

LES TRANSITIONS DE CONNECTIVITÉ (*)

P. G. DE GENNES

Collège de France, 75231 Paris Cedex 05

(Received 19 September 1983)

Beaucoup de structures physiques peuvent être décrites comme formées d'"îles" aléatoires. Dans certaines conditions parmi ces îles émerge un "continent" macroscopique. Cette idée a été perçue en premier par Hammersley [1]. L'attention s'est concentrée d'abord sur le cas de réseaux périodiques sur lesquels une fraction p des sites (ou des liens) est active, le reste $(1-p)$ étant inactive, les différents sites (ou liens) étant non corrélés. L'apparition d'un "continent" a été baptisée transition de percolation [1].

On connaît maintenant assez bien la statistique *géométrique* des îles, ou amas de percolation [2] et la relation entre percolation et transitions de phases [3]. Par contre, les propriétés de *transport* sur des amas de percolation commencent seulement à se clarifier [4]. Nous ne savons pas encore si les singularités du transport (près du seuil de percolation) sont directement déductibles des données sur la géométrie [5].

Malgré ces lacunes, nous disposons actuellement de données numériques assez détaillées sur les transitions de percolation. Elles ont trouvé des applications variées en physique des solides. Par exemple, on peut réaliser des systèmes magnétiques dilués, où une fraction p de sites est occupée par des atomes A portant des spins, la fraction $1-p$ portant des atomes B diamagnétiques. Le cas le plus simple correspond par exemple à des couplages ferromagnétiques (Fig. 1) entre atomes A premiers voisins. Alors, à basse température, tous les atomes A d'une même île ont leurs moments parallèles. Mais deux îles distinctes ont des moments

(*) Abridged version of an invited talk at the First Iberian Symposium on Condensed Matter Physics (Lisboa, 19-22 September 1983).

incorrélés. Lorsqu'on a seulement des îles ($p < p_c$) la moitié de celles-ci ont un moment vers le haut, l'autre moitié vers le bas, et au total il n'y a pas d'aimantation macroscopique. Par contre, pour $p > p_c$, il apparaît un continent. Les moments des îles se compensent encore mais celui du continent n'est pas compensé: le ferromagnétisme apparaît à $p = p_c$. Cette confluence (à $p = p_c$ et $T = 0$) de deux transitions, l'une géométrique (percolation) l'autre physique (ferromagnétisme) a suscité un assez vaste effort théorique et expérimental [6].

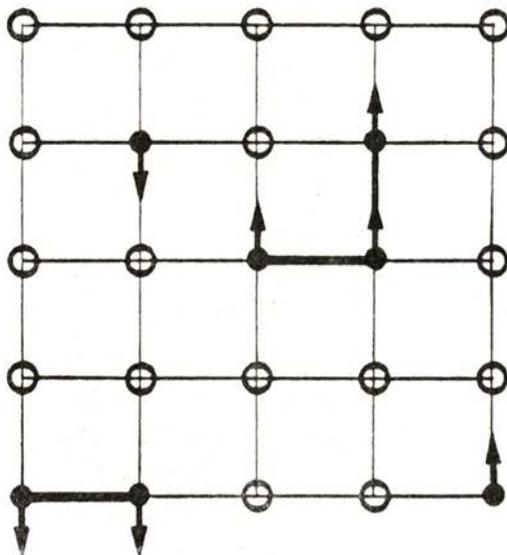


Fig. 1 — Atomes A (points noirs) répartis au hasard parmi des atomes B (points blancs) dans un alliage substitutionnel. Les atomes A forment des "îles" (connectées par des lignes noires). Tous les moments magnétiques des atomes A (marqués par des flèches) sont parallèles à l'intérieur d'une même île.

Dans la présente discussion, on insistera plutôt sur des généralisations de la percolation. Il faut noter d'abord que le remplacement du réseau de base périodique par un réseau statistique (ou, plus concrètement, d'un cristal par un verre) ne modifie pas profondément la statistique des îles. Par contre, certaines restrictions physiques sont importantes: nous nous limiterons toujours à des systèmes: *a)* qui sont *macroscopiquement homogènes*; *b)* pour lesquels les liaisons qui définissent la connectivité sont à *portée finie*. Ces hypothèses sont souvent

adéquates en physique de la matière condensée. Par contre, dans les sciences humaines, ces conditions sont souvent violées. Par exemple, si nous pensons à l'échange d'informations entre individus, il se fait en partie de bouche à oreille (liaisons à portée finie) mais il se fait aussi par télécommunications (liaisons non locales).

Même avec ces restrictions, on trouve en physique de nombreuses transitions îles-continentes qui ressemblent peut-être qualitativement à la percolation, quoique la statistique détaillée des îles puisse être différente. Nous les appelons *transitions de connectivité*. Dans le langage des transitions de phase, ces transitions peuvent éventuellement introduire de nouvelles classes d'universalité (montrer des exposants critiques différents de ceux de la percolation). En voici quelques exemples.

1 — LIQUIDES EN MILIEU POREUX

a) Si l'on injecte du mercure dans un verre poreux (Fig. 2) on constate que lorsque la pression d'injection dépasse un certain

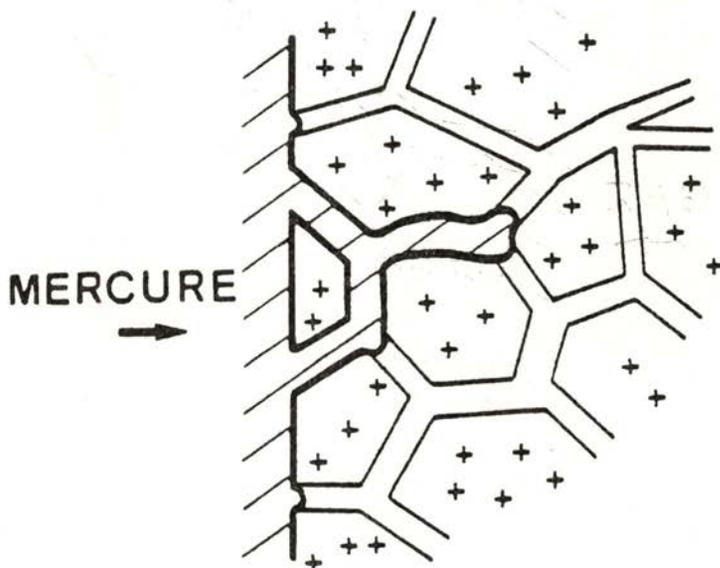


Fig. 2 — Injection de mercure (parties hachurées) dans un verre poreux. Les pores larges sont pénétrés facilement, les pores étroits ne sont pénétrés que lorsque la pression d'injection est forte.

seuil, le mercure pénètre dans la masse du spécimen: il s'est fait un "continent" de mercure, et le matériau injecté devient conducteur du courant électrique. Dans ce cas relativement simple, il y a forte présomption que l'on ait exactement un comportement de percolation.

b) Passons à un cas plus complexe, mais important: celui d'un système gaz + pétrole dans une roche. Le gaz sous pression peut expulser le pétrole, et joue un rôle un peu analogue au mercure de l'exemple (a). Mais il y a une différence: dans le cas (a), le mercure remplissait des pores vides. Ici, le gaz chasse un liquide (le pétrole). Ceci peut conduire à une situation nouvelle (Fig. 3). Si une "île" de pétrole est entièrement entourée par du gaz, elle ne pourra pas être évacuée (alors qu'une île vide pouvait toujours être envahie par le mercure). On attend encore une transition de connectivité (au-delà de laquelle le gaz forme

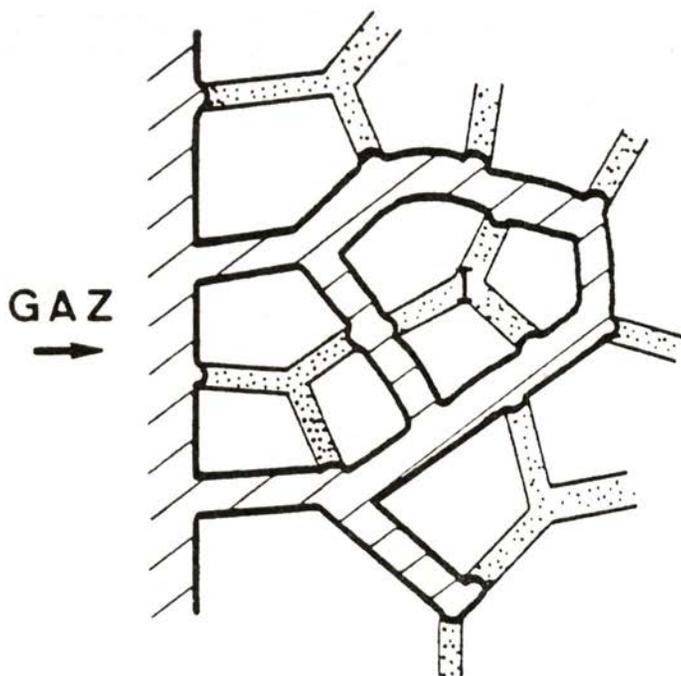


Fig. 3 — Déplacement du pétrole (régions pointillées) par du gaz (régions hachurées) dans une roche poreuse. Noter la région I (île de pétrole entourée de gaz) qui ne peut plus être éliminée.

un "continent"), mais dans certains cas ⁽¹⁾, elle diffère de la percolation.

c) Un exemple encore plus complexe nous est fourni par une roche poreuse imprégnée de pétrole, où l'on essaye de déplacer le pétrole en injectant de l'eau. Alors que (b) correspond au mode normal de l'exploitation pétrolière, le cas (c) est celui de la *récupération assistée*, qui prend une importance croissante de nos jours. Par rapport aux discussions précédentes, il y a (au moins) deux complications nouvelles:

(i) — souvent, l'eau tend à mouiller complètement la surface de la roche: dans un pore, une région huile peut être entourée par un film d'eau; la distinction entre pores remplis d'huile et pores remplis d'eau ne tient plus. Ce cas est très mal compris actuellement;

(ii) — même lorsque la complication (i) n'apparaît pas (c'est-à-dire quand l'angle de contact eau/huile à la surface du solide reste fini), la géométrie est plus riche avec deux fluides: quand on augmente la fraction d'eau injectée f , on traverse deux transitions de connectivité. Au-delà d'une certaine fraction f_1 (environ 20 %), on réalise un "continent d'eau", et l'eau peut alors se déplacer à grande échelle. Au-delà d'une deuxième fraction f_2 (environ 80 %), on voit disparaître le "continent de pétrole": tout le pétrole est sous forme d'îles, et est beaucoup plus difficile à déplacer.

2 — LA FORMATION DES GELS

La Fig. 4 décrit qualitativement un gel — un réseau lâche de macromolécules en solution, connectées par des ponts. On peut former les ponts soit par réaction chimique, soit par des procédés physiques (microcristaux, hélices à plusieurs brins, etc.). Partons d'une situation où les ponts sont très rares: alors on a des chaînes déconnectées flottant dans un solvant, et le milieu est un liquide, ou "sol". Mais si nous augmentons le nombre de ponts, nous atteignons un seuil de connectivité: un "continent" apparaît — c'est-à-dire un filet macromoléculaire lâche, mais présent dans tout le récipient: le milieu est maintenant un solide fragile: un "gel".

(1) En particulier à deux dimensions.

(Les gelées de coing en sont un bon exemple: elles sont formées par pontage de longues chaînes de sucres, les pectines). La transition sol \leftrightarrow gel est connue depuis très longtemps, mais il y a moins de dix ans que sa relation avec les transitions de connectivité est appréciée. Les expériences sont ici surtout

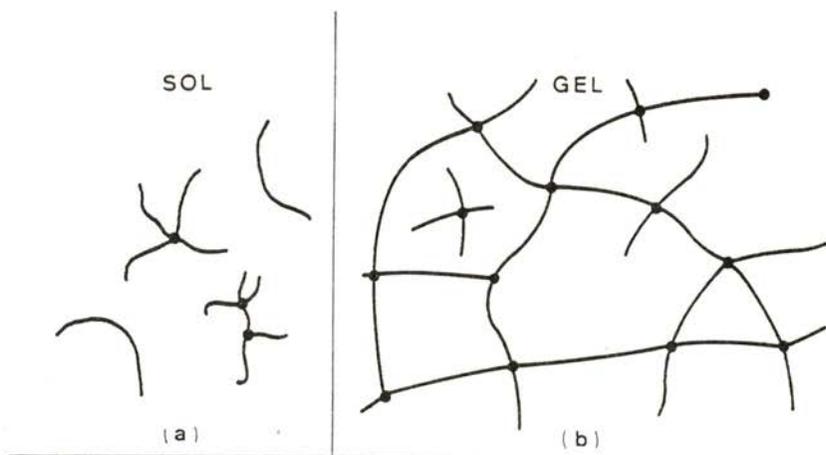


Fig. 4 — L'état sol et l'état gel. (a) Dans le sol, les chaînes macromoléculaires sont légèrement pontées (les ponts sont représentés par des points noirs) mais elles forment des îles finies. (b) Dans le gel, à plus fort taux de pontage, il apparaît un "continent" ponté.

mécaniques (rigidité du gel ou viscosité du sol). Elles montrent qu'il n'existe pas *un* type de transition sol-gel, mais *plusieurs* (selon la cinétique de pontage, la longueur des chaînes initiales, etc.).

3 — LES ÉCOULEMENTS DES SUSPENSIONS

Dans beaucoup de processus industriels, il est important de *fluidiser* une poudre solide, en la mettant en suspension soit dans un gaz, soit dans un liquide comme de l'eau. Le plus souvent, les grains de la poudre sont relativement gros (observables au

microscope optique) et leurs mouvements sont alors entièrement guidés par l'écoulement global du fluide. A l'heure actuelle, nous ne comprenons pas encore ces écoulements de suspensions, au moins dans le cas (essentiel) où la fraction du volume ϕ occupée par les grains est forte (supérieure à 15 %). Pour les suspensions dans l'eau en écoulement de cisaillement simple, il existe probablement une transition de connectivité remarquable: pour ϕ inférieur à une certaine valeur critique ϕ_c , la suspension est fluide, mais pour ϕ supérieur à ϕ_c , elle se comporterait plutôt comme une roche poreuse. Mais les mécanismes sous-jacents ne sont pas clairement établis à ce jour [7].

En conclusion, il est clair que l'idée des transitions de connectivité a fourni un schéma directeur, et unificateur, pour des phénomènes apparemment très différents — pris un peu partout dans les sciences physiques et chimiques, et dans leurs applications industrielles. Il est probable que cette idée diffusera aussi vers les sciences humaines. Mais, comme nous l'avons déjà dit, les réseaux concernés sont ici très différents, et il serait dangereux de vouloir plaquer trop rapidement les schémas de la percolation sur des problèmes trop complexes.

REFERENCES

- [1] S. BROADBENT, J. HAMMERSLEY, *Proc. Cambridge Phil. Soc.* **53**, 629 (1957).
P. G. DE GENNES, P. LAFORE, J. P. MILLOT, *J. Physique (Paris)* **20**, 64 (1959).
- [2] S. KIRKPATRICK, *Rev. Mod. Phys.* **45**, 574 (1973).
D. STAUFFER, *Phys. Rev. Lett.* **35**, 74 (1975).
Pour une introduction élémentaire, voir
P. G. DE GENNES, *La Recherche* **72**, 919 (1976).
E. GUYON, *Pour la Science* **60**, 14 (1982).
- [3] P. KASTELEJN, C. FORTUIN, *Physica* **57**, 536 (1972).
- [4] Y. GEFEN, A. AHARONY, S. ALEXANDER, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 77 (1983).
- [5] R. RAMMAL, G. TOULOUSE, *J. Physique (Lettres)* **44L**, 13 (1983).
- [6] D. STAUFFER, *Physics Reports* **54**, 1 (1979).
J. ESSAM, *Reports Prog. Phys.* **43**, 833 (1980).
- [7] P. G. DE GENNES, *J. Physique (Paris)* **40**, 783 (1979).
P. G. DE GENNES, *Physico-Chemical Hydrodynamics* **2**, 31 (1981).