moment orbital, qui ne prend pourtant que les valeurs entières $l = 0, 1, 2, \ldots$

L'idée est la suivante. Se plaçant dans la voie t, on peut développer l'amplitude $M_t\ (s,\ t)$ en ondes partielles (nous supposons les perticules sans spin) ; $\sqrt{t}$ est ici l'énergie dans le c. m. $(\vec{p}_1 + \vec{p}_3 = 0)$, s est le transfert lié à l'angle de diffusion $(\vec{p}_1,\ \vec{p}_2') = \theta_t$ par:

$$\begin{cases} \rightarrow s = \dfrac{\sum}{2} - \dfrac{t}{2} - \dfrac{(m_1^2 - m_3^2)\ (m_2^2 - m_4^2)}{2t} + \dfrac{z_t}{2t} R_t \\[2ex] \rightarrow \cos\theta_t = z_t = \dfrac{t^2 + t(2s - \sum) + (m_1{}^2 - m_3{}^2)\ (m_2{}^2 - m_4{}^2)}{\sqrt{[t-(m_1+m_3)^2]\ [t-m_1-m_3)^2]\ [t-(m_2+m_4)^2]\ [t-(m_2-m_4)^2]}} \end{cases}$$

(où $\sum = \sum_{i=1}^{4} m_i^2$ et R_t est le radical du dénominateur de la deuxième relation)

$$M_t\ (s,\ t) \rightarrow M_t(z_t,\ t)$$

(2) $M_t(z_t, t) = \sum_l (2l+1)\, M_l(t)\, P_l(z_t)$

dans un domaine entourant $[-1, +1]$, limité par les singularités provenant de $t\ (t > t_o)$.

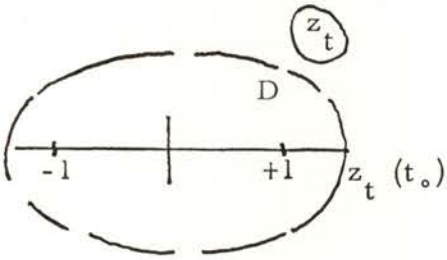


Figure 10

(2) peut se transformer en:

$$(3) \qquad M_t(z_t,\ t) = -\frac{1}{2i} \int_{C_o} (2l+1)\ M(l,\ t)\ \frac{P_l(-z_t)}{\sin \pi l}\ dl$$

Après déformation du contour, la relation peut être étendue en dehors du domaine D de z_t, ce qui permet de passer dans la voie s $(t < 0,\ \ s > s_o$; notamment si $t \neq 0$ et $s \rightarrow +\infty,\ \ z_t \rightarrow -\infty)$.

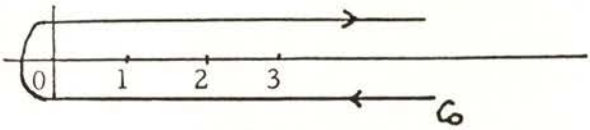


Figure 11

On aboutit alors à une relation donnant $M_s(s, t)$ en fonction des pôles en l de $M(l, t)$

$$M(l, t) \simeq \frac{\beta_i(t)}{l - \alpha_i(t)} \text{ pour } l \text{ proche de } \alpha_i(t)$$

$\alpha_i(t) \rightarrow$ *trajectoires de Regge* (qui avait introduit ce concept en diffusion potentielle).

On obtient ainsi pour les grandes valeurs de s:

$$M_s(s, t) \simeq \sum_i [2\alpha_i(t) + 1] \frac{b_i(t)}{\sin \pi \alpha_i(t)} \left(\frac{s}{s_1}\right)^{\alpha_i(t)} \tag{4}$$

où :
$$b_i \equiv \sqrt{\pi}\ \beta_i \left(\frac{-4t}{R_t}\right)^{\alpha_i(t)} s_1^{\alpha_i(t)} \frac{\Gamma\left[\alpha_i(t) + \frac{1}{2}\right]}{\Gamma\left[\alpha_i(t) + 1\right]}$$

(s_1 facteur d'échelle $\simeq 1\ Ge\ V^2$).

En fait, il y a lieu de séparer les parties paire et impaire en z_t de $M(z_t, t)$, soit $M^\tau(z_t, t)$ ($\tau = \pm 1$) et les $\alpha_i^\tau(t)$, $b_i^\tau(t)$ sont différents dans les deux cas. Il s'introduit alors en plus dans (4) le «facteur de signature»: $\frac{1}{2}\left[1 + \tau\ e^{-i\pi\alpha_i^\tau(t)}\right]$.

Revenant à $t > 0$, ces trajectoires donnent l en fonction de t aux points d'ordonnée entière.

Sur une même trajectoire de Regge, on doit trouver des particules de mêmes nombres quantiques internes, de même parité P, et de même signature τ, concept qui s'introduit ici.

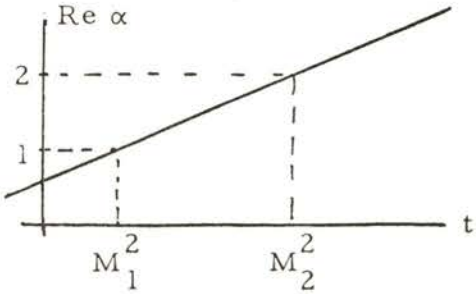
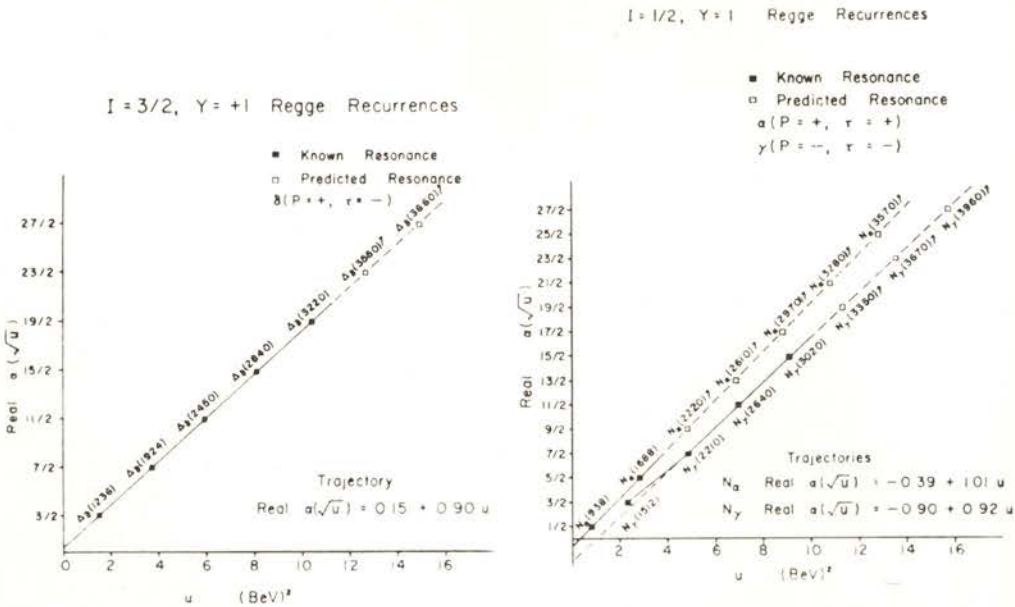


Figure 12

Pour les Bosons (mésons) $\begin{cases} \tau = + & \text{pour } J \text{ pairs} \\ \tau = - & \text{pour } J \text{ impairs} \end{cases}$



Chew-Frautschi diagram for baryon trajectories supporting linearity of trajectories with $W^2(u)$

Figure 13

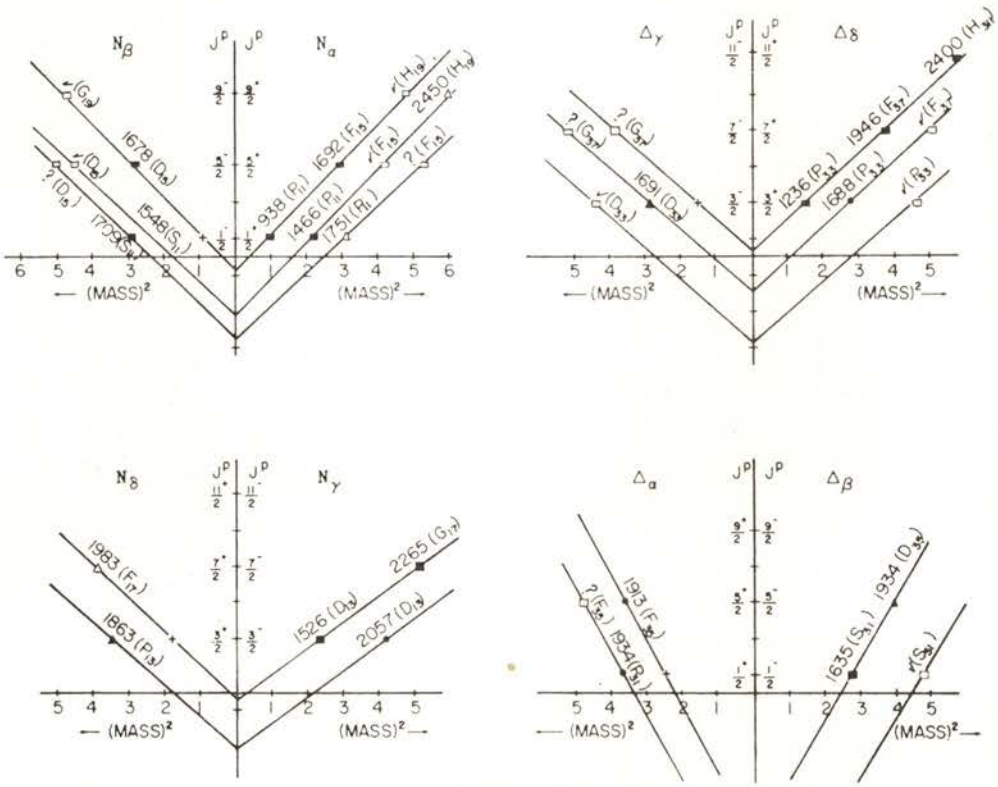


Fig. 7. Proposed classification of πN resonances on MacDowell-symmetric Regge trajectories. The notation for the resonances is (■) established, (●) probable, (▲) interpretation in doubt, (△) unconfirmed, (V) indication of increasing absorption in partial wave, (□) predicted, (+) extinguished state, (?) no information available (Ref. [79]).

Figure 14

Figures extraites de Gerald E. HITE — Recent developments of Regge pole model — R. M. P. 1969, 41, 669.

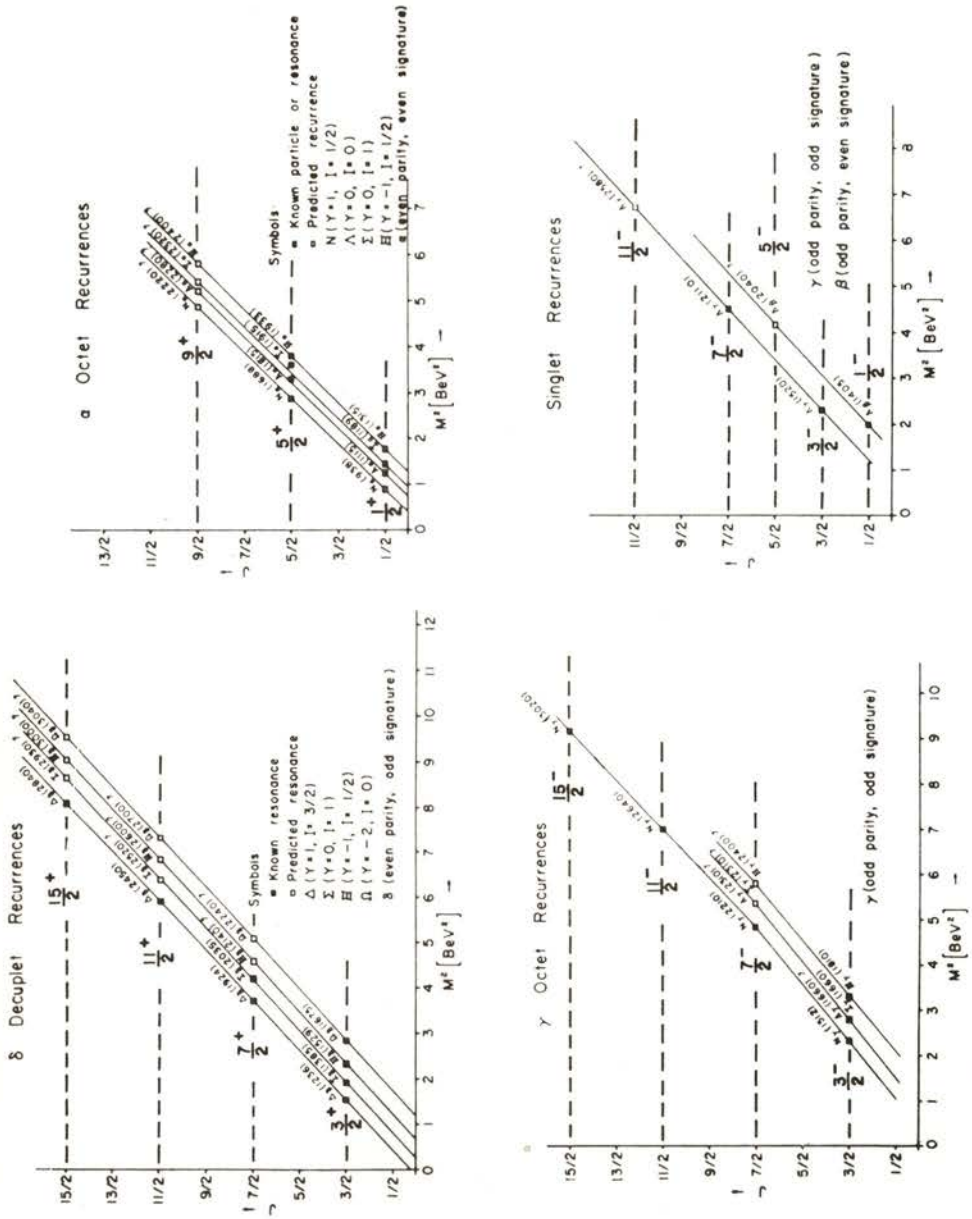


Fig. 8. Evidence and predictions for $SU(3)$ symmetric baryon trajectories (Ref. [77]).

Figure 15

Figure extraite de Gerald E. HITE — Recent developments of Regge pole model — R. M. P. 1969, 41, 669.

$$\text{Pour les Fermions (baryons)} \begin{cases} \tau = + & \text{pour } J - \frac{1}{2} \text{ pair} \\ \tau = - & \text{pour } J - \frac{1}{2} \text{ impair} \end{cases}$$

Trajectoires que l'on dénomme souvent :

$$\begin{array}{lll} \alpha & P = + & , \ \tau = + \\ \beta & P = - & , \ \tau = + \\ \gamma & P = - & , \ \tau = - \\ \delta & P = + & , \ \tau = - \end{array}$$

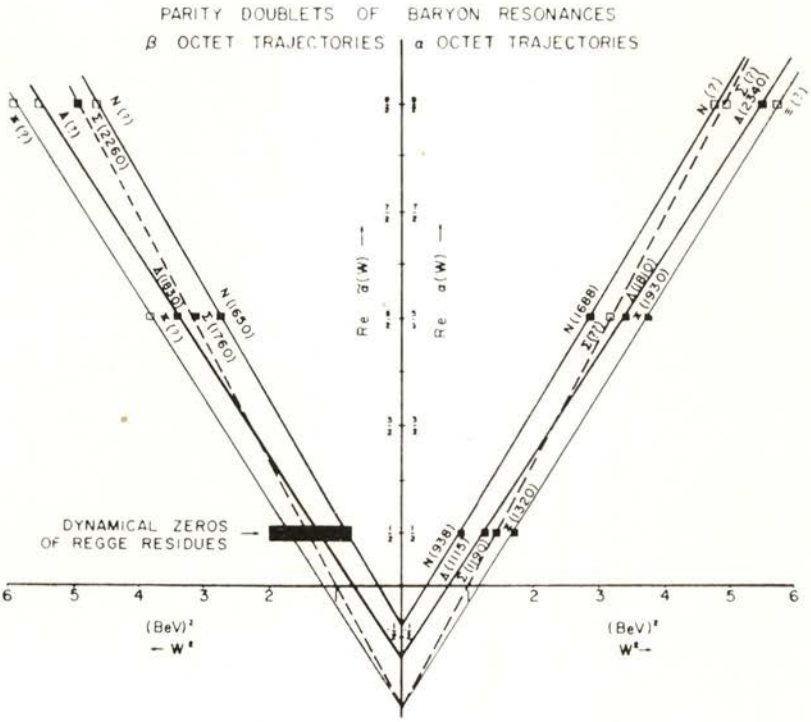


Fig. 9. An assignment of baryon resonances to MacDowell parity doublets SU (3) symmetric trajectories

Figure 16

Figure extraite de Gerald E. HITE — Recent developments of Regge pole model — R. M. P. 1969, **41**. 669.

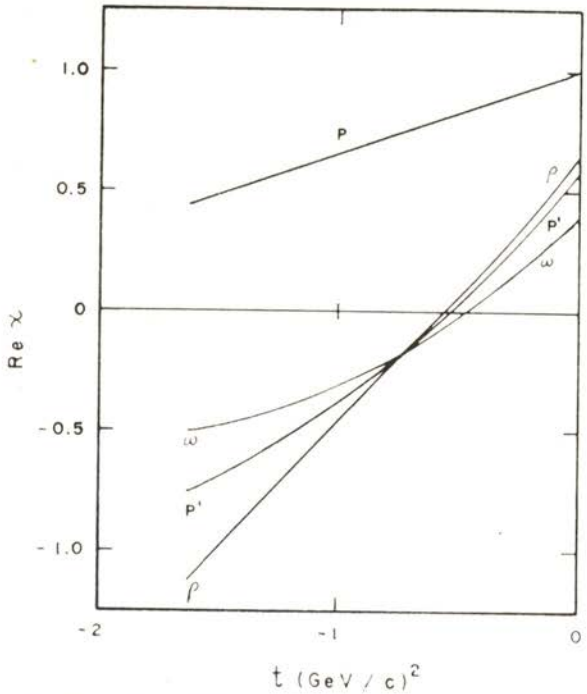


Fig. 10. Typical example of trajectories found in fitting experimental data

Figure 17

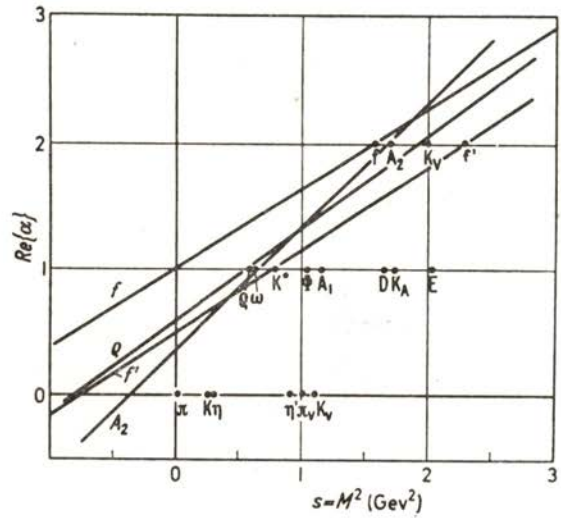


Fig. VIII.1. A Chew-Frautschi plot for the mesons. The particule masses are taken from *Rosenfeld* et al., 1967, and trajectories have been drawn for those cases in which α (o) in know from table (VIII.1)

Figure 18

Figure extraite de P. D. B. COLLINS et E. J. Squires — Regge poles in Particle Physics Springer-Verlag 1968.

Cette prévision a été remarquablement vérifiée, avec des trajectoires pratiquement linéaires et parallèles.

Nous donnons celles des baryons, puis des mésons. Celles des baryons montrent une propriété à peu près prévue théoriquement (symétrie de Mac Dowell): mêmes trajectoires pour même τ, et P opposés.

Les deux ensembles d'idées que nous avons évoqués sont en principe disjoints. Tant qu'on les applique de manière assez générale, ils peuvent coexister (SU_3 et diagramme de Chew-Frautschi).

Si on précise le modèle des quarks, ils n'aboutissent pas forcément aux mêmes prévisions, pour les positions des masses des résonances.

A/ RESONANCES BARYONIQUES ET MODELES DE QUARKS

Nous devons d'abord nous demander si les Baryons connus se classent bien en multiplets de SU_3, et nous allons voir que cela semble assez bien vérifié; évidemment, on a beaucoup de multiplets de spins et parités différents, et cela rend indispensable une nouvelle classification, que l'on espère trouver avec le modèle de quarks non Relativistes.

Harari dans son rapport à la Conférence de Vienne (1968) propose des regroupements des résonances baryoniques en octets et décuplets. Toutes les résonances d'un même multiplet doivent avoir même J^P; de plus leurs masses doivent vérifier les formules de masse:

— masses équidistantes pour Δ, Σ, Ξ, Ω dans le décuplet.

— masses satisfaisant à la formule d'Okubo-Gell-Mann dans l'octet, formule à trois constantes:

$$M = M_o + M_1 Y + M_2 \left[I(I+1) - \frac{Y^2}{4} \right] \tag{1}$$

d'où résulte la relation:

$$M_N + M_{\Xi} = \frac{3}{2} M_\Lambda + \frac{1}{2} M_\Sigma$$

pour les 4 multiplets d'isospin qui y sont contenus.

En fait, Harari n'utilise pas ces relations, mais une recette empirique: les membres $S = -1$ de chaque multiplet se trouveraient

environ 100 à 200 *Me V* au dessus des états non étranges. Autrement dit, dans les décuplets, il prend bien la formule linéaire:

$$M \simeq M_o - b\,Y \tag{2}$$

mais avec le même b pour tous les décuplets; dans les octets, il prend encore la même formule approchée, négligeant dans (1) le 3ème terme, et prenant $M_1 = -b$. Il donne de cette règle les justifications suivantes:

1/ Elle est bien vérifiée dans les multiplets connus,

2/ Pour les états de masse élevée, on doit s'attendre à des termes d'ordre supérieur cassant SU_3, à des mélanges de configuration, pouvant superposer des états de plusieurs multiplets, qui rendent très douteuses les formules de masse exactes.

Il porte dans les diagrammes les masses observées pour des états N, Λ, Σ par exemple en fonction de J^P (états $S_{1/2}$, $P_{1/2}$, etc. ... notés S_1, P_1, etc..) en effectuant le décalage indiqué dans l'échelle des

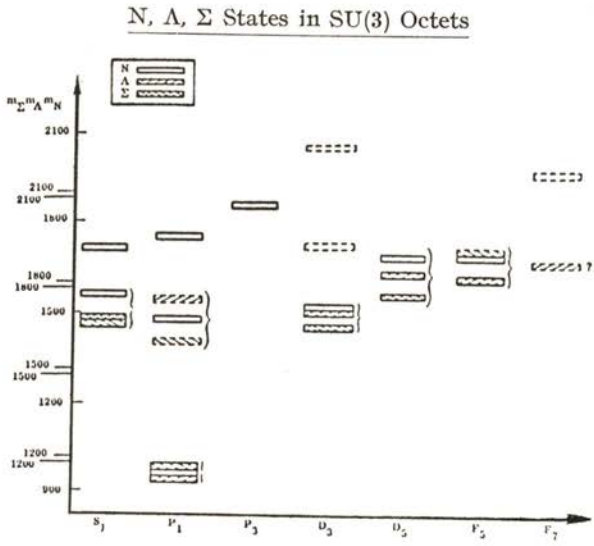


Fig. 9 — N, Λ, and Σ excited states assigned to SU(3) octets. The three mass scales are shifted with respect to each other. The «ideal world» in which the N–Λ–Σ mass splitting in all octets is identical would correspond to overlapping «boxes» for the corresponding states in a given octet. The solid and dashed boxes are defined in Fig. 5.

Figure 19

Figure extraite de H. Harari — Resonances-theory — Proceedings of the 14 th International Conference on high energy physics (1968) CERN. Genève 1968

Δ, Σ States in SU(3) Decuplets

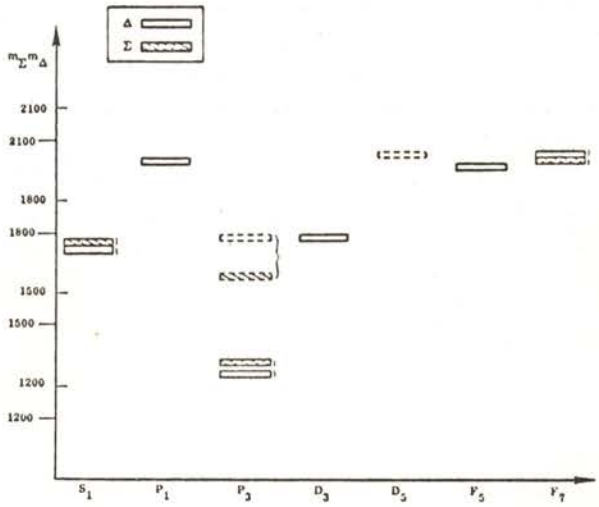


Fig. 10 — Δ and Σ excited states assigned to SU(3) decuplets. Notation as in Fig. 9.

Predicted Ξ States

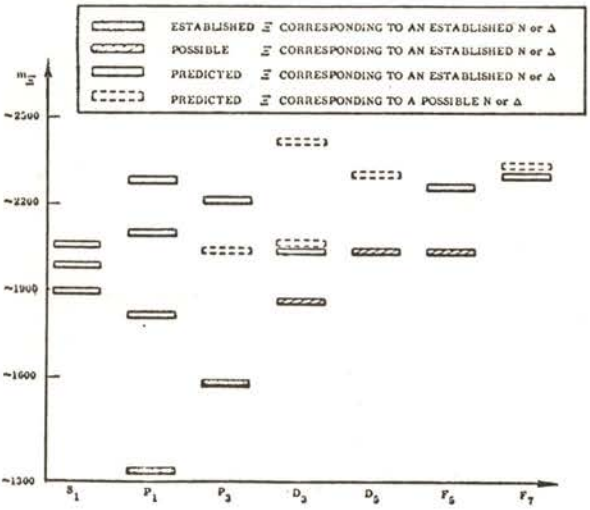


Fig. 11 — The predicted Ξ spectrum. The approximate mass scale in based on adding 300–350 *Me V* to the mass of the corresponding *N* or Δ state.

Figures 19

Figures extraites de H. Harari (CERN. Genève 1968)

masses, et admettant une certaine erreur: les rectangles de son diagramme qui se recouvrent, ou sont voisins, sont classés dans le même octet. Il effectue la même opération pour Σ et Δ qu'il répartit ainsi dans des décuplets (Figures 9 et 10 de son rapport); l'ensemble des Ξ est porté sur un diagramme à part (figure 11). Il obtient ainsi les tables 4 (6 octets) et 5 (4 décuplets). De nouveaux états Λ, Σ trouvés récemment s'y placent exactement, dit Harari, mais il a fait un certain choix parmi des résonances encore mal établies. Pour les Ξ, la situation est assez confuse et Harari pense que les résonances Ξ observées sont souvent des superpositions de plusieurs résonances voisines. Ses diagrammes le conduisent à certaines prévisions sur des états. Λ, Σ entre 1850 et 2200 *Me V*.

TABLEAU II

TABLE 4

Possible SU(3) octets. Unconfirmed states or questionable SU(3) assignements are question-marked

J^P	N	Λ	Σ	Ξ
$\frac{1}{2}^+$	940	1115	1190	1320
$\frac{1}{2}^+$	1470	1750?	1610?	—
$\frac{3}{2}^-$	1520	1690	1660	1820?
$\frac{1}{2}^-$	1550	1670	1670?	—
$\frac{5}{2}^-$	1690	1830	1770	1930?
$\frac{5}{2}^+$	1690	1815	1910?	2030?

TABLE 5

Possible SU(3) decuplets. Notation as in Table 4

J^P	Δ	Σ	Ξ	Ω
$\frac{3}{2}^+$	1240	1385	1530	1675
$\frac{1}{2}^-$	1640	1770?	—	—
$\frac{3}{2}^+$	1690?	1660?	—	—
$\frac{7}{2}^+$	1950	2030	—	—

Tableaux extraits de H. Harari — Vienne Conference

Maintenant, il faut essayer de classer tous ces octets et décuplets dans le schéma plus général du modèle des quarks.

Les Baryons ($B = 1$) s'obtiennent de la manière la plus simple comme états à 3 quarks.

On veut placer dans les niveaux les plus bas les états de l'octet et du décuplet «classiques». Dans le décuplet se trouve la Δ_{33} (1236 *Me V*) qui contient l'état de charge $+2$: Δ_{33}^{++}. Cet état doit être formé de 3 p ($p_1\, p_2\, p_3$); il est donc symétrique en spin-unitaire, et comme $J^P = \frac{3}{2}^+$, il doit être symétrique en spin [1], si l'on admet pour ce niveau bas $L = 0$. Si les quarks sont bien des *Fermions*, il faut donc que ce soit un *état antisymétrique d'espace* de $L = 0$.

1º) Dans la première version du modèle des quarks, on postule alors que tous les niveaux les plus bas correspondent à $L = 0$ *antisymétrique d'espace.*

Avec les couches d'un potentiel moyen, ceci n'est pas réalisé facilement: on ne peut prendre les 3 quarks sur des orbitales s, car ceci donnerait un état global s^3 symétrique. En les prenant sur des orbitales p, ceci serait réalisable avec l'état de fonction d'onde $\psi \propto \vec{r}_1 \cdot (\vec{r}_2 \wedge \vec{r}_3)$, mais cet état disparaît si l'origine est le c. m. $(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = 0)$: c'est un état *spurieux* (d'ailleurs il aurait la parité —) Il faut donc introduire des états plus compliqués par exemple d^3 ou $s^2 d^1$.

Quoiqu'il en soit, montrons que l'on obtient bien ainsi tous les états du décuplet et de l'octet (Tableau II).

Dans le cas simple ci-dessus avec 3 quarks identiques (qui peuvent être remplacés par $n_1 n_2 n_3 = \Delta_{33}^-$ ou $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \Omega^-$) la fonction d'onde de spin unitaire est complètement symétrique, obtenue par le symétriseur $\boxed{1 \mid 2 \mid 3}$; il en est de même pour la fonction d'onde de spin. En dehors de ce cas, on va rencontrer des systèmes à:

a) 2 quarks identiques + 1 troisième
b) 3 quarks différents

avec des propriétés de symétrie un peu plus compliquées.

---

[1] En prenant les 3 spins parallèles on a le sous-état magnétique $M = \frac{3}{2}$ ou $M = -\frac{3}{2}$; en symétrisant $p_1^{\pm}\, p_2^{\pm}\, p_3^{\pm}$ avec toutes les possibilités de spins on obtient tous les M de $J^P = \frac{3}{2}^+$.

— Dans le cas (*a*), on peut soit symétriser complètement comme ci-dessus en spin unitaire et spin :

$$\underset{\text{spin unitaire}}{\boxed{\,\boxed{}\,\boxed{}}} \times \underset{\text{spin}}{\boxed{\,\boxed{}\,\boxed{}}} \rightarrow J^P = \frac{3}{2}^+$$

état du décuplet qui pourra avoir :

$$I = 1\,, \quad I_3 = \pm 1 \text{ si } p_1 p_2 \lambda_3\,, \quad n_1 n_2 \lambda_3$$

$$S = -1 \qquad (\sum{}^*)^+ \quad (\sum{}^*)^-$$

ou :

$$I = \frac{1}{2}\,, \quad I_3 = \pm \frac{1}{2} \text{ si } p_1 \lambda_2 \lambda_3\,, \quad n_1 \lambda_2 \lambda_3$$

$$S = -2 \qquad (\Xi^*)^0 \quad (\Xi^*)^-$$

Ou bien symétriser sur 2 particules seulement (12)

antisymétriser sur 2 autres (1,3) suivant $\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 2 \\ \hline 3 & \\ \hline\end{array}$ par exemple,

en spin unitaire et spin. On a alors les états : $J^P = \frac{1}{2}^+$ de l'octet, avec les diverses possibilités d'isospin indiquées au tableau III.

On ne peut aller plus loin, antisymétrisant sur les 3, puisqu'il n'y a que 2 états de spin.

— Dans le cas (*b*) les états $p\,n\,\lambda$ sont de charge nulle.

— En symétrisant complètement on obtient un $J^P = \frac{3}{2}^+$ de $I = 1$ qui est : $(\sum{}^*)^0$.

— En symétrisant sur 2 particules comme ci-dessus, on a des états $J^P = \frac{1}{2}^+$ au nombre de deux (puisque symétrisant sur $p\,n$ on a $I = 1$, antisymétrisant $I = 0$).

Ce sont $\sum^0 (I = 1)$, $\Lambda^0 (I = 0)$.

Compte tenu des états de spin, il y a :

$$\begin{array}{rl} 4 \times 10 = \ \ 40 & \text{états dans le décuplet} \\ 2 \times 8 \ \ = \ \ 16 & \text{états dans l'octet} \\ \hline \ \ \ \ \ \ \ \ 56 & \end{array}$$

La représentation 56 est bien la première qui apparaît dans la combinaison de trois sextets de SU_6 : $6 \otimes 6 \otimes 6$, et qui soit symétrique. La classification ci-dessus ne contient rien de plus tant que l'on n'introduit pas de forces résiduelles entre quarks, qui n'ont pas l'invariance SU_6, et qui permettent de lever la dégénérescence des niveaux de ce multiplet 56, donc de donner leurs différences d'énergie.

Par ailleurs, si l'on précise la forme du puits de potentiel moyen, on pourra obtenir des multiplets de masse de plus en plus élevées, en plaçant les quarks sur des orbitales de plus en plus excitées. Des calculs des deux types ont été effectués, en analogie avec les calculs nucléaires (Morpurgo, Dalitz).

2º) *LA SECONDE VERSION DU MODÈLE DES QUARKS*

Cette analogie avec la nucléaire est loin d'être complète, puisque, dans le noyau, on commence par remplir des états $s \rightarrow$ fonction d'onde d'espace symétrique.

Certains auteurs ont critiqué aussi le choix d'une fonction antisymétrique parce que le recouvrement des orbitales y est minimal. L'état ne peut être alors le plus stable que s'il y a des forces d'échange (de type Majorana) répulsives, contrairement à celles que l'on connaît dans le noyau. Cependant, compte tenu du succès de la classification ci-dessus pour octet et décuplet les moins lourds, on ne peut prendre une fonction d'onde sumétrique que dans l'hypothèse où les quarks obéissent à la statistique de Bose. Ceci devient possible avec les parastatistiques introduites par Feshbach, et l'idée a été exploitée par Greenberg et Messiah qui ont proposé de considérer les quarks comme des «*para-Fermions d'ordre* 3». Greenberg (Phys. Rev. Letters *13*, 600 (1964)) a développé les premiers calculs dans ce modèle; il y remplit et combine les orbitales successives de manière que la fonction d'onde totale soit symétrique; il donne la symétrie de l'ensemble spin unitaire--spin : les multiplets de SU_3 et les valeurs de J contenues sont indiqués. Nous ne donnons pas ce tableau global qui contient en tout

TABLEAU III

Système	Q	S	I_3	I	J^P	Particule	Symétrie
$p_1\, p_2\, p_3$	$+2$	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}^+$	Δ_{33}^{++}	
$p_1\, p_2\, n_3$	$+1$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}^+$	Δ_{33}^{+}	(1)
				$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}^+$	P	
$p_1\, p_2\, \lambda_3$	$+1$	-1	1	1	$\frac{3}{2}^+$	$(\Sigma^*)^+$	
				1	$\frac{1}{2}^+$	Σ^+	(2)
$p_1\, n_2\, n_3$	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}^+$	Δ_{33}^{o}	
				$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}^+$	N	
$p_1\, n_2\, \lambda_3$	0	-1	0	1	$\frac{3}{2}^+$	$(\Sigma^*)^o$	
				1	$\frac{1}{2}^+$	Σ^o	
				0	$\frac{1}{2}^+$	Λ^o	
$p_1\, \lambda_2\, \lambda_3$	0	-2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}^+$	$(\Xi^*)^o$	
				$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}^+$	Ξ^o	
$n_1\, n_2\, n_3$	-1	0	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}^+$	Δ_{33}^{-}	
$n_1\, n_2\, \lambda_3$	-1	-1	-1	1	$\frac{3}{2}^+$	$(\Sigma^*)^-$	
				1	$\frac{1}{2}^+$	Σ^-	
$n_1\, \lambda_2\, \lambda_3$	-1	-2	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}^+$	$(\Xi^*)^-$	
				$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}^+$	Ξ^-	
$\lambda_1\, \lambda_2\, \lambda_3$	-1	-3	0	0	$\frac{3}{2}^+$	Ω^-	

(1) Schématise le 1er diagramme d'Young. (2) Schématise le 3ème diagramme d'Young.

TABLEAU IV

Partial wave	J^P	Mass ($Me\ V$)	M^2 ($Ge\ V^2$)	Γ ($Me\ V$)	CLASSIFICATION ($SU(6), L^P$)	$SU(3)$	S
P_{11}	$\frac{1}{2}^+$	940	0.88	0	$(56,0^+)$	8	$\frac{1}{2}$
P_{11}	$\frac{1}{2}^+$	1460	2.13	260	?	8	?
D_{13}	$\frac{3}{2}^-$	1515	2.30	115	$(70,1^-)$	8	$\frac{1}{2}$
S_{11}	$\frac{1}{2}^-$	1525	2.33	80	$(70,1\ \ )$	8	$\frac{1}{2}$
D_{15}	$\frac{5}{2}^-$	1675	2.81	145	$(70,1^-)$	8	$\frac{3}{2}$
F_{15}	$\frac{5}{2}^+$	1690	2.86	125	$(56,2^+)$	8	$\frac{1}{2}$
S_{11}	$\frac{1}{2}^-$	1715	2.94	280	$(70,1^-)$	8	$\frac{3}{2}$
D_{13}	$\frac{3}{2}^-$	1755	3.08	?	$(70,1\ \ )$	8	$\frac{3}{2}$
P_{11}	$\frac{1}{2}^+$	1785	3.18	405	?	8	?
? P_{13}	$\frac{3}{2}^+$	1900	3.60	335	?	8	?
? F_{17}	$\frac{7}{2}^+$	~ 2000	~ 4.00	225	$(56,4^+)$	8	$\frac{1}{2}$
? D_{13}	$\frac{3}{2}^-$	~ 2000	~ 4.00	290	$(70,3^-)$	8	$\frac{1}{2}$
G_{17}	$\frac{7}{2}^-$	2190	4.80	300	$(70,3^-)$	8	$\frac{3}{2}$
	$\frac{13}{2}^-$?	2650	7.02	360	$(70,5^-)$	8	$\frac{3}{2}$
	$\frac{17}{2}^-$?	3030	9.18	400	$(70,7^-)$	8	$\frac{3}{2}$
	$\frac{25}{2}^-$?	3690	13.6	?	$(70,11^-)$	8	$\frac{3}{2}$

N resonances. From Ref. 66 and 68. ? before partial wave symbol means doubtful existence. ? after J^P means doubtful J^P

Table 8

Tableau extrait du rapport de Greenberg à la Conférence de Lund (1969)

TABLEAU V

Partial wave	J^P	Mass ($Me\ V$)	M^2 ($Ge\ V^2$)	Γ ($Me\ V$)	CLASSIFICATION ($SU(6), L^P$)	$SU(3)$	S
P_{33}	$\frac{3}{2}^+$	1240	1.54	120	$(56,0^+)$	10	$\frac{3}{2}$
S_{31}	$\frac{1}{2}^-$	1630	2.66	160	$(70,1^-)$	10	$\frac{1}{2}$
D_{33}	$\frac{3}{2}^-$	1670	2.79	225	$(70,1^-)$	10	$\frac{1}{2}$
? P_{33}	$\frac{3}{2}^+$	1690	2.85	280	?	10	?
F_{35}	$\frac{5}{2}^+$	1880	3.53	250	$(56,2^+)$	10	$\frac{3}{2}$
P_{31}	$\frac{1}{2}^+$	1905	3.63	300	$(56,2^+)$	10	$\frac{3}{2}$
F_{37}	$\frac{7}{2}^+$	1940	3.76	210	$(56,2^+)$	10	$\frac{3}{2}$
? D_{35}	$\frac{5}{2}^-$	1950	3.80	310	?	10	?
? P_{33}	$\frac{3}{2}^+$	2000	4.00	290	$(56,2^+)$	10	$\frac{3}{2}$
	$\frac{11}{2}^+$?	2420	5.86	310	$(56,4^+)$	10	$\frac{3}{2}$
	$\frac{15}{2}^+$?	2850	8.12	400	$(56,6^+)$	10	$\frac{3}{2}$
	$\frac{19}{2}^+$?	3230	10.4	400	$(56,8^+)$	10	$\frac{3}{2}$

Δ resonances. From Ref. 66 and 68. ? before partial wave symbol means doubtful existence. ? after J^P means doubtful J^P

Table 9

Tableau extrait du rapport de Greenberg à Lund.

TABLEAU VI

Partial wave	J^P	Masse ($Me\ V$)	M^2 ($Ge\ V^2$)	CLASSIFICATION ($SU(6), L^P$)	$SU(3)$	S
P_{01}	$\frac{1}{2}^+$	1115	1.24	$(56,0^+)$	8	$\frac{1}{2}$
?	?	1327	1.76	?	?	?
S_{01}	$\frac{1}{2}^-$	1405	1.97	$(70,1^-)$	1	$\frac{1}{2}$
D_{03}	$\frac{3}{2}^-$	1520	2.31	$(70,1^-)$	1	$\frac{1}{2}$
S_{01}	$\frac{1}{2}^-$	1670	2.79	(70.1)	8	$\frac{1}{2}$
? P_{01}	$\frac{1}{2}^+$	~ 1670	~ 2.79			
D_{03}	$\frac{3}{2}^-$	1690	2.86	(70,1)	8	$\frac{1}{2}$
?? S_{01}	$\frac{1}{2}^-$	1750	3.06	$(70,1^-)$	8	$\frac{3}{2}$
? P_{01}	$\frac{1}{2}^+$	~ 1800	~ 3,24			
F_{05}	$\frac{5}{2}^+$	1820	3.31	$(56,2^+)$	8	$\frac{1}{2}$
D_{05}	$\frac{5}{2}^-$	1830	3.35	$(70,1^-)$	8	$\frac{3}{2}$
? P_{03}	$\frac{3}{2}^+$	1860	3.46	$(56,2^+)$	8	$\frac{1}{2}$
? F_{07}	$\frac{7}{2}^+$	2015	4.06	?	?	?
? D_{03}	$\frac{3}{2}^-$	2020	4.08	?	?	?
G_{07}	$\frac{7}{2}^-$	2100	4.41	$(70,3^-)$	1	$\frac{1}{2}$
? H_{09}	$\frac{9}{2}^+$	2350	5.52	$(56,4^+)$	8	$\frac{1}{2}$

Λ resonances. From Ref. 67 and 68. ? (??) before partial wave symbol means doubtful (unlikely) existence

Table 10

Tableau extrait du rapport de Greenberg à Lund.

TABLEAU VII

Partial wave	J^P	Mass ($Me\ V$)	M^2 ($Ge\ V^2$)	CLASSIFICATION ($SU(6),\ L^P$)	$SU(3)$	S
P_{11}	$\frac{1}{2}^+$	1190	1.42	$(56,0^+)$	8	$\frac{1}{2}$
P_{13}	$\frac{3}{2}^+$	1385	1.92	$(56,0^+)$	10	$\frac{3}{2}$
?	?	1480	2.19	?	?	?
? P_{11}	$\frac{1}{2}^+$	1560	2.43	?	8	?
	$\frac{1}{2}^-$?	1616	2.61	$(70,1^-)$	8	$\frac{1}{2}$
D_{13}	$\frac{3}{2}^-$	1660	2.76	$(70,1^-)$	8	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{2}^-$?	1690	2.85	$(70,1^-)$	8	$\frac{3}{2}$
D_{15}	$\frac{5}{2}^-$	1760	3.10	$(70,1^-)$	8	$\frac{3}{2}$
S_{11}	$\frac{1}{2}^-$	~ 1760	~ 3.10	$(70,1^-)$	10	$\frac{1}{2}$
? F_{15}	$\frac{5}{2}^+$	1915	3.66	$(56,2^+)$	8	$\frac{1}{2}$?
? D_{13}	$\frac{3}{2}^-$	1920	3.69			
F_{17}	$\frac{7}{2}^+$	2030	4.12	$(56,2^+)$	10	$\frac{3}{2}$
? G_{17}	$\frac{7}{2}^-$	2130	4.54			
?	$\frac{9}{2}^-$?	2250	5.06	$(70,3^-)$	8	$\frac{3}{2}$
?	$\frac{9}{2}^+$?	2450	6.00	$(56,4^+)$	8	$\frac{1}{2}$
?	$\frac{11}{2}^+$?	2600	6.76	$(56,4^+)$	10	$\frac{3}{2}$
?	$\frac{15}{2}^+$?	3000	9.0	$(56,6^+)$	10	$\frac{3}{2}$

Σ resonances. From Ref. 67 and 68. ? (??) before partial wave symbol means doubtful (unlikely) existence

Table 11

Tableau extrait du rapport de Greenberg à Lund.

TABLEAU VIII

I	J^P	Mass ($Me\ V$)	M^2 ($Ge\ V$)	CLASSIFICATION ($SU(6)$, L^P)	$SU(3)$	S
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}^+$	1320	1.74	$(56,0^+)$	8	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}^+$	1530	2.34	$(56,0^+)$	10	$\frac{3}{2}$
? ?	?	1635	2.67	?	?	?
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}^-$?	1820	3.30	$(70,1^-)$?	8 ?	$\frac{3}{2}$?
$\frac{1}{2}$?	$\frac{5}{2}^-$?	1930	3.72	$(70,1^-)$?	8 ?	$\frac{3}{2}$?
$\frac{1}{2}$?	$\frac{5}{2}^+$?	2030	4.12	$(56,2^+)$?	8 ?	$\frac{1}{2}$?
? ?	$\frac{7}{2}^+$?	2250	5.07	$(56,2^+)$	10	$\frac{3}{2}$
$\frac{1}{2}$		2430	5.90			
?	$\frac{9}{2}^-$?	2500	6.25	$(70,3^-)$	8	$\frac{3}{2}$

Ξ resonances. From Ref. 67. ? before isospin means doubtful existence.
? after J^P means doubtful J^P

Table 12

Tableau extrait du rapport de Greenberg à Lund.

2 600 états, mais les tableaux que Greenberg a donnés dans son rapport à la Conférence de Lund (1969) : Tableaux VI à VIII.

On notera que le modèle des para-quarks peut être remplacé par un modèle dont les constituants sont trois triplets à charge entière (Han et Nambu). Par ailleurs, les conditions de production et de détection de para-quarks seraient les mêmes que celle des quark (règles de sélection, etc. ...) d'après Greenberg.

CONCLUSION

De cet examen des résonances baryoniques, on peut tirer une conclusion assez optimiste sur leur classement en multiplets de SU_3, mais avec des complications probables en ce qui concerne les niveaux élevés (mélanges de configuration, etc. .).

Ces complications, et le classement d'ensemble des multiplets, ne pourront être compris qu'avec un modèle dynamique plus détaillé. On peut être modérément optimiste sur les possibilités du modèle des quarks à ce sujet.

Il faut noter que ce modèle à 3 quarks ne peut pas donner de résonances baryoniques «exotiques» comme on en rencontre dans les représentations 27 ($I = \frac{5}{2}$ avec $S = -1$) et $\overline{10}$ de $SU_3 (S = +1)$. Celles-ci ne peuvent être obtenues qu'avec un système de 4 quarks et 1 antiquark. Expérimentalement, aucune n'a été observée avec certitude.

Mais ceci pose un autre problème: *pourquoi juste* 3 *quarks* ? On a beau imaginer des forces d'échange, on n'en trouve aucune qui conduise à une saturation juste pour 3. D'ailleurs, on pourrait aussi avoir une non-saturation: pourquoi pas de quarks isolés ? ni de systèmes à 2 quarks? Toutes les recherches de charges fractionnaires dans le sol, l'air ou les océans ont donné jusqu'ici un résultat négatif.

B/ RESONANCES MESONIQUES

1º) Les mésons peuvent être formés à l'aide d'un quark et d'un anti-quark. Le fait que $B = 0$ permet de les classer en multiplets de U_3 plutôt que de SU_3, c'est à dire en nonets. Si l'on suppose que les quarks sont des para-Fermions d'ordre 3 on peut de la même manière former un Boson avec un quark et un antiquark. Il n'y a donc pas de différence entre la première et la deuxième version du modèle des quarks dès lors qu'on admet que tous les mésons sont des Bosons, ce qui paraît établi expérimentalement par les règles de sélection dans leurs désintégrations.

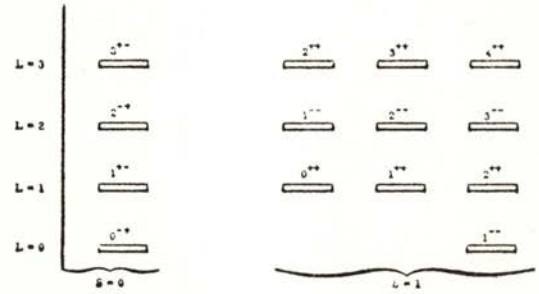


Fig. 2 — $L \leq 3$ $q\bar{q}$ «energy levels». Every level is denoted by J^{PC} and represents an $SU(3)$ nonet. L-S coupling, spin dependence, and $SU(3)$ breakinge effects are ignored.

Figure 20

Harari donne, dans la fig. 20, la séquence des niveaux attendue jusqu'à $L \leqslant 3$. On néglige toujours les interactions spinorbite (cadre de SU_6). Les niveaux d'excitation radiale ne sont pas donnés. Chaque nonet est caractérisé par J^{PC} où C est la parité de charge des états neutres. On sait que

$$C = (-1)^{L+S}$$

pour un système Fermion, anti-Fermion, tandis que :

$$\underline{P = (-1)^{L+1}}$$

ces deux particules ayant des parités intrinsèques opposées.

Dans le Tableau IX de Greenberg sont donnés les états S et P prévus, identifiés à des résonances observées ; 3 cases (états de $I = 0$) restent vides. Sur chaque ligne des tableaux figurent 36 états compte tenu des multiplicités de spin, et ceci correspond à la représentation irréductible 36 $(6 \otimes \bar{6})$ de U_6.

Nous ne rappelons pas ici les mélanges de configuration admis entre états $I = 0$, les particules physiques (η et χ^0 ; ω et φ) correspondant à des mélanges différents des états théoriques.

REMARQUE

En ce qui concerne la nomenclature des résonances utilisée dans ces tableaux, elle est moins systématique que celle des baryons dans le paragraphe précédent : on y emploie tantôt des noms donnés par les expérimentateurs (δ, ε ou σ, B, etc.), tantôt la nomenclature systématique de Gell-Mann :

$$K^* \text{ (énergie) pour un Boson de } \begin{cases} I = \dfrac{1}{2} \\ Y = +1 \end{cases}$$

(ainsi le K^* (1260) est aussi appelé C par les expérimentateurs).

Pour les baryons, on avait toujours :

N^*	pour	$I = \frac{1}{2}$,	étrangeté	0
Σ^*	»	$I = 1$,	»	-1
Λ^*	»	$I = 0$,	»	-1
Ξ^*	»	$I = \frac{1}{2}$,	»	-2
Δ^*	»	$I = \frac{3}{2}$,	»	0

$L = 0$ MESONS

	J^{PC}	$I = \frac{1}{2}$	$I = 1$	$I = 0$	$I = 0$
$^3S_1$	1^{--}	K^* (890)	ρ (765)	ω (780)	ϕ (1020)
$^1S_0$	0^{-+}	K (495)	π (140)	η (550)	η' (960) $\equiv X^0$

$L = 1$ MESONS

	J^{PC}	$I = \frac{1}{2}$	$I = 1$	$I = 0$	$I = 0$
$^3P_2$	2^{++}	K^* (1420)	A_{2H} (1310)	f (1260)	f^* (1515)
$^3P_1$	1^{++}	K^* (1260)	A_1 (1070)	D (1280)	
$^3P_0$	0^{++}	K^π (1100) ?	δ (960)	σ (750) $\equiv \varepsilon$	S^* (1070) ?
$^1P_1$	1^{+-}	K^* (1380)	B (1220)		

Tableau IX

C/ MODELE DES QUARKS ET TRAJECTOIRES DE REGGE

1°) CAS DES MÉSONS

Puisqu'on suppose le quark et l'antiquark non Relativistes, on peut justifier l'existence des trajectoires en appliquant les démonstrations de Regge à l'équation de Schrödinger dans le c. m., qui régit leur état.

On aura :

$$t = (2M + E)^2$$

si E est l'énergie potentielle + cinétique (non relativiste) dans le c. m., et M la masse du quark.

Pratiquemente :

$$t \approx 4M^2 + 4ME$$

Dans le cas du potentiel d'oscillateur harmonique souvent utilisé pour sa simplicité :

$$E = -V_0 + \hbar\omega\left[\frac{3}{2} + 2(n-1) + l\right]$$

$$\begin{cases} n \text{ nombre quantique radial comme il est défini en Nucléaire} \\ l \text{ nombre quantique orbital comme il est défini en Nucléaire} \end{cases}$$

de sorte que l'on trouve bien une relation linéaire entre l et t, comme l'a remarqué Dalitz.

Evidemment ceci peut être pure coïncidence, car toute autre forme de potentiel donne des trajectoires de Regge plus compliquées, avec l réel pour les états liés ($E < 0$), complexe pour les états anti-liés $E > 0$ (en particulier pour les résonances). Il faut remarquer d'ailleurs

qu'on n'observerait pratiquement qu'un petit intrevalle de variation de E puisque :

$$\Delta E = \frac{\Delta t}{4 M}$$

où M est grand $\gtrsim 3 Ge V$, de sorte que la trajectoire linéaire de Chew et Frautschi ne donnerait aucune indication sur $E(l)$ à plus grande échelle.

Maintenant si entrant dans le détail des prévisions, on porte les états du tableau IX sur le diagramme de Chew et Frautschi, on ne voit pas apparaître de nouveaux alignements; de toute manière le diagramme de Chew et Frautschi se dessine plutôt mal pour les mésons.

2º) CAS DES BARYONS

Ici le problème des états N. R. à trois particules avec un potentiel d'interaction quelconque à courte portée est beaucoup plus compliqué que celui à deux particules, et l'on ne peut prédire aucune relation simple entre E et J ; peut être même y a-t-il non seulement des *pôles* de Regge mais aussi des *coupures*.

SU_6 donne plutôt un terme additionnel en $J(J+1)$ dans la formule des masses, c'est à dire :

$$t = a + b\left(J + \frac{1}{2}\right)^2$$

C'est d'ailleurs le comportement que l'on attendait aux grandes valeurs de t par exemple, pour un état N^* ou Δ considéré comme une résonance dans la diffusion $\pi - N$ (en accord avec le bootstrap), si l'on admet une portée strictement limitée de l'interaction. Mais on a vu que les trajectoires expérimentales restent linéaires jusqu'à des valeurs assez grandes de M^2. Avec un puits moyen en forme d'oscillateur et une interaction résiduelle convenable entre les quarks, on pourrait retrouver cette forme.

En entrant dans le détail des prévisions, on obtient un schéma ici encore confus, bien que le diagramme de Chew Frautschi soit jusqu'ici beaucoup plus clair pour les Baryons.

On trouvera les schémas les plus récents de ce type dans le rapport de Greenberg (Conférence de Lund).

D/ CONCLUSION

Alors que l'hypothèse de la symérie SU_3 ne donnant pas de résultats précis sur les moments angulaires des résonances peut s'accorder avec le diagramme de Chew-Frautschi fondé sur les pôles de Regge, le modèle des quarks, prolongement de SU_3, mais plus précis, peut conduire à des résultats différents: en ce qui concerne surtout les baryons, un modèle donnant des trajectoires $J(E)$ rectilignes, et de plus toutes parallèles, paraît assez artificiel.

Le problème de la classification des résonances demande encore beaucoup de travaux expérimentaux pour préciser leurs positions et surtout leurs nombres quantiques, et beaucoup d'efforts théoriques, ce problème ne pouvant probablement pas être dissocié de celui des interactions fortes en général.