

L'INVARIANCE RELATIVISTE DE L'ENTROPIE ET LA LOI DE TRANSFORMATION DE LA CHALEUR (*)

ANTÓNIO C. DE SALES LUIS

Laboratoire de Physique, Instituto Superior Técnico, Lisbonne, Portugal

RÉSUMÉ — On discute le caractère invariant de l'entropie et on propose qu'il ne soit valable que dans les cas des «états correspondants» d'un système thermodynamique donné, dans des référentiels galiléens différents. Parmi les conséquences qui découlent de cette proposition on a déduit la loi, plus générale, de transformation relativiste de la chaleur :

$$d Q_0 = d Q \sqrt{1 - \beta^2} - \beta^2 T^0 d_i S^0 \quad (1)$$

soumise à la condition que la production d'entropie, par unité de temps et de volume, ait la même valeur en K et en K^0 :

$$\sigma = \sigma^0 \quad (2)$$

Dans le cas d'une transformation réversible, l'équation (1) prend la forme :

$$d Q = \frac{d Q_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (3)$$

qui est la loi bien connue de Arzeliès ; si la transformation est telle que l'entropie du système reste constante, l'équation (1) prend la forme :

$$d Q = d Q_0 \sqrt{1 - \beta^2} \quad (4)$$

qui est la loi bien connue de Einstein, Planck et Louis de Broglie. C'est-à-dire, les lois (3) et (4), apparemment contradictoires, sont les deux valables dans des cas particuliers distinctes ; on pense, d'ailleurs, que la lecture attentive des travaux des auteurs cités confirme la pertinence des restrictions que nous venons d'expliciter.

(*) Reçu le 14 Décembre 1972.

L'entropie est l'invariant fondamental de la thermodynamique; on considère⁽¹⁾ que le caractère invariant résulte naturellement de la relation fondamentale de Boltzmann, c'est-à-dire: «L'entropie d'un état macroscopique est proportionnelle au logarithme du nombre de complexions qui réalisent cet état»⁽¹⁾.

Alors, considérons un système en équilibre thermodynamique, à la température T , dans un référentiel galiléen K ; soit S son entropie, dans cet état, en K . Dans la littérature, on interprète l'invariance relativiste de l'entropie en disant que, dans n'importe quel autre référentiel galiléen K' , l'entropie du système a la même valeur: $S' \equiv S$, étant donné que c'est un invariant relativiste.

Il nous semble que cette interprétation n'est pas valable. D'une part, le nombre de complexions qui réalisent un état macroscopique donné dépend de cet état, nommément de sa température; d'autre part, la température du système en K' n'est pas égale à la température du système en K . C'est-à-dire, la valeur de l'entropie du système en K peut être différente de la valeur en K' , puisque le système se trouve dans des états macroscopiques différents.

Le caractère invariant de l'entropie a donc une signification bien moins large que celle qu'on lui donne habituellement. Il implique uniquement que la valeur de l'entropie d'un état macroscopique d'un système thermodynamique dépend uniquement de cet état, indépendamment du référentiel galiléen auquel on le rapporte. Si l'on fait la convention d'appeler *états correspondants* d'un système thermodynamique donné, dans deux référentiels galiléens différents K et K' , les états macroscopiques réalisés par le même nombre de complexions, soit en K , soit en K' , l'invariance relativiste de l'entropie signifie uniquement que

$$S_A \equiv S'_{A'}, \quad (1)$$

S_A étant l'entropie du système dans l'état A en K , et $S'_{A'}$ l'entropie du même système dans l'état correspondant A' en K' .

De cette interprétation plus restreinte du caractère invariant de l'entropie il en résulte que la production d'entropie, par unité de temps et de volume, mise en jeu dans une transformation

⁽¹⁾ Louis de Broglie, «La Thermodynamique de la Particule Isolée», (pag. 48), Gauthier-Villars, 1964.

adiabatique irréversible, entre deux états correspondants d'équilibre, a une valeur indépendante du référentiel d'inertie :

$$\sigma_{\overline{AB}} \equiv \sigma'_{A'B'} \equiv \sigma'_{A_0B_0} \quad (2)$$

En fait, considérons un système thermodynamique, en K , et soient A et B deux états d'équilibre du système; dans le référentiel K' les états correspondants sont, respectivement, A' et B' . Il en résulte de (1) que

$$S_A \equiv S'_{A'}, \quad S_B \equiv S'_{B'}. \quad (3)$$

Il est toujours possible de concevoir, soit en K , soit en K' , une transformation adiabatique irréversible qui fasse passer le système d'un état d'équilibre A (ou A') à un autre état d'équilibre B (ou B').

Pour un observateur de K on a, d'après le second principe de la thermodynamique,

$$dS = d_e S + d_i S = d_i S \quad (4)$$

ou

$$\Delta S = S_B - S_A = S_i$$

tandis que l'on a pour, un observateur de K' ,

$$\Delta S = S'_{B'} - S'_{A'} = S'_i, \quad (5)$$

S_i (ou S'_i) étant la production d'entropie dans la transformation considérée en K (ou en K'). Des équations (4) et (5) il vient, en tenant compte de (3):

$$S_i \equiv S'_i, \quad (6)$$

cette équation étant équivalente à (2) si l'on prend l'unité de temps et l'unité de volume. Ceci montre nettement que si l'on considère une transformation réversible ($\sigma \equiv 0$) en K elle est aussi réversible en K' ($\sigma' \equiv 0$), c'est-à-dire: le caractère réversible d'une transformation adiabatique ne dépend pas du référentiel considéré.

Enfin, on peut déduire la loi de transformation relativiste de la chaleur, dans des conditions beaucoup plus générales que celles que l'on trouve habituellement dans la littérature.

Rappelons d'abord que, dans un travail antérieur⁽¹⁾, nous avons introduit un 4-vecteur, impulsion—entropique G , associé à l'énergie liée (TS), tel que :

$$G_s^{\alpha} = \frac{T^0 S^0}{c^2} u^{\alpha}, \quad (7)$$

d'où il en résulte que la loi de transformation relativiste de l'énergie liée est

$$TS = \frac{T^0 S^0}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (8)$$

D'un autre côté, nous avons montré que, d'après l'interprétation thermodynamique de l'effet Joule, la loi de transformation de la production d'énergie liée, par unité de temps et de volume, prend la forme

$$T\sigma = T^0 \sigma^0 \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (9)$$

Dès lors, considérons un système thermodynamique, dans le référentiel K^0 , et deux états d'équilibre A_1^0 et $A_2^0 = A_1^0 + dA_1^0$. Pour un observateur de K ces états seront A_1 et $A_2 = A_1 + dA_1$, lesquels ne sont pas des états correspondants à A_1^0 et A_2^0 . Comme la variation d'entropie ne dépend pas du «chemin» suivi entre l'état initial et l'état final, nous pouvons imposer la condition que, en K^0 et K , les «chemins» suivis soient tels que

$$d_i S = d_i S^0 \quad (10)$$

c'est-à-dire, que la production d'entropie ait la même valeur en K^0 et en K . Par unité de temps et de volume, (10) prend la forme

$$\sigma = \sigma^0 \quad (10a)$$

ce que, en tenant compte de (9), conduit à

$$T = T^0 \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (11)$$

(1) Sales Luis, «A Expressão Relativista do Segundo Princípio da Termodinâmica», Tese, Lisboa (1965).

laquelle traduit la loi de transformation relativiste de la température, identique à celle de Einstein, Planck et de Broglie, mais obtenue ici par une voie entièrement distincte. En particulier, L. de Broglie⁽¹⁾ a remarqué que «la particule se présente, alors, comme une petite horloge de fréquence $\nu = \nu^0 \sqrt{1 - \beta^2}$ et comme un petit réservoir de chaleur, de contenu $Q = Q^0 \sqrt{1 - \beta^2}$, en mouvement avec la vitesse βc . C'est l'identité de forme des formules de transformation relativiste de la fréquence et de la chaleur que rend possible ce double aspect».

Nous nous permettons d'observer que les idées exposées ici sont conformes mais que, dans l'aspect thermodynamique, il devient nécessaire de remplacer la quantité Q par la quantité $T\sigma$ et considérer que l'existence conceptuelle du «petit réservoir de chaleur» est une conséquence de la production d'énergie liée dans le système lui-même. Toutefois, nous devons remarquer que la loi (11) se trouve soumise à la condition (10) entre les transformations qui ont lieu en K^0 et en K , ce qui — à notre avis — se trouve d'accord avec les idées de la thermodynamique classique, puisque la production d'entropie n'étant pas une fonction d'état sa valeur mise en jeu dépend de la transformation considérée; d'autre part, la température du système est conditionnée par la production de l'entropie au sein du système lui-même.

Pour une transformation élémentaire, en tenant compte de (11), l'équation (8) prend la forme

$$dS = \frac{dS_0}{1 - \beta^2}. \quad (12)$$

Or, comme l'on a, pour un observateur K^0

$$dS^0 = \frac{dQ^0}{T^0} + d_i S^0$$

et pour un observateur K

$$dS = \frac{dQ}{T} + d_i S$$

(1) L. de Broglie, «Thermodynamique Relativiste et Mécanique Ondulatoire», Ann. Inst. Henri Poincaré, A, IX, n.° 2, 1968, p. 103.

il en résulte, tenant compte de (11), (12) et de la condition (10), que

$$\frac{dQ}{T} + d_i S = \frac{\frac{dQ_0}{T_0} + d_i S^0}{1 - \beta^2}$$

ou

$$dQ_0 = dQ \sqrt{1 - \beta^2} - \beta^2 T^0 d_i S_0. \quad (13)$$

Cette équation exprime, alors, la loi de transformation relativiste de la chaleur mise en jeu à travers la frontière du système, laquelle est soumise à la condition (10) imposée aux transformations en K^0 et en K . On doit remarquer que la loi de transformation relativiste de la chaleur dépend de la transformation thermodynamique considérée, ce qui est d'accord avec le fait bien connu que dQ n'est pas une différentielle exacte (Q n'est pas une fonction d'état); d'autre part, dans une loi de transformation de la chaleur, il doit figurer explicitement la production d'entropie, par l'intermédiaire de la vitesse relative des deux systèmes de référence galiléens, ce qui — du point de vue thermodynamique — nous semble parfaitement naturel et cohérent. Comme dans les transformations irréversibles la température peut ne pas être uniforme, il s'en suit que l'équation (13) concerne un système élémentaire et une transformation élémentaire.

Dans le cas d'une transformation réversible, c'est-à-dire si

$$d_i S^0 = d_i S = 0 \quad (14)$$

l'équation prend la forme

$$dQ = \frac{dQ_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (14a)$$

qui est la loi connue de transformation de Arzeliès⁽¹⁾.

D'autre part, si la transformation est telle que l'entropie du système reste constante, c'est-à-dire si

$$dS = dS^0 = 0, \quad (15)$$

(1) H. Arzeliès, «Thermodynamique Relativiste et Quantique». Gauthier Villars, 1968.

ou

$$\frac{dQ}{T} = -d_i S = -d_i S^0 = \frac{dQ_0}{T^0}$$

il en résulte de (13) que

$$dQ = dQ_0 \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (15a)$$

Ceci traduit la loi bien connue de transformation relativiste de la chaleur, de Einstein, Planck et L. de Broglie.

Il est bien connue que les équations (14a) et (15a) relatives à la loi de transformation relativiste de la chaleur ont suscité d'innombrables controverses, étant donné l'apparente impossibilité d'être les deux valables.

Or, moyennant la petite correction introduite, concernant le caractère invariant de l'entropie, on peut déduire la loi plus générale (13), et il en résulte, dans des cas particuliers distincts, comme nous avons montré, les lois apparemment contradictoires de L. de Broglie et de Arzeliès. Autrement dit, les deux lois sont valables mais dans des cas particuliers distincts; la loi de L. de Broglie impose comme condition que l'entropie du système reste constante dans la transformation considérée, tandis que celle de Arzeliès impose la condition de réversibilité de la transformation. Nous pensons, d'ailleurs, que la lecture attentive des travaux respectifs confirme la pertinence des restrictions que nous venons d'explicitier.